

ELLPACK 系统及其内部机制*

文尚猛 李晓梅 周兴铭

(国防科技大学计算机系 长沙 410073)

摘要 解题环境旨在最大限度地方使用户求解问题。ELLPACK 是求解椭圆型偏微分方程的解题环境。本文分析了它的内部机制,并为它增加了一个线性方程识别器。

关键词 解题环境, 偏微分方程, ELLPACK 系统

分类号 TP312

ELLPACK and Its Mechanism

Wen Shangmen Li Xiaomeiang Zhu Xingming

(Department of Computer Science, Changsha, 410073)

Abstract The problem solving environment aims at helping the users to the greatest extent. ELLPACK is a problem solving environment for solving elliptic partial differential equation. This paper analyses its mechanism and adds a linear equation recognizer to it.

Key words problem solving environment, partial differential equation, ELLPACK

1 ELLPACK 简介

椭圆型偏微分方程是建立实际问题之数学模型的重要工具,在结构力学、大气运动模拟、核反应堆设计等领域都需要快速地得到椭圆型偏微分方程的高精度解。通常求解椭圆型偏微分方程的步骤是:(1)问题定义区域离散;(2)算子离散;(3)未知量/方程重排序,以提高求解的效率;(4)求解线性代数方程组;(5)输出结果。这几个步骤都需要用户有较好的数学和计算机基础。要编程上机,费时且费力。

ELLPACK 是求解椭圆型偏微分方程(PDE)的解题环境。它彻底地改变了用户求解问题的方式,极大地方便了用户。它提供了一种高级语言(ELLPACK 语言),用户使用此语言感觉非常简单,类似平常使用的自然语言。用户在此环境下要做的工作只包括用此

* 国家 863 计划资助项目
1996年3月11日修订

语言描述要求解的问题(椭圆型 PDE)、必要的条件和求解要求,其余的工作都交给 ELLPACK 去完成。举例如下:假设用户要求解的椭圆型 PDE 为

$$\begin{cases} u_{xx} + (1+y^2)u_{yy} = 0 & \text{in } (x, y) = (0, 1) \times (0, 1) \\ u = \text{TRUE}(x, y) & \text{on } x=0, 1; y=0, 1 \end{cases}$$

其中 $\text{TRUE}(X, Y) = X^2 + Y^2$ 为 u 在边界上的给定值。使用 ELLPACK 求解此问题,用户只需用 ELLPACK 语言编写一个 ELLPACK 程序如下:

```

EQUATION.          UXX+(1.0+Y**2)*UYY=0
BOUNDARY.          U=TRUE(X,Y) ON X=0.0
                   ON X=1.0
                   ON Y=0.0
                   ON Y=1.0

GRID.              10 X POINTS $ 10 Y POINTS
DISCRETIZATION.   5 POINT STAR
SOLUTION.         BAND GE
OUTPUT.           TABLE(U) $ PLOT(U)
SUBPROGRAMS.
    DOUBLE PRECISION FUNCTION TRUE(X, Y)
    TRUE=X*X+Y*Y
    RETURN
    END

```

END.

用户用 ELLPACK 语言描述了要求解的椭圆型 PDE 和边界条件。要求将定义区域以 10×10 的网格覆盖(GRID. 段)。用 5 点差分格式离散 PDE 方程(DISCRETIZATION. 段),用带状矩阵消元法解离散后的线性方程组(SOLUTION. 段)。最后要用列表和图形两种方式输出结果(OUTPUT.)。SUBPROGRAMS. 段说明 TRUE 函数是一个 FORTRAN 子程序。

这个简单的例子说明了 ELLPACK 的使用。ELLPACK 系统能求解二维一般域上和三维矩形域上形如下面的方程(1)和(2)及边界条件(3)的单个线性椭圆型 PDE,对矩形域也允许周期性边界条件(4)。

$$\text{自共轭守型方程 } (au_x)_x + (cu_y)_y + fu = g \quad (1)$$

$$\text{一般型方程 } au_{xx} + bu_{xy} + cu_{yy} + du_x + eu_y + fu = g \quad (2)$$

其中 a, b, c, d, e, f, g 均为 x, y 的函数。

$$\text{一般边界条件 } p(x, y)u_n + q(x, y)u = r(x, y) \quad (3)$$

$$\text{周期边界条件 } u(x_1, y) = u(x, y) \quad y_1 < y < y_2$$

$$\text{和/或 } u(x, y_1) = u(x, y_2) \quad x_1 < x < x_2 \quad (4)$$

ELLPACK 还能处理定义区域有洞或弧的的情形,能求解一些非标准问题,如椭圆型 PDE 组的求解等。

ELLPACK 解题环境的生命力很强,它的独特构造,使得它容易修改和扩展,如增

加或删除功能模块，修改 ELLPACK 语言的句法等，从而使 ELLPACK 能不断地发展，功能更加强大，更好地为用户服务。

2 内部机制

ELLPACK 系统的组成是：(1)ELLPACK 模块库；(2)预处理器 PP 系统、PG 系统和 DC 系统。

用户使用 ELLPACK 语言编好 ELLPACK 程序后(如上面的例子)，ELLPACK 系统的处理过程是：用户用预处理器 PP 系统处理用户的 ELLPACK 程序，结果是生成一个 FORTRAN 程序，叫做 ELLPACK 控制程序；编译 ELLPACK 控制程序并与 ELLPACK 模块库连接，运行后就得到用户所希望的结果。

预处理器 PP 系统是 ELLPACK 系统中最有特色的部分。它的输入是用户的 ELLPACK 程序，输出是用户的 ELLPACK 控制程序。如果没有 PP 系统，用户必须对椭圆型 PDE 做大量的处理工作并编程调试，才能得到功能与 ELLPACK 控制程序一样的 FORTRAN 程序。PP 系统的工作原理是：

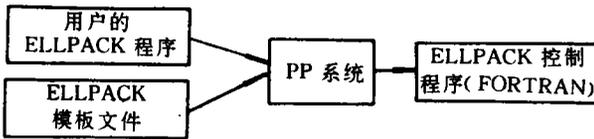


图 1

PP 系统由 ELLPACK 程序分析器和模板处理器组成，模板处理器用来处理 ELLPACK 模板文件。此文件包含有 ELLPACK 系统的各种信息，如模块库内容信息和控制程序信息等。所以，对 ELLPACK 系统进行修改和扩展，如增加或删除功能模板，首先要对模块库进行增加或删除，然后还要将此信息写到 ELLPACK 模板文件；再如改变 ELLPACK 语言的句法，就需要对 PP 系统的 ELLPACK 程序分析器进行修改。但是，PP 系统的 ELLAPCK 程序分析器和 ELLPACK 模板文件的结构都是比较复杂的，不易修改。为了克服这种困难，ELLPACK 系统里增加了 DC 系统和 PG 系统。

DC 系统的工作原理如图 2 所示。

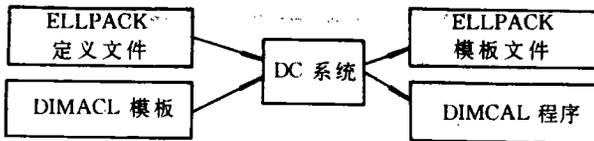


图 2

DC 系统由 ELLPACK 定义文件分析器和模板处理器组成。前者用来处理 ELLPACK 定义文件，后者用来处理 DIMCAL 模板。DIMCAL 模板很简单，含有少量的系统

信息，值得注意的是，ELLPACK 定义文件很大，但结构简单，它类似于用 ELLPACK 语言写的程序，含有模块库和 ELLPACK 控制程序的信息，如前面例子使用的求解模块 BAND GE，在 ELLPACK 定义文件中是这样描述的：

```

+   =====
+   BAND GE
+   =====
SOLUTION. BAND GE
SETUP.

    CALL Q5BGSU(I5BGNR, I5BGNC, I5BGNU, I5BGNL)
FORTRAN.

    CALL Q5BGMN(I5BGNR, I5BGNC, I5BGNU, I5BGNL)

```

‘+’开始的行为注释行；SOLUTION. 表示用户在 BLLPACK 程序中调用 BAND GE 模块的方式；SETUP. 表示在生成的控制程序中要加入简单的测试函数 Q5BGSU，此函数判断矩阵是否符合带状矩阵的条件，如不符合，给出警告和报错信息；FORTRAN. 表示在生成的控制程序中，调用子程序 Q5BGMN 来反映用户使用 BAND GE 的意图。

ELLPACK 定义文件简单明了，容易修改。为 ELLPACK 模块库增加或删除一个模块，只需在此定义文件中增加或删除一个模块对应的信息，再运行一下 DC 系统即可。当然，模块库中也要实质性地增加或删除一个对应的模块。PG 系统的工作原理如图 3。

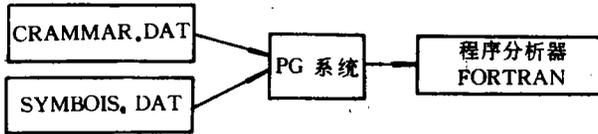


图 3

PG 系统由语法文件分析器和模块处理器组成。前者用来处理语法文件 GRAMMAR.DAT，后者处理模板 SYMBOLS.DAT。SYMBOLS.DAT 含有 PG 系统的一些符号信息。PG 系统提供了一系列语法规则，供用户编制语法文件。ELLPACK 系统提供三个语法文件 PP.G，DC.G 和 PG.G。将 PP.G 作为 GRAMMAR.DAT，运行 PG 系统则得到 PP 系统的 ELLPACK 程序分析器。将 DC.G 作为 GRAMMAR.DAT，运行 PG 系统则得到 DC 系统的 ELLPACK 定义文件分析器，特别需要指出的是，将 PG.G 作为 GRAMMAR.DAT，运行 PG 系统则得到 PG 系统的语法文件分析器，即自己生成自己。

下面以一个简单的例子说明 PP.G 对椭圆型 PDE 的描述。

椭圆型 PDE：左边项 = 右边项

动作：……

左边项：方程项 '+/-' 且在最后一个方程项后无 '+/-'

动作：……

右边项：不能有 '=' 项出现：出现 ')' 时，已出现的 ')' 数不能大于已出现的

'(' 数；项尾时已出现的 '(' 数与已出现的 ')' 数应相同

动作: ……

方程项: (以 u_{xx} 为例) $(\dots) * u_{xx}$ 或 $(\dots * u_x) * x$

动作: ……

这样, 经 PG 系统生成的 ELLPACK 程序分析器就能对输入的 ELLPACK 程序进行分析。在 EQUATION. 段, 用户输入了方程, 分析器就对方程进行扫描。依照上面的规则, 首先要匹配一个 '=' 号, 将 '=' 左边的内容划为 '左边项', 右边的内容划为 '右边项'。若是匹配不到一个 '=' 号, 则反馈椭圆型 PDE 匹配失败的信息并报警, 告诉用户这不是一个方程; 如果匹配到一个 '=' 号, 则对 '左/右边项' 进行类似的匹配; 只要一个匹配失败, 则报出错信息; 对匹配上的项, 就执行相应的动作, 目的是提取出用户的信息。

PP.G 是 PP 系统的语法文件, 反映了 ELLPACK 程序的特征, 所以, 要修改 ELLPACK 语言, 只需在 PP.G 上修改就行。

由于 ELLPACK 系统一般只能处理线性椭圆型 PDE, 本文在 PP.G 中加入了若干条规则, 阐明了线性椭圆型 PDE 的特征, 并在动作语句中加入了警告信息。当用户在 ELLPACK 程序中描述的方程不是线性时, PP 系统将报警。如果是用 FORTRAN 程序来实现这个功能, 则要编一个不短的程序, 而且要调试等等。现在使用 PG 系统的语法规则, 用几条语法规则就可清晰无漏地将这些功能表达出来。重新运行 PG 系统后, 生成的 PP 系统的 ELLPACK 程序分析器就有了非线性椭圆型 PDE 的识别功能。

3 结束语

通过对 ELLPACK 系统的内部机制的分析, 可以从一个很高的角度来认识 ELLPACK 系统。虽然 ELLPACK 系统很庞大复杂, 但它结构清晰, 很多部分还是自动生成。ELLPACK 系统的构造方法值得我们研究。在工程实践和科学研究中, 对某一类问题, 渐渐有了求解这类问题的算法函数库。这些库方便了研究, 然而使用起来还是需要相应的专业知识和较多的时间精力。若是能为这些库作出一个类似 ELLPACK 的环境, 则一定会深受用户欢迎的。

参考文献

- 1 李晓梅, 胡庆丰, 应用软件及其环境开发. 计算机工程与科学, 1992, (2)
- 2 Rice J R, Boisvert R E. Solving Elliptic Problems with ELLPACK, Springer-Verlag, New York, 1985
- 3 顾丽珍, 薛伟民. 椭圆型 PDE 解题环境 ELLPACK 及其发展. 软件产业, 1990, (3)

(责任编辑 张 静)