

## 小钝头锥体全目标流场与光电特性一体化数值模拟\*

曹登泰 石于中 陈伟芳 吴其芬

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

**摘要** 从简化的或全 NS 方程出发,采用化学非平衡和热辐射非平衡模型,数值模拟了有烧蚀产物引射条件下小钝头锥体全目标流场与光电特性,旨在为防护设计提供气动物理环境数据。计算结果表明,本文流场模拟数据与实验数据基本吻合,壁面烧蚀产物引射和壁面催化特性对流场电子数密度均有量级影响。

**关键词** 全目标流场, 气动物理, 数值模拟

**分类号** V221.3

## Numerical Simulation for Whole Target Flow Field and Electronic-Radiant Characteristic of Small Blunted Cone

Cao Dengtai Shi Yuzhong Chen Weifang Wu Qifen

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** Adopting the models of chemical non-equilibrium and radiant nonequilibrium, according to simplified or full Navier-Stokes equation, We numerically simulates whole target flow field and electronic-radiant characteristic of small blunted cone having ablative material injection with the purpose of providing the aero-physics data for protective design. The simulative results of flow field are compared with experimental data and good agreements are found. The numerical results show that the wall ablative material injection and the wall catalytic characteristic are considered, and have orders influence to electronic number density.

**Key words** whole target flow field, aero-physics, numerical simulation

\* 国家八五空气动力学重点预研基金资助  
1995年4月3日收稿

再入飞行的全目标流场气动物理特性是防护设计的主要依据。由于飞行试验和地面模拟实验都必须花用大量的经费,故国内外学者都注重于数值模拟。

本文将全目标流场划分为彼此衔接的三个区域,即头身部流场、近尾迹流场和远尾迹流场,分别采用粘性激波层方程、全 NS 方程和抛物化 NS 方程,并与化学非平衡气体模型和热辐射非平衡模型耦合求解。通过数据软件形成不同流场区域的一体化联接,既节省机时又方便程序的操作使用。

在算法上,除了全 NS 方程采用 TVD 格式和时间相关法求解之外,其他均采用全隐格式空间步进方法求解,以节省机时和内存。在程序安排上,通过合理的网格生成、差分格式设计、基于近似解析解的初始外激波装配、高分辨率的内激波捕捉等数值技术,实现了对于马赫数  $M_\infty > 5$  和飞行高度  $H > 40\text{km}$  的全目标区一体化数值模拟。

## 1 流场数学模型

头身部流场的出发方程为粘性激波层方程,其无量纲形式为

$$\frac{\partial}{\partial s}[(r + n \cos \varphi) \rho u] + \frac{\partial}{\partial n}[(r + kn)(r + n \cos \varphi) \rho v] = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + kn} \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial n} + \rho uv \frac{k}{1 + kn} + \frac{1}{1 + kn} \frac{\partial p}{\partial s} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{ku}{1 + kn} \right) \right] \\ + \epsilon^2 \mu \left( \frac{2k}{1 + kn} + \frac{\cos \varphi}{r + n \cos \varphi} \right) \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{ku}{1 + kn} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{k}{1 + kn} \rho u^2 - \frac{1}{1 + kn} \rho u \frac{\partial v}{\partial n} - \rho v \frac{\partial v}{\partial n} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + kn} \rho u c_p \frac{\partial T}{\partial s} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial n} - \frac{1}{1 + kn} u \frac{\partial p}{\partial s} - v \frac{\partial p}{\partial n} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} \left( K \frac{\partial T}{\partial n} \right) \\ + \epsilon^2 \left( \frac{k}{1 + kn} + \frac{\cos \varphi}{r + n \cos \varphi} \right) K \frac{\partial T}{\partial n} - \epsilon^2 \mu \left( \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{ku}{1 + kn} \right)^2 \\ - \epsilon^2 \sum_{i=1}^{n_s} J_{in} C_{p,i} \frac{\partial T}{\partial n} - \sum_{i=1}^{n_s} h_i \dot{w}_i - Q_R \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{1}{1 + kn} \rho u \frac{\partial c_i}{\partial s} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial n} = \dot{w}_i - \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} (J_{in}) - \epsilon^2 \left( \frac{k}{1 + kn} + \frac{\cos \varphi}{r + n \cos \varphi} \right) J_{in} \quad (5)$$

式中  $s$  和  $n$  分别是物面和法向坐标,  $k^*$  是物面曲率,  $\epsilon^2 = \frac{1}{R_{\infty}}$ ,  $c_i = \frac{\rho_i}{\rho}$ ,  $\vec{J}_i = -\frac{\mu}{p_r} L_{in} \nabla c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n_s$ , 而  $n_s$  是混合气体组元数目。其余符号均是文献中通用的,恕不标明含意。

近尾迹流场的出发方程为守恒型全 NS 方程,其无量纲形式为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial r} + s \quad (6)$$

式中  $U = r(\rho, \rho u, \rho v, E, \rho c_i)^T$  为守恒量,  $F, G$  为无粘项,  $F_v, G_v$  为粘性项,  $s$  为源项。

远尾迹流场的出发方程为抛物化 NS 方程,其无量纲形式为

$$A \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial U}{\partial r} = H + G \quad (7)$$

$$U = \begin{pmatrix} U \\ V \\ P \\ T \\ c_i \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} -\frac{V}{r} \\ 0 \\ 0 \\ -\sum_{i=1}^{n_c} h_i \dot{w}_i - Q_R \\ \dot{w}_i \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{u}{P} & -\frac{u}{T} & 0 \\ \rho u & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -u & \rho u c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho u \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{v}{P} & -\frac{v}{P} & 0 \\ \rho v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -v & \rho v c_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho v \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\epsilon^2}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ \frac{\epsilon^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left[ (2\mu + \lambda) \frac{\partial v}{\partial r} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\epsilon^2}{\rho r} (2\mu + \lambda) \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\epsilon^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ \frac{\epsilon^2}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r K \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\epsilon^2}{\rho} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \frac{\epsilon^2}{\rho} \sum_{i=1}^{n_s} J_i c_{pi} \frac{\partial T}{\partial r} \\ - \frac{\epsilon^2}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} (r J_i) \end{pmatrix}$$

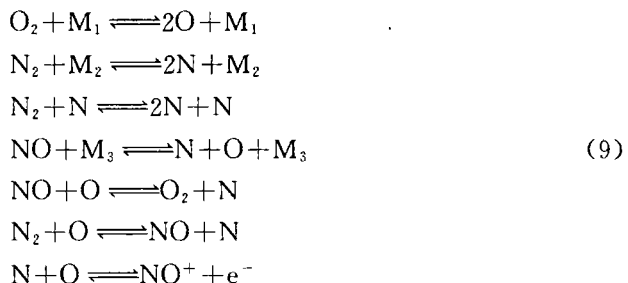
混合气体的状态方程为

$$P = \rho RT \quad (8)$$

上述控制方程(1)~(8)及下文中将讨论的化学反应生成率  $\dot{w}_i$  和辐射热  $Q_R$  的计算式, 构成封闭的完备系。流场定解条件主要有四类: 壁面边界为粘附条件, 对称轴线为对称性条件, 激波边界满足 Rankine-Hugoniot 关系式, 出口边界则采用线性外推方法得到。

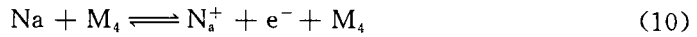
## 2 化学非平衡模型

在高温下纯净空气主要发生以下七种化学反应:

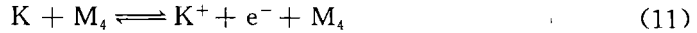


式中  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  是催化物。

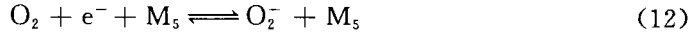
烧蚀产物引射是微量碱金属钠或钾由钝锥表面以引射形式扩散渗混到流场之中。在碱金属组元浓度远小于气体组元浓度的情况下，气体组元仅仅作为催化物出现在以下碱金属的反应式中：



或



在尾迹流场中，由于气流温度较低，亲电子组元  $\text{O}_2$  对电子  $\text{e}^-$  的吸附反应为



对于电子数密度的计算有重要影响，必须加以考虑。

根据化学动力学理论，若将(9)式的各反应写成通式

$$\sum_{i=1}^{n_j} \alpha_{ri} X_i \xrightleftharpoons[\text{K}_{br}]{\text{K}_{fr}} \sum_{i=1}^{n_j} \beta_{ri} X_i, \quad r = 1, 2, \dots, n_r \quad (13)$$

则  $i$  组元质量生成率为

$$\frac{\dot{w}_i}{\rho} = M_i \sum_{r=1}^{n_r} (\beta_{ri} - \alpha_{ri}) (L_{fr} - L_{br}) \quad (14)$$

式中  $L_{fr} = K_{fr} \rho^{\alpha_r} \prod_{j=1}^{n_j} \gamma_j^{\alpha_{rj}}$ ;  $L_{br} = K_{br} \rho^{\beta_r} \prod_{j=1}^{n_j} \gamma_j^{\beta_{rj}}$ ;  $K_{fr}$ 、 $K_{br}$  为正逆反应的速率常数， $\gamma_j$  为组元或催化物浓度与其分子量之比。

### 3 热辐射非平衡模型

在非相对论假设下，热辐射输运方程为

$$\Omega \cdot \nabla I_\nu = K'_\nu (I_{\nu p} - I_\nu) \quad (15)$$

式中  $K'_\nu$  为吸收系数， $I_\nu$ 、 $I_{\nu p}$  分别为谱强度和平衡谱强度， $\Omega$  为立体角。由于  $\Omega$  的存在，使得(15)式具有椭圆性质。为了使耦合计算能按空间步进方法进行，注意到流场的主流特征之后，采用“平面辐射”模型，将(15)式抛物化，得

$$\frac{1}{2} \frac{dI_\nu^+}{dn} = K'_\nu (I_{\nu p} - I_\nu^+), \quad \frac{1}{2} \frac{dI_\nu^-}{dn} = -K'_\nu (I_{\nu p} - I_\nu^-) \quad (16)$$

式中  $I_\nu^+$ 、 $I_\nu^-$  分别为平面上、下半球的平均谱强度。

吸收系数  $K'_\nu$  在辐射计算中是十分重要的。分析表明，必须考虑原子 O、N 的束缚—束缚跃迁，离子  $\text{NO}^+$ 、 $\text{Na}^+$ 、 $\text{K}^+$ 、 $\text{O}_2^-$  的自由—自由跃迁以及原子和分子的自由—自由、束缚—自由跃迁。

出现在控制方程中的辐射传热项  $Q_R$ ，在计算时分为  $Q_C$ 、 $Q_L$  两部分，且

$$Q_R = Q_C + Q_L \quad (17)$$

这里  $Q_C$  表示连续谱和带谱的贡献，且

$$Q_C = 2\pi \int K'_\nu (2I_{\nu p} - I_\nu^+ - I_\nu^-) d\nu \quad (18)$$

而  $Q_L$  表示线谱的贡献，主要由原子 O、N 的束缚—束缚跃迁引起。

$$Q_L = 0.44 \times 10^{-16} T^3 \left( N_O \sum_{i=2}^9 X_{O_i}^3 e^{-x_{O_i}} f_i + N_N \sum_{i=2}^9 X_{N_i}^3 e^{-x_{N_i}} f_i \right) \quad (19)$$

式中  $x_{oi} = \frac{h\nu_{oi}}{KT}$ ,  $\nu_{oi} = 1.007\nu_R \left(1 - \frac{1}{i2}\right)$ ,  $x_{ni} = \frac{h\nu_{Ni}}{KT}$ ,  $\nu_{Ni} = 1.081\nu_R \left(1 - \frac{1}{i2}\right)$ , 而  $\nu_R = 3.29 \times 10^{15}$ .

#### 4 计算结果及分析

首先对流场数值模拟结果作了考核。图 1 是根据文献[3]的实验条件,用粘性激波层方程模拟了  $7.5^\circ$ 球锥头、身部流场,得到的物面压力分布与实验数据十分吻合。图 2 是根据文献[4]的实验条件,用 NS 方程模拟了近尾迹流场,得到了与实验数据十分吻合的对称轴速度分布。

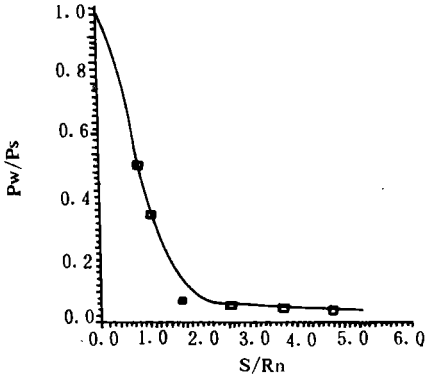


图 1 球锥物面压力分布

—: 本文计算方法; □□□□: 实验数据(文献[3])

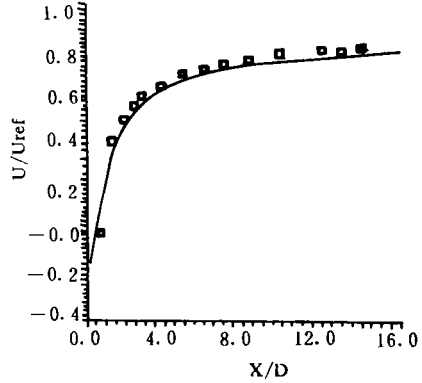


图 2 近尾迹轴线速度分布

—: 本文计算方法; □□□□: 实验数据(文献[4])

Mach=13.41,  $T_w=300K$ ,  $R_n=0.025M$   $7.5^\circ$ 球锥, 7 组元

图 3 是远尾迹流场的等压线图。从中可清楚看出远尾迹流场的基本结构。在颈部附近气流方向发生转折并出现了明显的压缩效应,外激波在尾流膨胀作用下强度逐渐削弱。



图 3 远尾迹流场等压线

图 4 显示了锥身  $S=1.66m$  处催化特性对电子数密度的影响。由图可见这种影响在壁面附近是很大的,非催化数据比催化数据略高 2 个数量级。图 5 显示了远尾迹  $X/D=300$  ( $D$  为底部直径) 处碱金属引射对电子数密度的影响。由图可见引射的影响集中在对称轴附近。尽管引射量很小,但仍使电子数密度增加了 1~2 个数量级。

图 6、图 7 显示了锥身  $S=0.87m$  和远尾迹  $X/D=500$  处的辐射强度  $I_\nu$  的分布。波长  $1\sim 3\mu$  和  $3\sim 8\mu$  属于可探测的红外波段,这部分的辐射量占据了总辐射量的 20%~40%。另外比较图 6 和图 7 可见,由于头身部温度较高,其辐射强度也相应高于远尾迹。

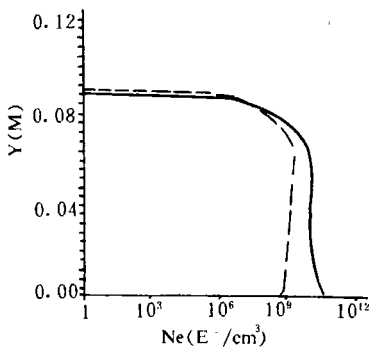


图4 壁面催化特性对电子数密度的影响

.....: 催化壁; ——: 非催化壁  $H=69\text{kM}, S=1.66\text{m}$

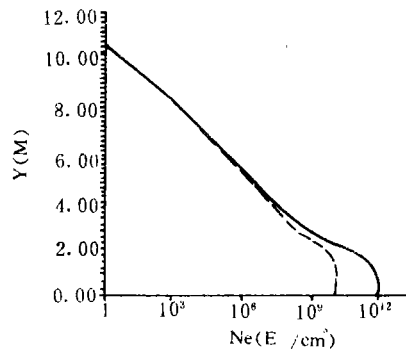


图5 壁面引射对电子数密度的影响

——: 引射; .....: 无引射  $H=49\text{kM}, X/D=300$

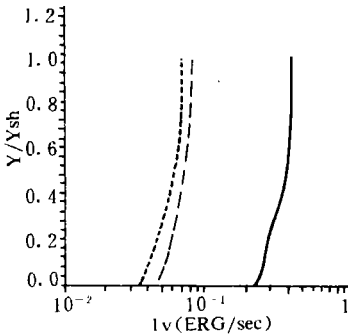


图6 锥身辐射强度分布

.....: 波长:  $1-3\mu$ ; - · - ·: 波长:  $3-8\mu$   
——总辐射强度

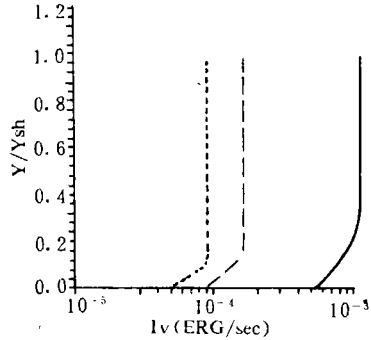


图7 远尾迹辐射强度分布

.....: 波长:  $1-3\mu$ ; - · - ·: 波长:  $3-8\mu$   
——总辐射强度

综合全文, 可得如下结论:

- (1) 本文对飞行条件范围较宽的全目标流场与光电特性实施了一体化数值模拟, 在数值方法和程序设置上是合理和成功的。
- (2) 对工程设计特别关心的壁面引射和壁面催化特性作了数值研究, 认为这两者对流场电子数密度的影响不容忽视。
- (3) 近尾迹流场采用 NS 方程精细模拟, 耗费机时较多, 应在此基础上进一步研究快速近似算法, 以更好满足工程应用的需要。

## 参考文献

- 1 Miner E W. Hypersonic Ionizing Air Viscous Shocklayer Flows over Sphere Cones. NASA CR-2550. 1975
- 2 Yehuda T. Numerical Navier-Stokes Modeling of Hypersonic Laminar Wakes Behind Blunt Cones with Real-Gas Effects. AIAA-87-0374. 1987
- 3 Pappas C C. Heat Transfer and Pressure on a Hypersonic Blunt Cone with Mass Addition. AIAA Journal, 1970: 954-956
- 4 Peterson C W. An Experimental Study of Laminar Hypersonic Blunt Cone Wakes. Astronautical Acta, 1969: 67-76
- 5 泽尔道维奇 Я Б. 激波和高温流体动力学现象物理学. 北京: 科学出版社, 1980

(责任编辑 卢天凯)