国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第17卷第1期 1995年3月 Vol. 17 No. 1

多比特信息分布式检测优化研究*

谢 红 卫
(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

摘 要 本文拓展了通常意义下多传感器组网分布式检测模型，允许各传感器向融合中心传输多比特信息。给出了Kullback分辨率意义下，确定最优多比特信息的方法，以利于改善系统检测性能。数值结果表明，多比特信息分布式检测方案是可行的。

关键词 多比特，分布式，检测，优化

分类号 TN911.23

1 问题的提出

如图1所示的 N 个传感器并行组网的检测网，其分布式检测(二元假设检验)的优化问题，已由[1,2]作了详细的研究。通常意义下的分布式检测模型，认定各局部判决器 (DM_i) 只向融合中心传输局部"硬"判决结果 $u_i=\{0, 1\}$，分别表示根据局部采样 y_i 判定竞择假设 H^0 或 H^1 为真。在此通信规程约束下，待传输的信息只占1比特，因而能减轻组网检测对信道的压力。

其实，通信容量并不总是严格要求 u_i 只能占用1比特，因此本文将放宽通信约束，认定 (DM_i) 可以向融合中心传输描述局部采样 y_i 的多比特信息，而不仅仅局限于局部"硬"判决结果。在多比特信息条件下可以期望改善系统最终检测性能，扩展和丰富[1,2]的工作，以使我们的研究涵盖和描述更广泛的实际问题。

$u_i=\{0, 1\}$ 可以理解为对原始局部采样 $\{y_i\}$ 的数字化描述。由于 DM_i 采用LRT，因此它们表示充分统计量 $\Lambda_i(y_i)$ 分别取值于二个不同的区间 Ω_i^0, Ω_i^1，但无法提供 $\Lambda_i(y_i)$ 与门限间的距离信息，即无法提供局部判决的可信度信息。当 u_i 是 M 比特信息时，我们期望 DM_i 能提供关于 $\Lambda_i(y_i)$ 的更进一步的信息，更详细地描述采样 $\{y_i\}$，区分 $\Lambda_i(y_i)$ 取值的不同区间。为此，要求 DM_i 采用多门限工作，将 $\Lambda_i(y_i)$ 的取值域分解成 2^M 个区间，并输出相应的 u_i 值。这样融合中心的采样向量 $U=\{u_1, \cdots, u_n\}$ 将携带更多的信息。如何确定一定意义下的最优多门限工作方式正是本文要研究的。

DM_i 所采用门限组不同，将导致融合中心采样向量 U 的不同条件分布。于是，本章问题的一般性表述为：

* 1994年6月5日收稿

求取门限 $\lambda_i(j), i=1,\cdots n, j=1,\cdots, 2^M-1$，$\lambda_i(1)<\lambda_i(2)<\cdots<\lambda_i(2^M-1)$，使得相应的 $U=\{u_1, \cdots, u_n\}$ 能有效描述原始采样 $\{y_1,\cdots, y_n\}$，进一步改善系统最终检测性能。

上述表述中并没有给定衡量 U 为有效描述的准则。为使问题可解，本文将采用衡量检测性能的间接准则，即 Ali－Silvey 分辨距离[3]，使得条件分布 $P(U|H^0)$ 与 $P(U|H^1)$ 之间距离最大，因而最易分辨。这只是一种次优方案。

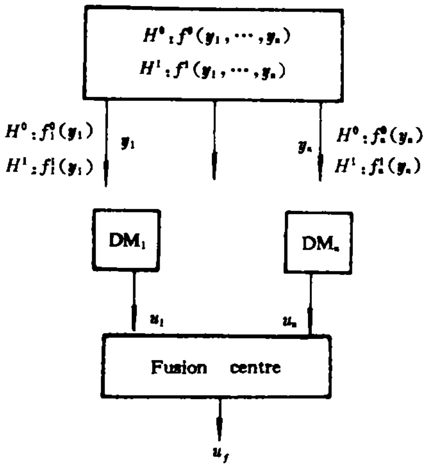

图 1　并行检测网

其次，我们认定多比特信息 u_i 在通常意义的分布式检测判决 u_i^* 的基础上获得，即认定局部二元判决 u_i^* 给定，因而 $\lambda_i(2^{M-1})$ 给定。此时 u_i 将可自然地解释为局部"软"判决，是对 u_i^* 细化和补充。DM$_i$ 的 2^M-1 个门限可重新标记为：

$$\begin{aligned}&\lambda_i^0(2^{M-1}-1) < \cdots < \lambda_i^0(1) < \lambda_i^0(0) = \lambda_i(0) \\ &= \lambda_i^1(0) < \lambda_i^1(1) < \cdots < \lambda_i^1(2^{M-1}-1)\end{aligned} \tag{1}$$

门限记号上标与 u_i^* 取值相对应。

2　多比特信息分布式检测优化

2.1　2 比特信息优化

当 DM$_i$ 可以传输 2 比特信息 u_i 时，$\Lambda_i(y_i)$ 的值域将被分为 4 个区间。相应的 1 比特局部判决信息 u_i^* 为：

$$\begin{cases}\Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^1 = \{\Lambda_i(y_i) \geqslant \lambda_i(0)\} \text{ 时，} u_i^* = 1(H^1 \text{ 真}) \\ \Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^0 = \{\Lambda_i(y_i) < \lambda_i(0)\} \text{ 时，} u_i^* = 1(H^0 \text{ 真})\end{cases} \tag{2}$$

于是 2 比特信息 u_i 对应于 Ω_i^1, Ω_i^0 的再分解，即

$$\begin{cases}\Omega_i^1 = \{\lambda_i^1(0) \leqslant \Lambda_i(y_i) < \lambda_i^1(1)\} \cup \{\Lambda_i(y_i) \geqslant \lambda_i^1(1)\} \\ \quad = \Omega_i^1(0) \cup \Omega_i^1(1) \\ \Omega_i^0 = \{\lambda_i^0(1) \leqslant \Lambda_i(y_i) < \lambda_i^1(0)\} \cup \{\Lambda_i(y_i) < \lambda_i^0(1)\} \\ \quad = \Omega_i^0(0) \cup \Omega_i^0(1)\end{cases} \tag{3}$$

u_i 的具体赋值无关紧要，不妨以二进制数标记之。其实际意义为：

$$u^i = \begin{cases}11 \quad (u_i^* = 1, \text{且具有高的可信度}) & \Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^1(1) \\ 10 \quad (u_i^* = 1, \text{且具有低的可信度}) & \Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^1(0) \\ 00 \quad (u_i^* = 0, \text{且具有低的可信度}) & \Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^0(0) \\ 01 \quad (u_i^* = 0, \text{且具有高的可信度}) & \Lambda_i(y_i) \in \Omega_i^0(1)\end{cases} \tag{4}$$

可见，u_i 可自然地理解为局部"软"判决，比 u_i^* 提供了更多的信息。

影响系统最终检测性能的直接因素是融合中心的检测判决，它取决于融合法则和信息集 $U=\{u_1,\cdots,u_n\}$，一旦 U 的条件分布给定，融合法则的确定是简单明了的，即 LRT。

因此设计易于分辨的向量 U 的条件分布是多比特分布式检测优化设计的核心，它们由待求的局部判决门限所决定。为给出它们之间的关系，记 u_i^* 的虚警概率和检测概率为

$$\begin{cases} P(\Omega_i^1|H^1) = 1 - L_i^1(\lambda_i(0)) = \alpha_i \\ P(\Omega_i^1|H^0) = 1 - L_i^0(\lambda_i(0)) = \beta_i \end{cases} \tag{5}$$

其中 L_i^1、L_i^0 为 $\Lambda_i(y_i)$ 在 H^1，H^0 条件下的分布函数。

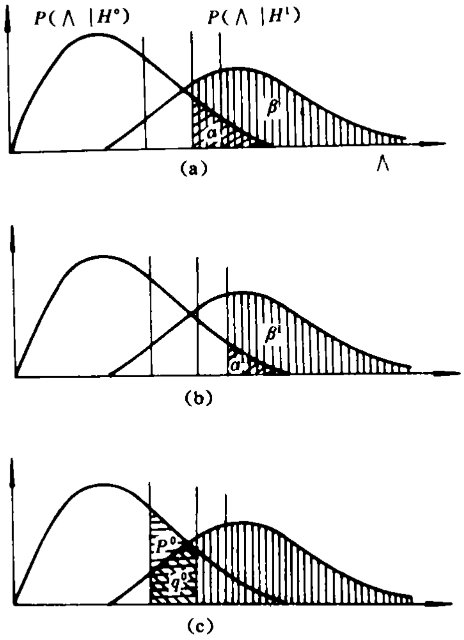

图 2 (a)α, β;(b)$\alpha(1)$、$\beta(1)$;(c)$p(0)$,$q(0)$

记 u_i 的条件分布($j=0,1$)为

$$\begin{cases} P(u_i = 1j|H^1) = P(\Omega_i^1(j)|H^1) = \alpha_i(j) \\ P(u_i = 1j|H^0) = P(\Omega_i^1(j)|H^0) = \beta_i(j) \\ P(u_i = 0j|H^1) = P(\Omega_i^0(j)|H^1) = p_i(j) \\ P(u_i = 0j|H^0) = P(\Omega_i^0(j)|H^0) = q_i(j) \end{cases} \tag{6}$$

$$j = 0,1;\quad i = 1,\cdots n.$$

则我们有关系式：

$$\begin{aligned} &a_i(0) + a_i(1) = a_i \\ &\beta_i(0) + \beta_i(1) = \beta_i \\ &p_i(0) + p_i(1) = 1 - \alpha_i \quad i = 1,\cdots n. \\ &q_i(0) + q_i(1) = 1 - \beta_i \end{aligned} \tag{7}$$

而且有：

$$\begin{cases} \alpha_i(1) = 1 - L_i^1(\lambda_i^1(1)) \\ \beta_i(1) = 1 - L_i^0(\lambda_i^1(1)) \\ p_i(1) = L_i^1(\lambda_i^0(1)) \\ q_i(1) = L_i^0(\lambda_i^0(1)) \quad i = 1,\cdots n. \end{cases} \tag{8}$$

有关变量示于图 2。可见($\beta_i(1)$,$\alpha_i(1)$)、($1-q_i(1)$,$1-p_i(1)$)位于局部检测 ROC 曲线之上，且分别与门限 $\lambda_i^1(1)$、$\lambda_i^0(1)$相对应。由于 α_i、β_i 给定，故 u_i 的条件分布完全由 $\alpha_i(1)$、

$p_i(1)$，进而完全由门限$\{\lambda_i^1(1),\lambda_i^0(1)\}$决定。如前所述，问题归结为优化再分解门限。

本文采用 Kullback 信息量分辨率为优化准则，给出再分解门限的优化条件，从而得到 u_i^* 的较优的 2 比特改进信息。采用其它 Ali—Silvey 分辨距离[3]的优化工作可参照完成。

二个条件分布的 Kullback 信息量分辨率定义为：

$$K(y) = \int f(y|H^0)\ln\frac{f(y|H^0)}{f(y|H^1)}\mathrm{d}y \tag{9}$$

当 $K(y)$最大时，说明分布密度 $f(y|H^0)$，$f(y|H^1)$相距最远，差异最大，因而最易分辨。考虑 u_i 彼此独立及 K 的加性可分性[1,4]，我们有

$$K(U) = \sum_{i=1}^{n} K_i(u_i) \tag{10}$$

等价地比较 U 的对数似然比的条件分布，记

$$W(U) = \ln\frac{P(U|H^1)}{P(U|H^0)} = \sum_{i=1}^{n} W_i(u_i) \tag{11}$$

$$K(W(U)) = \sum_{i=1}^{n} K_i(W_i(u_i)) \tag{12}$$

其中 K_i 为局部分辨系数，它是 $\lambda_i^1(1),\lambda_i^0(1)$的函数，展开后有

$$\begin{aligned} K_i(w_i(u_i)) &= -E(W_i(u_i)|H^0) \\ &= \left[-\beta_i(0)\cdot\ln\frac{\alpha_i(0)}{\beta_i(0)} - \beta_i(1)\cdot\ln\frac{\alpha_i(1)}{\beta_i(1)}\right] \\ &\quad + \left[-q_i(0)\cdot\ln\frac{p_i(0)}{q_i(0)} - q_i(1)\cdot\ln\frac{p_i(1)}{q_i(1)}\right] \end{aligned} \tag{13}$$

上式右边括号内各项分别只与 $\lambda_i^1(1),\lambda_i^0(1)$有关。欲求 K 的最大值条件，可分别优化 $\lambda_i^1(0),\lambda_i^0(1)$。经运算可得优化的再分解门限应满足：

$$\lambda_i^1(1) = \frac{\alpha_i(1)(\alpha_i - \alpha_i(1))}{\beta_i\alpha_i(1) - \alpha_i\beta_i(1)}\ln\frac{\alpha_i(1)(\beta_i - \beta_i(1))}{\beta_i(1)(\alpha_i - \alpha_i(1))} \tag{14}$$

$$\lambda_i^0(1) = \frac{p_i(1)(1 - \alpha_i - p_i(1))}{(1-\alpha_i)q_i(1) - (1-\beta_i)p_i(1)}\ln\frac{q_i(1)(1-\alpha_i - p_i(1))}{p_i(1)(1-\beta_i - \alpha_i(1))} \tag{15}$$

于是结合(7)、(8)求解方程(14)和(15)，在 Kullback 分辨率意义下，我们可得到对 Ω_i^0,Ω_i^1 的最佳再分解，进而得到 u_i^* 的最佳 2 比特改进信息，可望提高系统的检测性能。

2.2 M 比特信息优化

当 u_i 为 M 比特改进信息时，意味着 Ω_i^1、Ω_i^0 将被再分解为：

$$\begin{cases} \Omega_i^1 = \Omega_i^1(0) \cup \cdots \cup \Omega_i^1(2^{M-1}-1) \\ \Omega_i^0 = \Omega_i^0(0) \cup \cdots \cup \Omega_i^0(2^{M-1}-1) \end{cases} \tag{16}$$

其中

$$\begin{cases} \Omega_i^1(2^{M-1}-1) = \{\Lambda_i(y_i) \geqslant \lambda_i^1(2^{M-1}-1)\} \\ \Omega_i^0(2^{M-1}-1) = \{\Lambda_i(y_i) < \lambda_i^0(2^{M-1}-1)\} \\ \Omega_i^1(j) = \{\lambda_i^1(j) \leqslant \Lambda_i(y_i) < \lambda_i^1(j+1)\} \\ \Omega_i^0(j) = \{\lambda_i^0(j+1) \leqslant \Lambda_i(y_i) < \lambda_i^0(j)\} \\ j = 0, \cdots, 2^{M-1}-2,\ i = 1, \cdots n. \end{cases} \tag{17}$$

同样，当 u_i 表示 $\Lambda_i(y_i)$取值于不同区间 $\Omega_i^1(j)$，$\Omega_i^0(j)$，$j=0,\cdots,2^{M-1}-1$ 时，它的意义在于提供了 u_i^* 的可信度信息。若 j 越大，则分别表示 $u_i^*=1$、0 越可信。

与(6)、(7)、(8)式对应，我们记 u_i 的条件分布为

$$\begin{cases} P(\Omega_i^1(j) | H^1) = \alpha_i(j), \\ P(\Omega_i^1(j) | H^0) = \beta_i(j), \\ P(\Omega_i^0(j) | H^1) = p_i(j), \\ P(\Omega_i^0(j) | H^0) = q_i(j) \\ j = 0, \cdots, 2^m - 1,\ i = 1, \cdots n. \end{cases} \tag{18}$$

则我们有关系式

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{2^{M-1}-1} \alpha_i(j) = \alpha_i, \\ \sum_{j=0}^{2^{M-1}-1} \beta_i(j) = \beta_i, \\ \sum_{j=0}^{2^{M-1}-1} p_i(j) = 1 - \alpha_i, \\ \sum_{j=0}^{2^{M-1}-1} q_i(j) = 1 - \beta_i, \end{cases} \tag{19}$$

而且有：

$$\begin{cases} \sum_{j=j_0}^{2^{M-1}-1} \alpha_i(j) = 1 - L_i^1(\lambda_i^1(j_0)), \\ \sum_{j=j_0}^{2^{M-1}-1} \beta_i(j) = 1 - L_i^0(\lambda_i^1(j_0)) \\ \sum_{j=j_0}^{2^{M-1}-1} p_i = L_i^1(\lambda_i^0(j_0)), \\ \sum_{j=j_0}^{2^{M-1}-1} q_i(j) = L_i^0(\lambda_i^0(j_0)) \end{cases} \tag{20}$$

与前一段类似，同样采用 Kullback 分辨率作为优化准则，我们可以得到经优化的再分解门限 $\lambda_i^1(j)$，$\lambda_i^0(j)$，$j=1,\cdots,2^M-1$ 应满足方程组：

$$\lambda_i^1(j) = \frac{\alpha_i(j-1)\alpha_i(j)}{\alpha_i(j)\beta_i(j-1) - \alpha_i(j-1)\beta_i(j)} \ln \frac{\alpha_i(j)\beta_i(j-1)}{\beta_i(j)\alpha_i(j-1)} \tag{21}$$

$$\lambda_i^0(j) = \frac{p_i(j-1)p_i(j)}{q_i(j)p_i(j-1) - p_i(j-1)q_i(j)} \ln \frac{q_i(j)p_i(j-1)}{p_i(j)q_i(j-1)} \tag{22}$$

于是结合(19)、(20)求解方程组(21)、(22)，可得到 Kullback 分辨意义下的最优再分解，进而得到 u_i^* 的最优 M 比特改进信息。

关于求解方程组(21)和(22)，以(21)为例，注意到 $\lambda_i^1(j)$ 只与 $\lambda_i^1(j-1)$，$\lambda_i^1(j+1)$ 有关，因而当给定 $(\lambda_i^1(j),\lambda_i^1(j+1))$ 后，由(21)可唯一确定 $\lambda_i^1(j+2)\cdots$[1]。因此只需以 $\lambda_i^1(0)$ 为起点，一维搜索 $\lambda_i^1(1)$。一旦 $\lambda_i^1(1)$ 设定，便可启动运算，直到求得最优再分解门限。

3 再分解的非退化

接下来，我们对上述优化过程作进一步说明。多比特信息 u_i 对 u_i^* 的改进，基于对采样似然比 $\Lambda_i(y_i)$ 取值的更细致描述，对应于 $\Omega_i^1(j)$ 和 $\Omega_i^0(j)$ 的再分解。我们希望能证实，对 $\Omega_i^1(\Omega_i^0)$ 的最优 A 元分解不同于 $A-1$ 元分解，即最优再分解过程不是退化的，而是不断地细致化，这样就可望最终有 $W_i(u_i)\to\ln\Lambda_i(y_i)$，$\mathrm{DM}_i$ 提供采样的愈来愈真实的描述信息，使系统迫近直接传输采样 $\{y_i\}$ 的集中式检测。

由于问题的对称性，只讨论对 Ω_i^1 的再分解。分辨系数(13)由二部分组成，记 Ω_i^1 的 A 元再分解对分辨系数的贡献为 $K_i(A)$，$K_i^*(A)$ 为最大者。若能证明 $K^*(A)$ 之间有严格不等式关系：

$$K_i^*(A) > K_i^*(A-1) \tag{23}$$

则最优再分解过程必是非退化的。

命题 在 Kullback 信息量分辨率意义下的最优再分解过程必是非退化的。

证明 当 $A=1$ 时，Ω_i^1 的 $A-1$ 元再分解为 Ω_i^1 自身。再分解过程有意义的起点是 u_i^* 为非平凡局部判决，即 $0<\alpha_i<1$，$0<\beta_i<1$，此时有：

$$K_i^*(0) \equiv -\beta_i\ln\frac{\alpha_i}{\beta_i} \tag{24}$$

若 $A-1$ 元最优再分解为非退化的，其相应的各子区间的条件概率为 $\alpha_i^*(0),\cdots,\alpha_i^*(A-2)$；$\beta_i^*(0),\cdots,\beta_i^*(A-2)$，则应能保证：

$$\begin{aligned}&\alpha_i^*(j)\neq 0 \qquad\qquad j=0,\cdots,A-2\\&\beta_i^*(j)\neq 0\end{aligned} \tag{25}$$

在此基础上，我们可构造 Ω_i^1 的一种 A 元再分解，即将子区间 $\Omega_i^1(A-2)$ 再分解，使得

$$\begin{aligned}&\alpha_i(j)=\alpha_i^*(j) \qquad\qquad j=0,\cdots,A-3\\&\alpha_i(A-2)=\alpha_i(A-1)=\frac{\alpha_i^*(A-2)}{2}\end{aligned} \tag{26}$$

则相应的分辨系数为

$$K_i(A) = -\sum_{j=0}^{A-1}\beta_i(j)\cdot\ln\frac{\alpha_i(j)}{\beta_i(j)} \tag{27}$$

注意到 $\beta_i(A-2)+\beta_i(A-1)=\beta_i^*(A-2)$，经运算可得：

$$\begin{aligned}&K_i(A)-K_i^*(A-1)\\&=\beta_i^*(A-2)\ln\frac{2}{\beta_i^*(A-2)}-\beta_i(A-2)\ln\frac{1}{\beta_i(A-2)}-\beta_i(A-1)\ln\frac{1}{\beta_i(A-1)}\end{aligned}$$

由 Holder 不等式，我们可推知：

$$\frac{\beta_i(A-2)}{\beta_i^*(A-2)}\ln\frac{1}{\beta_i^*(A-2)}+\frac{\beta_i(A-1)}{\beta_i^*(A-2)}\ln\frac{1}{\beta_i(A-1)}\leqslant\ln\frac{2}{\beta_i^*(A-2)}$$

又
$$\beta_i(A-2)\neq\beta_i^*(A-1) \tag{28}$$

故不等式严格为真，因而有：

$$K_i(A)>K_i^*(A-1) \tag{29}$$

当然更有：　$K_i^*(A)>K_i^*(A-1)$。　　（证毕）

当 A 取值 2^{M-1}时，正是我们研究的 M 比特信息优化过程。按本文方法确定 u_i，当 M 增加时，的确给出了 u_i^* 的更细致的补充和改进。

4　数值结果及讨论

多比特信息优化研究以通常意义下的分布式检测为基础，因此要通过与 u_i^* 的检测性能比较，来衡量其得益。

考虑 $N=3$ 个 DM_i 构成的并行 I. I. D. 系统，和 Gauss 信道下的已知信号检测问题：

$$\begin{cases}H_0: & y_i=I+n_i\\ H_1: & y_i=n_i\end{cases} \tag{30}$$

其中 $n_i\sim N(0,1)$。

给定之 u_i^* 工作于门限 $\lambda_i(0)=1$。在此基础上设计多比特改进信息，相应的系统检测特性曲线及有关数值结果，分别示于图 3，4，5。

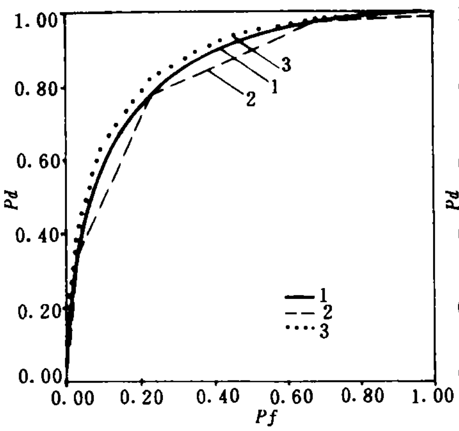

图 3　2 比特信息检测性能

Causs 信道、$N=3$、$S=1$

①optimal ②2—bit ③Fixed threshold＝1

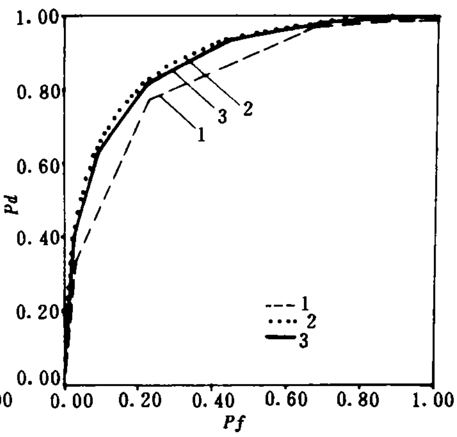

图 4　多比特信息检测性能比较

Causs 信道、$N=3$、$S=1$

①Fixed threshold＝1 ②3—bit ③2—bit

$M=2$ 时，DM_i 局部处理的三个工作门限为

$$\lambda_i^0(1)=0.328<\lambda_i(0)=1<\lambda_i^1(1)=2.414$$

从图 3 可以看出，由于增大了向融合中心的信息传输，和固定的 u_i^* 相比，系统性能有明显改善，甚至能优于 1 比特信息的最优检测性能。而 $M>2$ 后，改善幅度较小(图 4)。

分布式检测性能的上限是直接传输采样信息的集中式处理性能。由图 5 可看出，只

须较小的 M，就可获得近似集中处理的性能。这说明了多比特信息分布式检测方案是可行的。

5 结 论

通常意义下的分布式检测要求 DM_i 只向融合中心传输 1 比特的局部"硬"判决信息。本文拓展了已有模型，在允许 DM_i 向融合中心传输多比特信息的条件下，研究了如何提供最优的多比特信息，以利于充分改善系统检测性能。数值结果表明，只需较小的 M，则经优化的 M—比特信息便可充分描述原始采样，使系统检测性能接近于集中处理性能。因此，多比特性信息分布式检测方案是可行的。

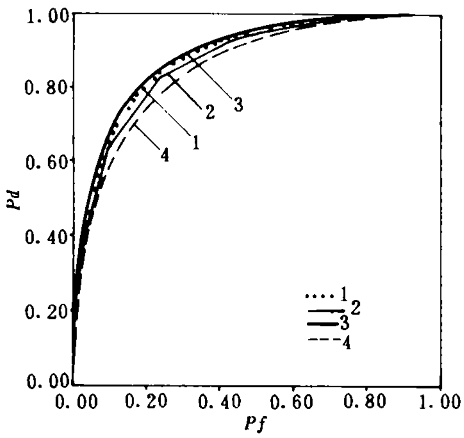

图 5 多比特信息检测与集中处理性能比较

Causs 信道、$N=3$、$S=1$

①3—bit ②2—bit ③Centred ④Optimal

参 考 文 献

1 谢红卫. 分布式检测优化理论研究:[学位论文]. 1993

2 谢红卫、苏建志。分布式检测最优化研究。国防科技大学校庆四十周年文集、第一卷，1993

3 T Kailath. The Divergence and Bhattacharyya Distance Measures is Signal Selection. IEEE Trans.on Communication technology,Com—15,Feb. 1967

4 W A Hashlamoun,P K Varshney. Performence Aspects of decentralized Detection Structures. Proe of IEEE Int Conf on SMC,Boston,MA,1989

5 C C Lee,J J Chao. Optimum Local Decision Space Partioning for Distributed Detection. IEEE Trans on AES,1989. AES—25(4)

Optimization for Distributed Detection with Multi—bits Information

Xie Hongwei

(Department of Automatic Control)

Abstract

This paper extends the ordinary distributed detection model,assuming that the local sensors are allowed to send multi—bits information to the fusion centre,rather than only 1—bit local hard decision. The paper proposes the way to determine the optimal multi—bits information which can sufficiently improve the performance of the detection network. Numerical results show the multi—bits approach is practical.

Key word Multi—bits,Distrihuted detection,Optimization