国防科技大学学报

再入弹头滚速过零与落点散布

黄圳圭

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

摘 要 滚转弹头的再入过程中,滚速过零对落点精度影响最大。本文分析了滚速过零 的机理,推导了考虑滚动阻尼影响的过零高度公式,以及滚速过零影响下的落点散布公式。最 后用六自由度弹道数字仿真结果同近似计算结果作了比较,比较结果表明了近似分析的可 行性。

关键词 滚动再入, 配平状态, 过零高度, 落点散布

分类号 V417.7

在弹头再入过程中,为了避免严重的不对称烧蚀与提高落点的精度,通常采用滚转 再入的方法,即让弹头在再入前就处于滚动状态,滚动角速度约为1.5~2.0转/秒。但 是在某些条件下,滚转再入仍可能出现两个严重现象,一是滚转共振,其结果将会造成 严重的不对称烧蚀;另一是滚速过零,其结果将严重影响落点的精度。前者已得较多研 究^{[2][3]},而后者则甚少见专论的文章。

弹道再入过程中,影响落点精度的主要因素是升力。滚转再入可对升力影响起平均 作用。但是在再入过程中升力与滚速均是变化的,二者变化的某种组合仍不能完全平均 其影响。特别当出现滚速过零时,在过零前后的某一时间间隔内,升力方向的变化缓慢, 并将产生一横向速度增量,从而使落点产生相应的横向偏离。计算结果表明,滚速过零 对落点精度影响最大,可达到数百米的数量级。

1 滚动方程

由于弹头加工安装的原因或再入过程烧蚀的影响,使弹头产生质量不对称与气动不 对称。不对称将产生滚转力矩,从而改变滚速。当滚转力矩为负值时,滚速便逐渐减小, 以至过零后使滚速反向,因此滚速过零是由于弹头的不对称性造成的。

如图 1 示, Ox₁y₁z₁ 为对称旋转弹头的体坐标系。O 点为质心, 三轴均为中心惯量主轴, 且有 I_y=I_z=I。为了简化分析, 本文的不对称量为:

(1) 质心偏离对称轴于 O'点, 且设 $\Delta x = 0$, $\Delta y = \Delta z$ 为小量;

(2) 不对称气动力矩 M₁₀与 M₂₀,且可表示为

^{* 1993}年11月5日收稿

$$\begin{cases} M_{yo} = m_{y0} \varepsilon sl \\ M_{zo} = m_{z0} \varepsilon sl \end{cases}$$
(1)

式中 $\epsilon = \frac{1}{2} \rho V^2$, s 为特征面积, l 为特征长度, 系数 m_{so} 与 m_{so} 均为小量。

考虑不对称量影响的滚动方程为[1]

$$\dot{\omega}_{x} = \frac{M_{x}^{\omega_{x}}}{I_{x}}\omega_{x} + \frac{C_{n}^{a}}{I_{x}}\varepsilon_{s}(\beta\Delta y + a\Delta z) \qquad (2)$$

式中 C^{*}_n 为法向力系数, M^{**}_x 为滚动阻尼系数。迎角 α 与 侧滑角 β 满足下列动力学方程

$$\begin{cases} \dot{\beta} + A_m \dot{\beta} + A_n \beta - B_m \alpha - B_n \alpha = A_Q \\ \ddot{\alpha} + A_m \alpha + A_n \alpha + B_m \beta + B_n \beta = B_Q \end{cases}$$
(3)

式中 *A*_n、*B*_n、*A*_m、*B*_m 是气动系数、滚速、转动惯量等参数的表达式。在小阻尼的假定下, *A*_n 与 *B*_n 可表示为

$$\begin{cases}
A_{n} = \omega_{A}^{2}(1 - T^{2}) & B_{n} = T\xi\omega_{A}^{2} \\
\omega_{A}^{2} = -\frac{m_{z}^{a}}{I}\varepsilon sl & T = \frac{\widetilde{\omega}_{x}}{\omega_{A}} \\
\widetilde{\omega}_{x} = \omega_{x}\sqrt{1 - \frac{I_{x}}{I}} & \xi = -\frac{M_{z}^{\omega_{z}}}{\omega_{A}\sqrt{I - I_{x}}}
\end{cases}$$
(4)

式中 m²; 为稳定力矩系数导数, M²; 为横向阻尼力矩系数,

$$A_{Q} = \left(m_{y0} + C_{x1} \frac{\Delta z}{I}\right) \frac{\epsilon s l}{I} \qquad B_{Q} = \left(m_{z0} + C_{x1} \frac{\Delta y}{I}\right) \frac{q s l}{I}$$
(5)

式中Cal为轴向力系数。

注意到滚速过零一般是出现在 20 公里以下的高度,这时弹头已处于配平状态,因此 只需分析式 (3) 的稳态解。令 $\dot{\alpha}=\beta=\ddot{\alpha}=\ddot{\beta}=0$,得稳态解

$$\begin{cases} \alpha^{\star} = \frac{B_{Q}A_{n} - A_{Q}B_{n}}{A_{n}^{2} + B_{n}^{2}} = \frac{B_{Q}(1 - T^{2}) - A_{Q}T\xi}{\omega_{A}^{2}[(1 - T^{2})^{2}] + (T\xi)^{2}]} \\ \beta^{\star} = \frac{A_{Q}A_{n} + B_{Q}B_{n}}{A_{n}^{2} + B_{n}^{2}} = \frac{A_{Q}(1 - T^{2}) + B_{Q}T\xi}{\omega_{A}^{2}[(1 - T^{2})^{2}] + (T\xi)^{2}]} \\ \eta^{\star} = \sqrt{\alpha^{\star 2} + \beta^{\star 2}} = \frac{\sqrt{A_{Q}^{2} + B_{Q}^{2}}}{\omega_{A}^{2}\sqrt{(1 - T^{2})^{2} + (T\xi)^{2}}} \end{cases}$$
(6)

 η^* 称为配平攻角,相应的法向力 F_* 与侧向力 F_* 为

$$F_{y}^{\star} = C_{n}^{a} \alpha^{\star} qs$$
 $F_{z}^{\star} = -C_{n}^{a} \beta^{\star} qs$

记

$$\overline{F}^{\,\star} = F_{\,\star}^{\,\star}\overline{j} + F_{\,\star}^{\,\star}\overline{k}$$

称 F* 为配平力,其大小 F* 为

$$F^{\star} = \sqrt{F_{y}^{\star^{2}} + F_{z}^{\star^{2}}} = C_{n}^{a} \eta^{\star} qs$$





其方向同 y₁ 轴夹角 Ψ 为

$$tg\Psi = \frac{F_{\varepsilon}^{*}}{F_{v}^{*}} = \frac{-\beta^{*}}{\alpha^{*}} = \frac{-[A_{Q}(1-T^{2}) + B_{Q}T\xi]}{B_{Q}(1-T^{2}) - A_{Q}T\xi}$$

当滚速等于零,即 $\omega_{x} = T = 0$,把 F^{*} 、 η^{*} 、 Ψ 记为
 F_{0} 、 η_{0} 、 Ψ_{0} ,则有
$$\begin{pmatrix}F_{0} = C_{\pi}^{*}\eta_{0}\epsilon s\\\eta_{0} = \frac{1}{2}\sqrt{A_{0}^{2} + B_{0}^{2}}\end{cases}$$

$$\begin{cases} \eta_{0} = \omega_{A}^{2} \sqrt{M_{Q}} + D_{Q} \\ tg\Psi_{0} = \frac{-A_{Q}}{B_{Q}} = \frac{-\left(m_{y0} + C_{x1}\frac{\Delta z}{I}\right)}{m_{z0} - C_{x1}\frac{\Delta y}{I}} \end{cases}$$
(7)

记 Ψ_{T_0} 为 $\overline{O'O}$ 连线对 y_1 轴夹角,即

$$tg\Psi_{T_0} = \frac{-\Delta z}{-\Delta y}$$
(8)

则 \overline{F} 与 \overline{F}_0 对 \overline{OO} 连线的夹角 φ 与 φ_0 可表示为

$$\begin{cases} \varphi = \Psi - \Psi_{T_0} \\ \varphi_0 = \Psi_0 - \Psi_{T_0} \end{cases}$$
(9)

引进 φ 角后,滚动方程可写为更直观的形式

$$\dot{\omega}_{x} = \frac{M_{x}^{\omega_{x}}}{I_{x}}\omega_{x} + \frac{F^{*}}{I_{x}}C_{2}\sin\varphi$$
(10)

$$C_2 = \sqrt{(\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \tag{11}$$

 C_2 是质心 O' 对 x_1 轴的偏离。当滚速很小时式(10)可近似为

$$\dot{\omega}_{x} \approx \frac{M_{x}^{\omega_{x}}}{I_{x}}\omega_{x} + \frac{F_{0}}{I_{x}}C_{2}\sin\varphi_{0}$$
(12)

易知,要使 ω_x 减至零,就必须使 $\omega_x < 0$.注意到式 (10)或 (12)中第一项的值很 小,而第二项的 F^* 、 C_2 与 φ 是与不对称量 Δy 、 Δz 、 m_{y0} 、 m_{z0} 等有关;因此可设想存在 这种组合,使 sin $\varphi < 0$,且使 F^* 、 C_2 足够大,也即 $\omega_x < 0$ 且 $|\omega_x|$ 足够大, ω_x 将很快地减 速,并在落地前减至零。这就是滚速过零的机理。由于在烧蚀过程中 φ 值事先无法控制, 因此为了避免过零现象出现,就必须控制烧蚀的均匀性,使 F^* 与 C_2 充分小。

2 过零高度 h*

把 M","进一步表示为

$$M_{x^{*}}^{\omega} = m_{x}^{\omega} l^{2} \omega_{x} \frac{qs}{r}$$
(13)

式中 m² 为滚动阻尼系数导数,则式(10)可表示为

$$\dot{\omega}_{s} = \frac{1}{I_{s}} \left(C_{s}^{a} \eta^{*} C_{2} \sin \varphi + \frac{m_{x}^{\omega}}{v} l^{2} \omega_{s} \right) qs \qquad (14)$$

考虑质心运动方程的近似式

82



v

$$m \, \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - C_{x1} \varepsilon s \tag{15}$$

由上二式消去 εs 得

$$\dot{\omega}_{x} = \frac{m}{I_{x}C_{x1}} \left(C_{x}^{*}\eta^{*}C_{2}\sin\varphi + \frac{m_{x}^{\omega}}{v}l^{2}\omega_{x} \right) \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$
(16)

为了积分上式再作如下假设:

式 (16) 右端括号内 η^{*}、φ、υ 近似为

 $\eta^* = \eta_{\scriptscriptstyle 0}, \qquad \varphi = \varphi_{\scriptscriptstyle 0}, \qquad v = v_{\scriptscriptstyle m}$

v_m为v的平均值。大量计算表明,这些量对h'的计算结果不敏感。

(2) ω_x 在高空变化不大,近似等于再入时的滚速 ω_x 。因此式 (16) 积分的初始高度 可选在第一次滚转共振后的某一高度 h_0 (本文取 $h_0 \approx 40$ 公里)。相应初始条件为

$$\omega_{x_0} = \omega_{x_e} \qquad v_0 = v_e e^{-\frac{K_0}{2}} e^{-\beta h_0}$$

$$\beta = \frac{1}{7320} \quad 1/m, \qquad K_0 = -\frac{C_x s \rho_0}{m\beta \sin \theta}$$
(17)

式中 v. 为再入点速度, θ为速度倾角, ρ。为地面大气密度。

记

$$B_{1} = \frac{mC_{n}^{*}\eta_{0}C_{2}\sin\varphi_{0}}{I_{x}C_{x1}} \qquad B_{2} = \frac{mm_{x'}^{*}l^{2}}{I_{x}C_{x1}v_{m}}$$
(18)

则式(16)可写为

$$\dot{\omega}_{x} = -(B_{1} + B_{2}\omega_{x})\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$
(19)

积分得

$$\frac{1}{B_2} \ln \frac{B_1 + B_2 \omega_s}{B_1 + B_2 \omega_{s_0}} = v_0 - v_e e^{-\frac{K_0}{2} e^{-\beta \eta}}$$
(20)

或

$$h = -\frac{1}{\beta} \ln \left[-\frac{2}{K_0} \ln \left(\frac{v_0}{v_*} + \frac{1}{B_2 v_*} \ln \frac{B_1 + B_2 \omega_{x_0}}{B_1 + B_2 \omega_x} \right) \right]$$
(21)

令 ω,=0,便可由上式解得过零高度 h[•] 为

$$h^{*} = -\frac{1}{\beta} \ln \left[-\frac{2}{K_{0}} \ln \left(\frac{v_{0}}{v_{*}} + \frac{1}{B_{2}v_{*}} \ln \frac{B_{1} + B_{2}\omega_{r0}}{B_{1}} \right) \right]$$
(22)

上式即考虑滚动阻尼影响的过零高度公式。文献 [1] 的公式可由上式进一步简化得到。

考虑到 $m_{J'}^{*}$ 是一小量,则 $\frac{B_2}{B_1}$ 也是一小量,作如下的级数展开,并仅保留 $\frac{B_2}{B_1}$ 的一阶项,则

$$\frac{1}{v_{*}B_{2}}\ln\frac{B_{1}+B_{2}\omega_{x0}}{B_{1}}\approx\frac{1}{v_{*}B_{2}}\frac{B_{2}}{B_{1}}\omega_{x0}=\frac{I_{*}C_{x1}\omega_{x0}}{mC_{*}^{*}\eta_{0}C_{2}v_{*}\sin\varphi_{0}}$$
(23)

把式(23)代入(22)得

$$h^{\star} = -\frac{1}{\beta} \ln \left[-\frac{2}{K_0} \ln \left(\frac{v_0}{v_{\star}} + \frac{I_x C_{x1} \omega_{x0}}{m C_x^a \eta_0 C_2 v_{\star} \sin \varphi_0} \right) \right]$$
(24)

式中再近似取 v₀=v_e,则即得文献[1]中的过零高度公式。

由式(22)或(24)知,当弹头的质量 参数、气动参数与再入初始条件给定后, h^* 则是 η_0 与 φ_0 的函数。又由式(7)~ (9)知, η_0 与 φ_0 是由不对称量 Δy 、 Δx 、 m_{y_0} 、 m_{z_0} 确定的,因此当不对称量给定 后, h^* 随之确定。图3给出了 h^* 随 η_0 与 φ_0 变化的曲线。

3 横向速度增量与落点散布

滚速为零时, 配平升力 Y。可用 F。 表示为

$$Y_0 = C_n^* q_0 \eta_0 \cos \eta_0 \approx C_n^* q_0 \eta_0 = F_0$$
⁽²⁵⁾

注意到 q 的值是与 h · 有关,因此 F_0 也是 η_0 、 q_0 的函数。图 4 给出了 F_0 随 η_0 、 q_0 变化的曲线。

为了计算 F_0 在过零前后充分大的 时间间隔内产生的横向速度增量 $\Delta \overline{V}$, 选取计算坐标系 oy_{121} 在标准再入轨道 (设为直线)的法平面内,则有

$$\begin{cases} \Delta \overline{V} = \Delta V_{s} \overline{j}_{I} + \Delta V_{z} \overline{k}_{I} \\ \Delta V_{s} = \int_{t_{1}}^{t_{2}} \frac{F_{0}}{m} \cos \gamma(t) dt \\ \Delta V_{z} = \int_{t_{1}}^{t_{2}} \frac{F_{0}}{m} \sin \gamma(t) dt \end{cases}$$
(26)

式中积分区间 $[t_1t_2]$ 可以这样选取。设过 零时刻 t_0 选择 y_1 轴平行于 F_0 ,且 t_0-t_1 为过零前滚转一周的时间, t_2-t_0 为过零后滚动一周的时间。设在 $[t_1 t_2]$ 时间内 ω_r 为常值,且近似等于过零时刻的值,即

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{r} = \frac{F_{0}}{I_{r}}C_{2}\sin\varphi_{0} = -a \\ a = \left|\frac{F_{0}}{I_{r}}C_{2}\sin\varphi_{0}\right| \end{cases}$$
(27)

不妨取 t1=0,则易解得

$$\begin{cases} t_0 = \sqrt{\frac{4\pi}{a}}, \quad \omega_x(t_1) = \sqrt{4a\pi} \\ \Delta V_y = \frac{2F_0}{m} Y_I(a), \quad \Delta V_z = \frac{2F_0}{m} Z_I(a) \end{cases}$$
(28)

84





图 5



$$\begin{cases} Y_I(a) = \int_0^{\sqrt{\frac{4\pi}{a}}} \cos\left(\frac{1}{2}at^2\right) dt \\ Z_I(a) = \int_0^{\sqrt{\frac{4\pi}{a}}} \sin\left(\frac{1}{2}at^2\right) dt \end{cases}$$

图 6 给出了 $Y_1(a)$ 、 $Z_1(a)$ 的函数曲线。

利用 F_0 、 Y_I 、 Z_I 的函数曲 线 (或函数表),可算得 ΔV_y 与 ΔV_z 或横向速度总增量 ΔV

$$\Delta V = \sqrt{(\Delta V_y)^2 + (\Delta V_z)^2}$$
(30)

由于 F_0 的方向在近似分 析中是无法确定的,因此近似 计算时不能完全确定落点的偏 离值,但是可以确定落点散布 椭圆。散布椭圆沿纵向的半轴 ΔL 与沿横向的半轴 ΔZ 可表 示为



$$\Delta L = \frac{h^* \Delta V}{v^* \sin \theta^* \sin \theta_f}$$

$$\Delta Z = \frac{h^* \Delta V}{v^* \sin \theta^*}$$
(31)

式中v·与 θ ·为过零高度处速度与倾角, θ_f 为落地时速度倾角,可表示为

$$v^{\star} = v_{\star} e^{-\frac{\kappa_{0}}{2} e^{-\beta h^{\star}}}; \quad \theta^{\star} = \theta_{\star} + \Delta \theta^{\star}; \quad \theta_{f} = \theta_{\star} + \Delta \theta_{f}$$
(32)

增量 $\Delta \theta$ · 与 $\Delta \theta_f$ 可由统计确定。

4 算例与结论

先利用近似式(22)、(26)、(30)造出函数

$$h^{\cdot} = h^{\cdot} (\eta_0 \varphi_0) \qquad F_0 = F_0 (\eta_0 \varphi_0)$$
$$Y_1 = Y_1(a) \qquad Z_1 = Z_1(a)$$

的函数表,然后就可以用式(28)~(32)计算滚速过零造成的落点散布。

为了说明上述近似公式的合理性,给出如下算例。设给定某一标准再入弹道,与4组 不对称量,先用近似公式算得相应的过零高度与落点散布,再用六自由度弹道仿真进行 比较。计算结果列于表1。

在比较表的计算结果时应注意:

(1)近似结果中 ΔL 与 ΔZ 不是指落点的偏离,而是散布椭圆的长短半轴,如图 7 示。 六自由度仿真结果的落点偏离是在散布椭圆的近旁。散布椭圆的长短半轴值表示了滚速 过零造成的落点偏离的数量级为 10² (m)。

85

(29)

(2)仿真结果的落点偏离散布椭圆的数量级为10(m)。 这是因为仿真计算的落点偏离是综合了初始角偏离、滚转 共振等因素的影响。这一结果也表明,滚速过零对落点散 布的影响是主要的。

主要结论:

_

(1) 出现过零现象的必要条件为

 $\sin\varphi_0 < 0 \qquad \vec{\mathrm{g}} \qquad 180^\circ < \varphi_0 < 360^\circ$

图 7

由于 9a 值是与不对称量的组合有关(式(7)、(9)),而不对称量又与再入过程的烧蚀有关,因此过零现象出现具有随机性。

(2)影响过零高度 h^{*}的主要量是 η₀, η₀ 越小 h^{*}也越小,因此要避免过零现象出现, 就要使 η₀ 值充分小,也即要控制再入烧蚀的均匀性。

-12 1			
不对称性	仿真结果	近似	结果
$\Delta y = 0.002(\%)$ $\Delta z = 0.004(\%)$ $m_{y0} = -0.0004$ $m_{z0} = -0.000262$	$h^{\bullet} = 10739.0(\%)$ $\Delta L = -136.7(\%)$ $\Delta z = 127.0(\%)$	$h^{\bullet} = 9873.4(\%)$ $\Delta L = 279.2(\%)$ $\Delta z = 115.8(\%)$	$\varphi_0 = 273.5^\circ$ $\eta_0 = 0.17220^\circ$
$\Delta y = 0.002(\%)$ $\Delta z = 0.004(\%)$ $m_{y0} = -0.0006$ $m_{z0} = -0.000662$	$h^{\bullet} = 15417.2(\%)$ $\Delta L = 83.2(\%)$ $\Delta z = -212.2(\%)$	$h^* = 15165.0(\%)$ $\Delta L = 416.8(\%)$ $\Delta z = 172.9(\%)$	$\varphi_0 = 270.5^\circ$ $\eta_0 = 0.33572^\circ$
$\Delta y = 0.002(\%)$ $\Delta z = 0.004(\%)$ $m_{y0} = -0.0005$ $m_{z0} = -0.00046$	$h^* = 13517.0(\%)$ $\Delta L = 103.6(\%)$ $\Delta z = -186.1(\%)$	$h^* = 13166.0(*)$ $\Delta L = 365.1(*)(*)$ $\Delta z = 151.4(*)$	$\varphi_0 = 272.2^\circ$ $\eta_0 = 0.25980^\circ$
$\Delta y = 0.002(\%)$ $\Delta z = 0.004(\%)$ $m_{y0} = -0.00015$ $m_{z0} = -0.000977$	$h^{\bullet} = 16116.0(\%)$ $\Delta L = -338.5(\%)$ $\Delta z = 179.7(\%)$	$h^{\bullet} = 15518.0(*)$ $\Delta I_{*} = 483.6(*)$ $\Delta z = 204.4(*)$	$\varphi_0 = 301.2^\circ$ $\eta_0 = 0.41814^\circ$

参考文献

- 1 赵汉元. 大气飞行器姿态动力学. 长沙:国防科技大学出版社, 1987
- 2 程国采.不对称再入弹头滚动共振特性的研究.国防科技大学学报,1982
- 3 程国采.旋转弹头动态特性的研究.工学学报,1978
- 4 D H Platus. Ballistic Re-entry Vehicle Flight dynamics. J. Guidance, 1982, 5(1)

(下转79页)



参考文献

- 1 张金槐.线性模型参数估计及其改进.长沙:国防科技大学出版社,1992
- 2 张金槐等.飞行器试验统计学(下册).长沙:国防科技大学出版社,1984年
- 3 T. Trn. JZaborsky. A practical non-diverging filter. AIAA Jour. 1970,8
- 4 K A Myers, B D Tapley, Adaptive Sequential Estimation with unknown noise Statistics. IEEE Tran vol. AC-21,1976
- 5 P D Jr Abramson. Simutaneous Estimation of the State and Noise Statistics in Liear Dynamic Systems. MIT TE-25,10, may, 1968
- 6 C T Leondes, J O Pearson. A Survey of Kalman Filtering of Systems with Parameter Uncertainties. IEEE AC-vol. 17, 1973

Some Thoughts on Adaptive Filtering Technique

Zhang Jinhuai

(Department of Automatic Control)

Abstract

This paper discusses the exceptional phenomeina for using kalman filter in nsual engineering practice. At first, we start from detection of the anomaly of filtering to construct the algorithm for adaptive setimation. Then, for decay mamory filtering, We give an adaptive estimation of decay factor. About the dynamic model and observational model with unknown noise statistics, We design ML-estimation with recursive algorithm. Some approaches of constructing adaptive filtering are also considered at the same time.

key words kalman Filter, adaptive filtering

(上接 86 页)

Zero Roll-Rate and Impact Dispersion of Ballistic Re-entry Missiles

Huang Zhengui (Department of Automatic Control)

Abstract

One of the greatest impact dispersion is caused by zero roll-rate for spinning missiles during their re-entry flights. The mechanism of roll-rate through zero is analysed. The altitude of zero roll-rate for including roll damping influence and the impact dispersion as a result of zero roll-rate are formulaed. Finally, we compare six degrees of freedom simulation results of ballistic re-entry missiles motion with the computing results of approximate formula. The comparison shows the feasibility of the approximate analysis.

Key works spinning re-entry, trim state, zero roll-rate altitude, impact dispersion