

复合材料的弹性常数与损伤的直接测试*

杨光松 朱恒伟 陆寅初

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘要 本文将复合材料细观力学和复合材料微裂纹损伤理论与直接测试方法结合起来,在一次加载条件下直接测得复合材料结构件的弹性常数和损伤变量随外载的变化规律,从而可避免直接测试方法的多次加载的困难。由碳纤维/环氧复合材料圆筒壳的轴压实验的直接测试所得结果比较合理,表明该方法是合理可靠的,特别是在加载条件下直接测得复合材料结构件的损伤发展规律之后,可将复合材料微裂纹损伤理论直接用于工程结构件的动态损伤监测。

关键词 复合材料, 细观力学, 损伤力学, 直接测试

分类号 V250.1;O346.5

对于由复合材料制成的工程结构件,由于制造工艺复杂,其实际的材料弹性常数与标准试件测得的弹性常数往往相差很大。这是导致复合材料工程结构的整体力学分析很难与实验结果相符的主要困难之一。直接测试(又称一次测试)方法就是通过复合材料结构件本身的实验测试数据来确定其材料性能,从而避免非同一工艺条件所引起的材料性能的差异。

直接测试方法^[1]是对实际工程构件在不同加载条件下进行多点一次测试来确定材料的弹性常数,因而又被称为一次测试方法^[2]。我们成功地将复合材料细观力学与直接测试方法结合起来,在一次加载条件下直接测得复合材料结构件的弹性常数,将多次加载的一次直接测试推广发展为一次加载多点多次测试,使其适用面更广。特别是该方法可与损伤力学的复合材料微裂纹损伤理论^[3]相结合,用于测试工程结构件内部损伤引起的刚度下降,从而可方便地测得损伤的发展规律。这对于实现实际工程结构件的损伤分析具有重要意义。

1 复合材料弹性常数的一次直接测试方法

由于多次加载容易导致材料内部损伤,因而直接测试材料常数时的加载次数应越少越好,而且实际上的工程结构件往往是承受某一种外载条件。因此,结合工程结构件的实际受载条件来测试为最好,以便实现复合材料工程结构件的整体损伤分析和动态损伤

* 1993年12月10日收稿

监测，但需注意的是，独立加载次数太少又很难完全确定所需的材料弹性常数。我们以碳/环氧复合材料圆柱壳为实例，将复合材料微观力学与一次测试方法相结合，从而可在一种外载条件下直接测试复合材料工程结构件的弹性常数，不妨称这种方法为一次直接测试方法。

由复合材料细观力学分析可知，材料的工程常数为^[4]

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (1a)$$

$$\nu_{TL} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \quad (1b)$$

$$\frac{1 + V_T^b}{E_T} = \frac{1}{E_f} + \frac{V_T^b}{E_m} \quad (1c)$$

$$\frac{1 + V_S^b}{G_T} = \frac{1}{G_f} + \frac{V_S^b}{G_m} \quad (1d)$$

式中： E_f 、 ν_f 、 G_f 分别为纤维材料的弹性模量、泊松比及剪切模量；

E_m 、 ν_m 、 G_m 分别为基体材料的弹性模量、泊松比及剪切模量；

E_L 、 E_T 、 ν_{TL} ， G_{LT} 分别为复合材料单层板主方向的弹性模量、泊松比及剪切模量；

V_f 为纤维的体积含量； V_T^b 、 V_S^b 分别为横向和剪切折合基体纤维体积比。

(1a) 式和 (1b) 式为复合材料细观力学串联模型结果，(1c) 和 (1d) 式为修正并联模型结果。式中的折合体积比等参数为

$$V_T^b = \eta_r V^b, \quad V_S^b = \eta_s V^b, \quad V^b = \frac{V_m}{V_f}, \quad V_m + V_f = 1 \quad (2)$$

式中： η_r 、 η_s 分别为横向和剪切应力分配参数（平均基体应力与平均纤维应力之比）； V^b 为基体与纤维的体积比； V_m 为基体的体积含量。应力分配参数的取值范围为：

$$0 \leq \eta_r, \eta_s \leq 1 \quad (3)$$

显见，当应力分配参数为 1 时有：

$$V_T^b = V_S^b = V^b \quad (4)$$

此时(1c)式横向拉伸模量与(1d)式剪切模量简化为通常的并联模型结果。

由(1)式和(2)式可见，影响材料弹性性能的主要因素为纤维的体积含量 V_f 。假设实际工程结构件的材料工程常数为

$$\begin{cases} E'_L = E_f V'_f + E_m (1 - V'_f); & \nu'_{TL} = \nu_f V'_f + \nu_m (1 - V'_f) \\ \frac{1 + V'_T}{E'_T} = \frac{1}{E_f} + \frac{V'_T}{E_m}; & \frac{1 + V'_S}{G'_T} = \frac{1}{G_f} + \frac{V'_S}{G_m} \end{cases} \quad (5)$$

式中： V'_f 为结构件的等效纤维体积含量； V'_T 、 V'_S 分别为横向和剪切等效折合基体纤维体积比。

且有

$$E'_L = \eta_1 E_L, \quad \nu'_{TL} = \eta_2 \nu_{TL}, \quad E'_T = \eta_3 E_T, \quad G'_{TL} = \eta_4 G_{TL} \quad (6)$$

式中：

$$\begin{cases} \eta_1 = 1 + \left(1 - \frac{E_m}{E_L}\right) \Delta_1; & \eta_2 = 1 + \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{TL}}\right) \Delta_1; \\ \eta_3 = 1 + \left(1 - \frac{E_T}{E_m}\right) \Delta_3; & \eta_4 = 1 + \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m}\right) \Delta_4 \end{cases} \quad (7)$$

上式中的待定常数

$$\begin{cases} \Delta_1 = \frac{V_f' - V_f}{V_f}; & \Delta_3 = \frac{V_T^b \Delta_T}{1 + V_T^b - \frac{E_T}{E_m} V_T^b \Delta_T}; & \Delta_T = \frac{V_T^b - V_T^b'}{V_T^b}; \\ \Delta_4 = \frac{V_s^b \Delta_s}{1 + V_s^b - \frac{G_{LT}}{G_m} V_s^b \Delta_s}; & \Delta_s = \frac{V_s^b - V_s^b'}{V_s^b} \end{cases} \quad (8)$$

式中： Δ_1 为纤维体积含量改变量； Δ_T 、 Δ_s 分别为横向和剪切折合基体纤维体积比改变量。

当纤维体积含量引起的横向和剪切应力分配参数的变化规律相同时，即

$$\eta_T'/\eta_T = \eta_s'/\eta_s \quad (9a)$$

则有

$$\Delta_T = \Delta_s = \Delta_2 \quad (9b)$$

显见，对于通常的并联模型($\eta_T = \eta_s = 1$)， Δ_2 简化为

$$\Delta_2 = \frac{V^b - V^b'}{V^b} \quad (9c)$$

即为基体纤维体积比改变量。

单层板的刚度系数为

$$\begin{cases} Q'_{LL} = \frac{\eta_1^2 E_L}{\eta_1 - \eta_2^2 \eta_3 \nu_{LT} \nu_{TL}}; & Q'_{LT} = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 \nu_{TL} E_T}{\eta_1 - \eta_2^2 \eta_3 \nu_{LT} \nu_{TL}}; \\ Q'_{TT} = \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3 E_T}{\eta_1 - \eta_2^2 \eta_3 \nu_{LT} \nu_{TL}}; & Q'_{SS} = \eta_4 G_{LT} \end{cases} \quad (10)$$

以 $[\pm 45^\circ/0^\circ/\mp 45^\circ]$ 铺层的碳/环氧复合材料圆柱壳体构件为例，其面内模量为

$$\begin{cases} A'_{11} = \frac{h}{5} [2Q'_{LL} + Q'_{TT} + 2Q'_{LT} + 4Q'_{SS}]; \\ A'_{22} = \frac{h}{5} [Q'_{LL} + 2Q'_{TT} + 2Q'_{LT} + 4Q'_{SS}]; \\ A'_{12} = \frac{h}{5} [Q'_{LL} + Q'_{TT} + 3Q'_{LT} - 4Q'_{SS}]; \\ A'_{66} = \frac{h}{5} [Q'_{LL} + Q'_{TT} - 2Q'_{LT} + Q'_{SS}]; \\ A'_{16} = A'_{26} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中： h 为圆柱壳厚度。

直接将上式用于一次测试方法，需迭代计算，求解比较困难。由于工程构件与单片试件的工艺条件相差不大，纤维体积含量变化也不大，待定常数 Δ 为一小量，因此可取一次近似进行分析计算。

由 (10) 式，单层板的刚度系数为

$$Q'_{LL} = \left\{ 1 + \frac{\left[(1 - 2\nu_{LT}\nu_{TL}) \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) + 2 \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) \nu_{LT}\nu_{TL} \right] \Delta_1 - \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{\nu_{LT}\nu_{TL} V_T^b}{1 + V_T^b} \Delta_2}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \right\} Q_{LL} \quad (12a)$$

$$Q_{TT} = \left\{ 1 + \frac{\nu_{LT}\nu_{TL} \left[2 \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) - \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) \right] \Delta_1 - \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1 + V_T^b} \Delta_2}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \right\} Q_{TT} \quad (12b)$$

$$Q_{LT} = \left\{ 1 + \frac{\left[-\nu_{LT}\nu_{TL} \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) + \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) (1 + \nu_{LT}\nu_{TL}) \right] \Delta_1 - \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1 + V_T^b} \Delta_2}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \right\} Q_{LT} \quad (12c)$$

$$Q_{SS} = \left\{ 1 - \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m} \right) \frac{V_T^b}{1 + V_T^b} \right\} Q_{SS} \quad (12d)$$

式中 Q_{ij} ($i, j=L, T, S$) 为单片试件 ($\Delta_1=0, \Delta_2=0$) 时单层板刚度系数。

由(11)式, 该复合材料层合壳的面内模量为

$$\begin{cases} A'_{11} = A_{11} + a_1\Delta_1 + b_1\Delta_2; & A'_{22} = A_{22} + a_2\Delta_1 + b_2\Delta_2 \\ A'_{12} = A_{12} + a_3\Delta_1 + b_3\Delta_2; & A'_{66} = A_{66} + a_4\Delta_1 + b_4\Delta_2 \end{cases} \quad (13)$$

式中 A_{ij} ($i, j=1, 2, 6$) 为单片试件材料常数求得的面内模量。

上式中的常数 a_i, b_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为

$$\begin{aligned} a_1 = & \frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [2Q_{LL} - \nu_{LT}\nu_{TL}(4Q_{LL} + Q_{TT} + 2Q_{LT})] \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) \right. \\ & \left. + 2[Q_{LT} + \nu_{LT}\nu_{TL}(2Q_{LL} + Q_{TT} + Q_{LT})] \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} a_2 = & \frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [Q_{LL} - 2\nu_{LT}\nu_{TL}(Q_{LL} + Q_{TT} + Q_{LT})] \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) \right. \\ & \left. + 2[Q_{LT} + \nu_{LT}\nu_{TL}(Q_{LL} + 2Q_{TT} + Q_{LT})] \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} a_3 = & \frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [Q_{LL} - \nu_{LT}\nu_{TL}(2Q_{LL} + Q_{TT} + 3Q_{LT})] \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) \right. \\ & \left. + [3Q_{LT} + \nu_{LT}\nu_{TL}(2Q_{LL} + 2Q_{TT} + 3Q_{LT})] \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (14c)$$

$$\begin{aligned} a_4 = & \frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [Q_{LL} - \nu_{LT}\nu_{TL}(2Q_{LL} + Q_{TT} - 2Q_{LT})] \left(1 - \frac{E_m}{E_L} \right) \right. \\ & \left. + 2[-Q_{LT} + \nu_{LT}\nu_{TL}(Q_{LL} + Q_{TT} - Q_{LT})] \left(1 - \frac{\nu_m}{\nu_{LT}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (14d)$$

$$\begin{aligned} b_1 = & -\frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [2\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + Q_{TT} + 2Q_{LT}] \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1 + V_T^b} \right. \\ & \left. + 4(1 - \nu_{LT}\nu_{TL}) \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m} \right) \frac{V_S^b}{1 + V_S^b} Q_{SS} \right\} \end{aligned} \quad (14e)$$

$$\begin{aligned} b_2 = & -\frac{h}{5(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + 2Q_{TT} + 2Q_{LT}] \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1 + V_T^b} \right. \\ & \left. + 4(1 - \nu_{LT}\nu_{TL}) \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m} \right) \frac{V_S^b}{1 + V_S^b} Q_{SS} \right\} \end{aligned} \quad (14f)$$

$$b_3 = -\frac{h}{5(1-\nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + Q_{TT} + 3Q_{LT}] \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1+V_T^b} \right. \\ \left. - 4(1-\nu_{LT}\nu_{TL}) \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m} \right) \frac{V_S^b}{1+V_S^b} Q_{SS} \right\} \quad (14g)$$

$$b_4 = -\frac{h}{5(1-\nu_{LT}\nu_{TL})} \left\{ [\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + Q_{TT} - 2Q_{LT}] \left(1 - \frac{E_T}{E_m} \right) \frac{V_T^b}{1+V_T^b} \right. \\ \left. + (1-\nu_{LT}\nu_{TL}) \left(1 - \frac{G_{LT}}{G_m} \right) \frac{V_S^b}{1+V_S^b} Q_{SS} \right\} \quad (14h)$$

假设由单片试件确定的层合壳体中面变形本构关系为

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_s \\ N_{xs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_s \\ \gamma_{xs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{22} \\ A_{12} \\ A_{66} \end{bmatrix} \quad (15)$$

将实际测试的中面变形本构关系记为

$$\begin{bmatrix} N'_x \\ N'_s \\ N'_{xs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'_{11} \\ A'_{22} \\ A'_{12} \\ A'_{66} \end{bmatrix} \quad (16)$$

则合力改变量 $\{\Delta N_x\} = \{N'_x\} - \{N_x\}$ 与待定常数之间的关系为

$$\begin{bmatrix} \Delta N'_x \\ \Delta N'_s \\ \Delta N'_{xs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

假设有 M 个测量点, 将上式扩展为

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta N'_x \\ \Delta N'_s \\ \Delta N'_{xs} \end{bmatrix}^{(1)} \\ \begin{bmatrix} \Delta N'_x \\ \Delta N'_s \\ \Delta N'_{xs} \end{bmatrix}^{(2)} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} \Delta N'_x \\ \Delta N'_s \\ \Delta N'_{xs} \end{bmatrix}^{(M)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix}^{(1)} \\ \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix}^{(2)} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_s & 0 \\ 0 & \epsilon_s & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xs} \end{bmatrix}^{(M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_4 & b_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

将上式记成简单矩阵形式: $[\Delta N] = [F][\Delta]$ (19)

根据最小二乘法原理, 得: $[\Delta] = [[F]^T[F]]^{-1}[F]^T[\Delta N]$ (20)

通过上式求得待定常数 Δ_1, Δ_2 , 再由(5)至(8)式即可确定材料的弹性常数。

碳/环氧复合材料圆柱壳试件中面半径 R 为 0.1 米、厚度 h 为 0.96 毫米。

碳纤维和环氧树脂的材料常数为

$$\begin{cases} E_f = 230.0\text{GPa}, & E_m = 2.1\text{GPa}, G_f = 94.26\text{GPa}, \\ G_m = 0.78\text{GPa}, & \nu_f = 0.22, \nu_m = 0.35 \end{cases} \quad (21)$$

根据单片试件试验给出的弹性常数为^[5]

$$\begin{cases} E_L = 106.9\text{GPa}, & E_T = 8.061\text{GPa}, \\ G_{LT} = 4.531\text{GPa}, & \nu_{LT} = 0.29 \end{cases} \quad (22)$$

单片试件的单层板刚度系数为

$$\begin{cases} Q_{LL} = 107.6\text{GPa}, & Q_{TT} = 8.112\text{GPa}, \\ Q_{LT} = 2.353\text{GPa}, & Q_{SS} = 4.531\text{GPa} \end{cases} \quad (23)$$

该复合材料层合壳的面内模量为

$$\begin{cases} A_{11} = 72.875\text{MPa} \cdot \text{m}, & A_{22} = 43.428\text{MPa} \cdot \text{m}, \\ A_{12} = 31.005\text{MPa} \cdot \text{m}, & A_{66} = 84.185\text{MPa} \cdot \text{m} \end{cases} \quad (24)$$

由(1)式可确定纤维体积分数和有效折合基体纤维体积比等常数

$$\begin{cases} V_f = 0.457, & V^b = 1.188, & V_T^b = 0.704, \\ V_s^b = 0.367, & \eta_T = 0.593, & \eta_s = 0.309 \end{cases} \quad (25)$$

取圆柱壳正中截面轴对称部位两点处内外表面测试实验数据, 如表 1 所示。

表 1 碳/环氧复合材料圆柱壳轴压实验数据

轴压 (kg)	轴向应变	环向应变	轴压 (kg)	轴向应变	环向应变
0	0	0	5000	-3066	1699
500	-322	180	5500	-3396	1884
1000	-607	340	6000	-3732	2074
1500	-891	500	6500	-4065	2262
2000	-1171	655	7000	-4398	2468
2500	-1482	824	7500	-4719	2600
3000	-1796	997	8000	-5036	2868
3500	-2105	1158	8500	-5353	3055
4000	-2422	1333	9000	-5677	3246
4500	-2747	1516	9500	-6023	3457

由于 0~3000kg 的数据点基本上成线弹性关系, 计算时取这一阶段的实验数据, 并将两个测试点的内外表面数据平均后作为中面上的应变。其计算结果为

$$\begin{cases} \Delta_1 = -0.3676, & \Delta_2 = -0.3502, & \eta_1 = 0.6441, \\ \eta_2 = 1.0761, & \eta_3 = 1.1984, & \eta_4 = 1.2439 \end{cases} \quad (26)$$

因此该碳/环氧复合材料圆柱壳结构件的实际工程常数为

$$E_L = 68.8558\text{GPa}, E_T = 9.6601\text{GPa}, \nu_{LT} = 0.312, G_{LT} = 5.6363\text{GPa} \quad (27)$$

单层板刚度系数为

$$Q_{LL} = 70.9441\text{GPa}, Q_{LT} = 3.1060\text{GPa}, Q_{TT} = 9.9530\text{GPa}, Q_{SS} = 5.6363\text{GPa} \quad (28)$$

圆柱壳面内模量为

$$\begin{aligned} A_{11} &= 33.2301\text{MPa} \cdot \text{m}, & A_{12} &= 12.4513\text{MPa} \cdot \text{m}, \\ A_{22} &= 22.0077\text{MPa} \cdot \text{m}, & A_{66} &= 14.7791\text{MPa} \cdot \text{m} \end{aligned} \quad (29)$$

材料的实际工程常数、单层板刚度系数和圆柱壳面内模量的一次直接测试结果与单片试件测试结果的误差比较见表 2。其相对误差均在 35.6% 以内，表明该碳/环氧复合材料圆柱壳结构件的实际工程常数确实与单片试件试验给出的弹性常数相差较大，一次直接测试结果也是比较合理的。

表 2 单片试件测试结果与一次直接测试结果的误差比较

工程常数	E_L	R_T	ν_{LT}	G_{LT}
误差%	-35.59	7.61	19.84	24.39
面内刚度	Q_{LL}	Q_{LT}	Q_{TT}	Q_{SS}
误差%	-34.07	32.00	22.70	24.39
面内模量	A_{11}	A_{12}	A_{22}	A_{66}
误差%	-26.63	-35.33	-18.44	-30.48

2 损伤的一次直接测试方法

仍以碳/环氧复合材料圆柱壳为实例，将复合材料微裂纹损伤理论与一次测试方法相结合，从而可在一种外载条件下动态监测复合材料工程结构件的损伤发展状态、直接测得复合材料工程结构件的损伤发展规律。

纤维增强复合材料的内部损伤，往往导致复合材料构件的刚度下降，对于存在沿纤维方向分布微裂纹等缺陷的损伤情形，根据纤维增强微裂纹损伤理论，损伤柔度系数为^[6]

$$\begin{cases} \bar{a}_{11} = a_{11} = \frac{1}{E_L}; & \bar{a}_{21} = \bar{a}_{12} = a_{12} = -\frac{\nu_{TL}}{E_L} = -\frac{\nu_{LT}}{E_T}; \\ \bar{a}_{22} = a_{22}(1 + \omega_1\beta_{yy}) = \frac{1 + \omega_1\beta_{yy}}{E_T}; & \bar{a}_{66} = a_{66}(1 + \omega_2\beta_{rr}) = \frac{1 + \omega_2\beta_{rr}}{G_{LT}} \end{cases} \quad (30)$$

式中： ω_1 、 ω_2 分别为 I（拉伸）、II（剪切）型损伤变量。

常数 β_{yy} 和 β_{rr} 为

$$\beta_{yy} = 2B \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}}, \quad \beta_{rr} = 2B \frac{a_{11}}{a_{66}}, \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{\sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} + \frac{2a_{12} + a_{66}}{2a_{11}}} \quad (31)$$

有效泊松比为

$$\bar{\nu}_{TL} = -\frac{\bar{a}_{12}}{\bar{a}_{11}} = \nu_{TL}, \quad \bar{\nu}_{LT} = -\frac{\bar{a}_{21}}{\bar{a}_{22}} = \frac{\nu_{LT}}{1 + \omega_1\beta_{yy}} \quad (32)$$

单层板有效刚度系数为

$$\begin{cases} \bar{Q}_{LL} = \frac{E_L(1 + \omega_1\beta_{yy})}{1 + \omega_1\beta_{yy} - \nu_{LT}\nu_{TL}}, & \bar{Q}_{LT} = \frac{\nu_{TL}E_T}{1 + \omega_1\beta_{yy} - \nu_{LT}\nu_{TL}}, \\ \bar{Q}_{TT} = \frac{E_T}{1 + \omega_1\beta_{yy} - \nu_{LT}\nu_{TL}}, & \bar{Q}_{SS} = \frac{G_{LT}}{1 + \omega_2\beta_{rr}} \end{cases} \quad (33)$$

如果直接将上式用于损伤的一次直接测试,仍需要迭代计算,求解比较困难。由于损伤变量为一小量,同样可取一次近似进行分析计算。上式可简化为

$$\begin{cases} \bar{Q}_{LL} = \left[1 - \frac{\nu_{LT}\nu_{TL}\beta_{yy}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}\omega_1\right]Q_{LL}, & \bar{Q}_{LT} = \left[1 - \frac{\beta_{yy}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}\omega_1\right]Q_{LT} \\ \bar{Q}_{TT} = \left[1 - \frac{\beta_{yy}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}}\omega_1\right]Q_{TT}, & \bar{Q}_{SS} = [1 - \beta_{yy}\omega_2]Q_{SS} \end{cases} \quad (34)$$

仍以 $[\pm 45^\circ/0^\circ/\mp 45^\circ]$ 铺层的碳/环氧树脂复合材料圆柱壳构件的轴压试验为例。如果层间界面分层损伤影响较小,则其有效面内模量为

$$\begin{cases} \bar{A}_{11} = \frac{h}{5}[2\bar{Q}_{LL} + \bar{Q}_{TT} + 2\bar{Q}_{LT} + 4\bar{Q}_{SS}], & \bar{A}_{22} = \frac{h}{5}[\bar{Q}_{LL} + 2\bar{Q}_{TT} + 2\bar{Q}_{LT} + 4\bar{Q}_{SS}], \\ \bar{A}_{12} = \frac{h}{5}[\bar{Q}_{LL} + \bar{Q}_{TT} + 3\bar{Q}_{LT} - 4\bar{Q}_{SS}], & \bar{A}_{66} = \frac{h}{5}[\bar{Q}_{LL} + \bar{Q}_{TT} - 2\bar{Q}_{LT} + \bar{Q}_{SS}] \\ \bar{A}_{16} = \bar{A}_{26} = 0 \end{cases} \quad (35)$$

将(34)式代入上式,简化为

$$\begin{cases} \bar{A}_{11} = A_{11} + c_1\omega_1 + d_1\omega_2, & \bar{A}_{22} = A_{22} + c_2\omega_1 + d_2\omega_2 \\ \bar{A}_{12} = A_{12} + c_3\omega_1 + d_3\omega_2, & \bar{A}_{66} = A_{66} + c_4\omega_1 + d_4\omega_2 \end{cases} \quad (36)$$

上式中的常数 $c_i, d_i (i=1,2,3,4)$ 为

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{h}{5} \frac{2\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + Q_{TT} + 2Q_{LT}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \beta_{yy} \\ c_2 = -\frac{h}{5} \frac{\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{LL} + 2Q_{TT} + 2Q_{LT}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \beta_{yy} \\ c_3 = -\frac{h}{5} \frac{\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{TL} + Q_{TT} + 3Q_{LT}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \beta_{yy} \\ c_4 = -\frac{h}{5} \frac{\nu_{LT}\nu_{TL}Q_{TL} + Q_{TT} - 2Q_{LT}}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \beta_{yy} \\ d_1 = -\frac{h}{5} 4\beta_{yy}Q_{SS}, & d_2 = -\frac{h}{5} 4\beta_{yy}Q_{SS} \\ d_3 = \frac{h}{5} 4\beta_{yy}Q_{SS}, & d_4 = -\frac{h}{5} 4\beta_{yy}Q_{SS} \end{cases} \quad (37)$$

合力改变量记为

$$[\Delta \bar{N}_i] = [\bar{N}_i] - [N_i] \quad (38)$$

则合力改变量与损伤变量之间的关系为

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{N}_1 \\ \Delta \bar{N}_2 \\ \Delta \bar{N}_{3,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & \epsilon_x & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \\ c_3 & d_3 \\ c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

如同弹性常数的一次直接测试方法一样,假设有 M 个测量点,将上式扩展为

$$\begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \Delta \bar{N}_x \\ \Delta \bar{N}_y \\ \Delta \bar{N}_{xy} \end{array} \right]^{(1)} \\ \left[\begin{array}{c} \Delta \bar{N}_x \\ \Delta \bar{N}_y \\ \Delta \bar{N}_{xy} \end{array} \right]^{(2)} \\ \dots \\ \left[\begin{array}{c} \Delta \bar{N}_x \\ \Delta \bar{N}_y \\ \Delta \bar{N}_{xy} \end{array} \right]^{(M)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc} \epsilon_x & 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & \epsilon_x & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xy} \end{array} \right]^{(1)} \\ \left[\begin{array}{cccc} \epsilon_x & 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & \epsilon_x & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xy} \end{array} \right]^{(2)} \\ \dots \\ \left[\begin{array}{cccc} \epsilon_x & 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & \epsilon_x & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{xy} \end{array} \right]^{(M)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & d_1 \\ c_2 & d_2 \\ c_3 & d_3 \\ c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (40)$$

将上式记成简单矩阵形式：

$$[\Delta \bar{N}] = [F][\omega] \quad (41)$$

根据最小二乘法原理，可求得损伤变量为

$$[\omega] = [[F]^T[F]]^{-1}[F]^T[\Delta \bar{N}] \quad (42)$$

同弹性常数的一次直接测试方法一样，仍取圆柱壳正中截面轴对称部位两点处内外表面测试实验数据，如表 1 所示。所求损伤变量的计算结果如图 1 和图 2 所示，有以下特征：

(1) 在 0~3000kg 的线弹性阶段没有损伤产生，外载达到 3000kg 后损伤逐渐发展。

(2) 拉伸型损伤变量的最大值为 0.8 左右，剪切型损伤变量的最大值为 0.16 左右，表明碳/环氧复合材料圆柱壳在轴压作用下损伤量较小。

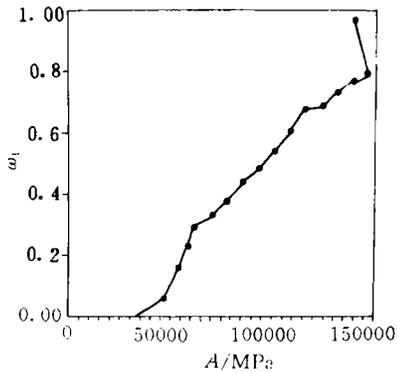


图 1 拉伸 (I) 型损伤变量 ω_1 的变化规律

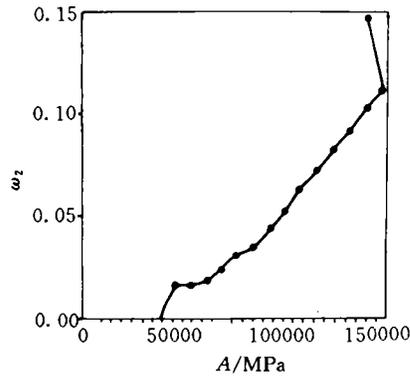


图 2 剪切 (I) 型损伤变量 ω_2 的变化规律

(3) 图中的损伤发展时而增大、时而减小，其主要原因可能是当载荷较大时的应力松弛影响较大。由于损伤量本身较小，而应变采集点较多，读数占用时间不同则会产生一定的松弛变形影响。但是总的趋势仍是随着载荷的增加，损伤不断增大。

(4) 加载至最大载荷 (9500kg) 时 (该类型圆柱壳的轴压失稳临界值为 9600kg 左右)，松弛卸载 (至 9000kg) 后的损伤增大较快，表明应力松弛的影响确实较大。

由一次直接测试方法得到损伤的发展规律之后,即可结合有关微裂纹损伤理论对该碳纤维/环氧复合材料圆柱壳结构件进行损伤分析。

参 考 文 献

- 1 Kavanagh K T. Extension of Classical Experimental Technique for Characterizing Composite Material Behavior. Society for Experimental Stress Analysis, 1970
- 2 黄炎,李种馥,杨光松. 复合材料弹性常数的直接测试. 国防科技大学学报, 1984, 6 (1)
- 3 杨光松,周明,玻璃纤维增强复合材料的损伤分析. 国防科技大学学报. 1988, 11 (3)
- 4 Tsai S W and Gahn H T. Introduction to Composite Materials. Technomic Publishing Company, 1976
- 5 Yang Guang song, Zhang Zhong, Wu De long. Experiments and Analysis on Stress concentration and Bukling of Cylindrical Composite Shells with Cutout Under Axial Load. Proc of ISCMS/2, Beihing, Ed by C T Sun and T T Loo; 1004-1011 (1992)
- 6 杨光松,陆寅初. 纤维增强复合材料微裂纹损伤理论. 北京大学出版社,第17届国际理论与应用力学大会中国学者论文集锦,1988

Direct Measurements of Elastic Constants and Internal Damage in Composite Materials

Yang Guangsong Zhu Henwei Lu Yinchu
(Department of Stronautics Technology)

Abstract

In this paper, the elastic constants and damage evolution laws in composite materials are measured directly under one time loading condition with the assistant of micromechanics of composite materials and microcrack damage theory. The obtained results of the axial compression experiments of carbon Epoxy Composite cylinders are reasonable and reliable, and the direct measuring results can be conveniently used to analyse the mechanical behavior and monitor the internal damage development in practical structure composite materials.

Key words composite materials, micromechanics, damage mechanics, direct measurement