国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第18卷第3期 1996年9月 Vol. 18 No. 3

一个多层的context逻辑*

刘海燕 陈火旺 王兵山

(国防科学技术大学计算机系 长沙 410073)

摘 要 本文介绍了context研究的现状，定义了一个新的context逻辑CL，定义并证明了与之相关的一些概念和定理。

关键词 人工智能(AI)，context，移动规则，元理论

分类号 TP301

A Multilevel Context Logic

Liu Haiyan Chen Huowang Wang Bingshan

(Department of Computer Science, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract In this paper, the current state of researches on context is briefly introduced, a new Logic of Context, CL, is defined, some of its definitions and theorems are also provided.

Key words Artificial Intelligence(AI), context, lifting rules, meta-theory

每个符号的含义以及每个断言的真假都依赖于该符号（和断言）出现的背景。我们不能期望计算机能理解每条知识的背景知识，所以，在知识表示中，为了正确完整地理解知识的含义，需要明确地写出每条知识的背景条件，例如常识知识“如果你生病了应该去看医生”就包含着“你已经意识到自己生病了”这条背景假设。用断言表示为know$(x,\mathrm{ill}(x))\rightarrow \mathrm{to\text{-}see\text{-}doctor}(x)$。然而，即使是一条简单的知识，它的背景内容通常也是无穷的，而且有些背景知识，很难用有限语言表达。本文将通过引入context概念来解决常识知识对背景的依赖性问题。

在使用context的知识表示中，用一个称为context的符号标注理论成立的背景，“理论”是对某一客观现象在某一背景下的描述，它可以是经典的一阶逻辑(FOL)的理论，也可以是其它逻辑系统的理论。有一个模态词ist，公式$\mathrm{ist}(c,P)$的直观含义是：命题P在context c中为真。context间存在着各种联系，形如“$\mathrm{ist}(c_1,P)\rightarrow\mathrm{ist}(c_2,Q)$”或“$\mathrm{ist}(c_1,P)\Leftrightarrow\mathrm{ist}(c_2,Q)$”的公式称为移动规则。利用移动规则可以根据在某个context内为真的命题

* 1996年1月12日收稿

来推出在其它context内为真的其它命题。所有的公式都在某个context内声明，如果ist(c_1,P)在context c_0内声明，则称c_0是c_1的外层(outer)context，外层context可以看做内层context的元理论，元理论还可以有自己的元理论。所以，整个系统形成一个多层的context体系结构，从不同的元理论去看，一个context的行为可能不同，因而，推理和语义的定义都应该依赖于context序列。

形式化的context作为解决AI通用性的方法之一，是J. McCarthy在他的图灵奖讲话中首先提出的[1]。文[2]为形式化context概念奠定了基础性框架。沿[2]的思想，R. V. Guha和Sasa Buvac的博士论文都是关于context的研究工作。Guha[3]从工程的观点出发，提出context的诸多性质，并在CYC系统中分析了使用context进行知识表示和推理的过程。然而Guha的系统还不能算作一个公理化的形式化系统，因为它含有许多非逻辑因素。

Buvac的工作[4,5]是公认的目前为止对[2]的思想最好的形式化。但相对于context应具有的性质而言，Buvac作了一些限制，如一个context无论从哪个context去看总是相同的；不能在一阶context逻辑的基础上直接加入非单调方法等等。本文力图放宽Buvac的一些限制。而且，为了对context有更直观的理解，本文还引入了context间的outer关系。在另外一篇文章中[7]我们将专门讨论非单调的context推理。

在AI系统中使用context概念具有很多优点：首先，使知识表示更直观，每个理论依赖于它所出现的背景，即context，移动规则把各context联系起来；第二，以不同的观点去看待一个context时，context具有不同的行为；第三，支持重用技术，用户只需建立当前问题求解所需的各种context和它们间的联系，在以后的应用中，一旦需要新理论，可以通过移动规则重用在其它context内已经存在的知识；第四，系统的开放性更好。

Giunchiglia[6]提出了一个三层的多context体系结构(MC)，MC系统比context逻辑简单，它没有模态词ist，联结规则(Bridging rules)不在context内声明，也未提供形式经的公理系统和语义定义。

本文第一节将定义一个context一阶演算CL，第二节给出把“ist”解释成“有效”(validity)时的相应形式，接着讨论领域公理在不同的context内声明时的情况。

1　一阶context逻辑CL

1.1　语法

(1) 有一个可数的context集合K，O是K上的二元关系，若$c_1 O c_2$，则称c_1为c_2的外层(outer)context，c_2是c_1的内层(inner)context。

若$c_1 O c_2$，$c_2 O c_3$，…，$c_{n-1} O c_n$，$c_i \in K$，则称“$[c_1,\cdots,c_n]$”为context序列，常用带上划线的符号表示之，如$\bar{k}=[c_1,\cdots,c_n]$。用ε表示空的context序列，“$*$”为context序列上的联接运算，如$[k_0,\cdots,k_n]*[c_0,\cdots,c_m]=[k_0,\cdots,k_n,c_0,\cdots,c_m]$。若$\bar{k}*\bar{c}$为context序列，则称$\bar{c}$为$\bar{k}$的内层context序列。

设$\bar{K}$是K上的所有非空有穷context序列的集合。

(2) 每个context c_i都有自己的字母表Σ_{c_i}，对任意的c_i和c_j，Σ_{c_i}和Σ_{c_j}具有相同的个体常元和函词，但可有不同的谓词。即使使用了相同的谓词符号，该符号也可以有不同

的参数个数，其含义也可以不同。设 VAR 是所有个体变元的集合。

context c_i 的项与建立在 Σ_{ci}和 VAR 上的一阶逻辑的项相同。

命题 1 所有 context 的项都相同。

定义 1.1 context c_i 的公式归纳定义为

1）若 P 是 Σ_{ci}中的 n-元谓词，$t_1, t_2, \cdots, t_n$ 是 c_i 的项，则 $P(t_1,t_2,\cdots,t_n)$是 c_i 的公式；

2）若 A，B 为 c_i 的公式，则$\sim A$，$A \rightarrow B$ 也是 c_i 的公式；

若 $x \in$ VAR，则$\forall xA$ 是 c_i 的公式；

3）若 B 为 c_j 的公式，且 $c_i O c_j$，则 $\mathrm{ist}(c_j,B)$是 c_i 的公式。

$\wedge$，$\vee$，$\Leftrightarrow$，$\exists$ 是通常的简写形式。

约定：(1) 我们不区分一个 context 和由该 context 形成的单元素序列，即$[c]=c$；

(2) 在下面的讨论中，只要 $\bar{k}$ 作为一个 context 序列出现，则根据上面的定义，$\bar{k}$ 中的诸 context 确实能形成 context 序列；$\bar{k}$

(3) 若 $\bar{k}=[c_0,c_1,\cdots,c_n]$，则记 $\Sigma_{\bar{k}}=\Sigma_{cn}$，$\mathrm{ist}(\bar{k},A)$作为公式 $\mathrm{ist}(c_0,\mathrm{ist}(c_1,\cdots,\mathrm{ist}(c_n,A)\cdots))$的简写形式，$\mathrm{ist}(\varepsilon,A)$与 A 相同；

(4) 若 $\bar{k}=[c_0,\cdots,c_n]$，则“$\bar{k}$ 的项”即“c_n 的项”；“$\bar{k}$ 的公式”即“c_n 的公式”；

CL 的公理模式有：

A_1：$\vdash_{\bar{k}} \phi$ $\quad \phi$ 为 $\Sigma_{\bar{k}}$语言相同的一阶逻辑(*FOL*)的一个永真式对 $\bar{k}$ 的公式的一个实例；

A_2：$\vdash_{\bar{k}} \mathrm{ist}(c_j,A\rightarrow B)\rightarrow(\mathrm{ist}(c_j,A)\rightarrow \mathrm{ist}(c_j,B))$

A_3：$\vdash_{\bar{k}} \mathrm{ist}(c_j,\forall xA)\Leftrightarrow\forall x\,\mathrm{ist}(c_j,A)$

A_4：$\vdash_{\bar{k}} \mathrm{ist}(c_j,\sim A)\rightarrow\sim \mathrm{ist}(c_j,A)$

A_5：$\vdash_{\bar{k}} \sim \mathrm{ist}(c_j,A)\rightarrow \mathrm{ist}(c_j,\sim A)$

其中 $\bar{k}$ 是任意非空的 context 序列，$c_j \in$ K 是 $\bar{k}$ 的内层 context，A，B 为 c_j 的公式。CL 的推理规则有（$\bar{k}$ 可以为 ε）：

R_1：若 $\vdash_{c_i * \bar{k}} A\rightarrow B$，$\vdash_{c_i * \bar{k}} A$，则 $\vdash_{c_i * \bar{k}} B$；

R_2：若 $\vdash_{c_i} \mathrm{ist}(\bar{k},A)$则 $\vdash_{c_i} \mathrm{ist}(\bar{k},\forall xA)$；

R_3：若 $\vdash_{c_i * \bar{k}} \mathrm{ist}(c_j,D)$则 $\vdash_{c_i * \bar{k} * c_j} D$；

R_4：若 $\vdash_{c_i * \bar{k} * c_j} D$ 则 $\vdash_{c_i * \bar{k}} \mathrm{ist}(c_j,D)$

其中 c_i，$c_j \in$ K，$c_i * \bar{k} * c_j$ 是 context 序列，A，B 为 $c_i * \bar{k}$ 的公式，D 为 c_j 的公式。

由公理 A_1，每个 context 具有一阶逻辑的能力。

1.2 语义

CL 的解释依赖于 context 序列，每个 context 序列对应于一个 FOL 解释。

定义 1.2 若 m 满足下列条件，则称 m 为 CL 的一个解释：

对每个 $\bar{k}\in \bar{\mathrm{K}}$，$m(\bar{k})=\langle D_{\bar{k}},I_{\bar{k}}\rangle$，其中 $D_{\bar{k}}$为非空集合，称为个体域，$I_{\bar{k}}$是 $\Sigma_{\bar{k}}$在 $D_{\bar{k}}$上的一个标准的一阶解释函数，且对任意的 $\bar{k},\bar{c}\in \bar{\mathrm{K}}$：

(a)$D_{\bar{k}}=D_{\bar{c}}$，记所有 context 序列所对应的个体域都为 D；

(b)$I_{\bar{k}}$，$I_{\bar{c}}$对个体常元和函词的解释都相同；

(c)对 $\Sigma_{\bar{k}}$的任意 n 元谓词 P，$I_{\bar{k}}(P)\leqslant D^n$。

定义 1.3 若函数 S：VAR→D，则称 S 是解释 m 下的一个赋值。

定义 1.4 项 t 在解释 m，赋值 S 下，在 context 序列 $\bar{k}$ 内的值，即 $I_{\bar{k}}(t)[S]$规定为

1）若 $t=a$（个体常元），则 $I_{\bar{k}}(a)[S]=I_{\bar{k}}(a)$；

2）若 $t=x$（个体变元），则 $I_{\bar{k}}(x)[S]=S(x)$；

3）若 $t=f(t_1,t_2,\cdots,t_n)$，则 $I_{\bar{k}}(t)[S]=I_{\bar{k}}(f)(I_{\bar{k}}(t_1)[S],\cdots,I_{\bar{k}}(t_n)[S])$。

命题 2 项的值不依赖于 context 序列，即对任意的 $\bar{k}$，$\bar{c}\in\bar{\mathrm{K}}$ 及任意的项 t，$I_{\bar{k}}(t)[S]=I_{\bar{c}}(t)[S]$。

根据这个命题，当对项计值时，略去 I 的 context 序列下标，统一写成 $I(t)[S]$。

定义 1.5 $\bar{k}$ 的公式 A 在解释 m，赋值 S 下为真，即 $m|=_{\bar{k}}A[S]$定义为：

1）$m\models_{\bar{k}}P(t_1,t_2,\cdots,t_n)[S]$	iff	$\langle I(t_1)[S],\cdots,I(t_n)[S]\rangle\in I_{\bar{k}}(P)$
2）$m\models_{\bar{k}}\sim B[S]$	iff	$m\not\models_{\bar{k}}B[S]$
3）$m\models_{\bar{k}}(A\rightarrow B)[S]$	iff	$m\models_{\bar{k}}A[S]$蕴含 $m\models_{\bar{k}}B[S]$
4）$m\models_{\bar{k}}\forall xA[S]$	iff	对于任意的 $d\in D$，都有 $m\models_{\bar{k}}A[S(x/d)]$
5）$m\models_{\bar{k}}\mathrm{ist}(c_j,A)[S]$	iff	$m\models_{\bar{k}*c_j}A[S]$

1.3 一些元理论

定义 1.6 设 A 是 $\bar{c}$ 的公式，Γ 是 $\bar{c}$ 的一个公式集，则

1）$\vdash_{\bar{c}}A$ iff 存在有穷序列 $\vdash_{\bar{c}_1}A_1$，$\vdash_{\bar{c}_2}A_2,\cdots$，$\vdash_{\bar{c}_n}A_n$，

其中 $\bar{c}_n=\bar{c}$，$A_n=A$ 且对每个 $1\leqslant i\leqslant n$ 下列条件之一必须满足：

i）$\vdash_{\bar{c}_i}A_i$ 是公理；

ii）$\vdash_{\bar{c}_i}A_i$ 由次序在前的元素及某个推理规则而得。

2）$\Gamma\vdash_{\bar{c}}A$ iff 存在公式 B_1，$B_2,\cdots$，$B_n\in\Gamma$ 使得 $\vdash_{\bar{c}}((B_1\wedge B_2\wedge\cdots\wedge B_n)\rightarrow A)$。

定义 1.7 设 m 是 CL 的一个解释，S 是 m 下的一个赋值，则

1）$\langle m,S\rangle$在 $\bar{c}$ 中满足 A，iff $m\models_{\bar{c}}A[S]$；

2）$\langle m,S\rangle$在 $\bar{c}$ 中满足 Γ，iff 对任意的 $A\in\Gamma$ 都有 $m\models_{\bar{c}}A[S]$；

3）Γ 在 $\bar{c}$ 中可满足，iff 存在 m 和 S，$\langle m,S\rangle$在 $\bar{c}$ 中满足 Γ；

4）$m\models_{\bar{c}}A$ iff 对 m 下的任意赋值 S，都有 $m\models_{\bar{c}}A[S]$；

5）$\models_{\bar{c}}A$ iff 对任意的 m，都有 $m\models_{\bar{c}}A$；

6）$\Gamma\models_{\bar{c}}A$ iff 对任意的 m 和 S，若$\langle m,S\rangle$在 $\bar{c}$ 中满足 Γ，则$\langle m,S\rangle$在 $\bar{c}$ 满足 A；

定义 1.8 设 A 是 $\bar{c}$ 的公式，Γ 是 $\bar{c}$ 的一个公式集，则

1）A 在 $\bar{c}$ 中是协调的，iff $\vdash_{\bar{c}}\sim A$ 不成立；

2）当 Γ 有穷时，Γ 在 $\bar{c}$ 中协调 iff $\wedge\Gamma$（Γ 中所有公式的合取）在 $\bar{c}$ 中协调；

3）当 Γ 是无穷集时，Γ 在 $\bar{c}$ 中协调 iff Γ 的每个有穷子集在 $\bar{c}$ 中协调；

4）Γ 在 $\bar{c}$ 中是完全的，iff 对 $\bar{c}$ 的任意公式 A，皆有 $A\in\Gamma$ 或$\sim A\in\Gamma$。

定理 1 （完备性）$\Gamma\vdash_{\bar{c}}A$ iff $\Gamma\models_{\bar{c}}A$。

⇒方向易证。

在⇐方向的证明中，首先证：若 Γ 在 $\bar{c}$ 中协调，则 Γ 在 $\bar{c}$ 可满足：

对每个 context c_i，都在 Σ_{c_i} 中增加可数无穷多个新常元 CON_d；由 Lindenbaum 引理，可以把 Γ 扩充成对 $\bar{c}$ 来说既完全又协调的公式集 Δ，取 $\Gamma_{\bar{k}+}=\{A|A$ 为 $\bar{c}*\bar{k}$ 的公式，且 $\Delta\vdash$

$_{\bar{c}}$ ist$(\bar{k},A)\}$。可证$\Gamma_{\bar{k}+}$对$\bar{c}^*\bar{k}$来说是完全的和协调的。实际上$\Gamma_{\bar{k}+}$定义了从$\bar{c}$的观点看context 序列$\bar{k}$中为真的命题集。用所有的$\Gamma_{\bar{k}+}$构造解释m和赋值S：取个体域D为括充后的所有的项的集合，对任意$\bar{k}$,$I_{\bar{k}}(t)[S]=t$,$\langle t_1,\cdots,t_n\rangle\in I_{\bar{c}^*\bar{k}}(P^{(n)})iffP^{(n)}(t_1,t_2,\cdots,t_n)\in\Gamma_{\bar{k}+}$，对其它的 context 序列$\bar{k}$，$m(\bar{k})$是满足定义 1.2 的任意解释。

可以证明：$\langle m,S\rangle$在$\bar{c}$满足Γ。最后用反证法证明本定理。

2 对 ist 的有效性解释

第 1 节中，ist 被解释成“为真”(is true)，若与 Buvac[5]一样，把 ist 解释成“有效”(validity)，即 ist(c,P)被解释成“命题P是 context c的定理”，则需要用A_5'替换A_5：

A_5'：$\text{ist}(c_1,\text{ist}(c_2,A))\vee\text{ist}(c_1,\sim\text{ist}(c_2,A))$

也就是说，一个 context 对客观世界的信息可能不完全，但它关于其它 context 对客观世界的信念的信息是完全的。

称$u=\langle D_u,I_u\rangle$是 context k的一个结构，其中D_u是个体域，I_u是对Σ_k中的常量、函词和谓词在D_u上的一个标准的 FOL 解释函数，设 STR(k)是所有这样的结构的集合；

定义 2.1　若m满足下列条件，则称m为 CL 的一个解释：

(1) 对任意的$\bar{k}\in\bar{\text{K}}$，若$\bar{k}=[k_1,\cdots,k_n]$，则$m(\bar{k})\subseteq\text{STR}(k_n)$，且$m(\bar{k})$不空；

(2) 对任意的$\bar{k}$，$\bar{c}\in\bar{\text{K}}$，和任意的$u\in m(\bar{k})$，$v\in m(\bar{c})$有：

(a) $D_u=D_v$，我们把所有结构的个体域都记作D；

(b) I_u，I_v对个体常元和函词的解释都相同；

(c) 对$\bar{k}$的任意n元谓词P，$I_u(P)\leqslant D^n$。

赋值的定义和项的值的计算同定义 1.3，1.4。

命题 3　项的值不依赖于 context 序列和结构，即对任意的$\bar{k}$，$\bar{c}\in\bar{\text{K}}$，任意的$u\in m(\bar{k})$，$v\in m(\bar{c})$，及任意的项t，皆有$I_u(t)[S]=I_v(t)[S]$。

同理，我们将略去I所对应的结构下标，统一写成$I(t)[S]$

定义 2.2　$\bar{c}$的公式A在解释m，结构u，赋值S下为真，即$m,u\models_{\bar{c}}A[S]$，其中$u\in m(\bar{c})$

1) $m,u\models_{\bar{c}}P(t_1,t_2,\cdots,t_n)[S]$ iff $<I(t_1)[S],\cdots,I(t_n)[S]\in I_u(P)$；

2) $m,u\models_{\bar{c}}\sim B[S]$，$m,u\models_{\bar{c}}(A\rightarrow B)[S]$和$m,u\models_{\bar{c}}\forall xA[S]$的定义同定义2.5；

3) $m,u\models_{\bar{c}}\text{ist}(c_j,A)[S]$ iff 对任意的$v\in m(\bar{c}^*c_j)$，都有$m,v\models_{\bar{c}^*c_j}A[S]$。

与定理 1 类似可证，该系统是可靠且完备的。

3 $\text{CL}_=$和CL_d

若在 CL 中增加等词“=”，则需增加公理A_6，A_7，A_8和规则$R_=$，称这样的 CL 为$\text{CL}_=$。

A_6：$\vdash_{\bar{k}}\forall x(x=x)$；

A_7：$\vdash_{\bar{k}}(t_1=t_1'\wedge\cdots\wedge t_n=t_n')\rightarrow f(t_1,\cdots,t_n)=f(t_1',\cdots t_n')$；

A_8：$\vdash_{\bar{k}}(t_1=t_1'\wedge\cdots\wedge t_n=t_n')\rightarrow P(t_1,\cdots,t_n)\Leftrightarrow P(t_1',\cdots,t_n')$

$R_=$：若$\vdash_{\bar{c}}t=t'$则$\vdash_{\bar{k}}t=t'$

其中 $\bar{k}$，$\bar{c}$ 为任意非空的 context 序列，P 为 Σ_k的 n 元谓词。

可以证明，$CL_=$ 也是可靠且完备的。

领域公理在不同 context 内声明的 CL 被称为 CL_d，记 context c 的领域公理为 T_c。如 $T_c=\{tall(Mike)\}$。这时需要通过一个变换把它转化成某一 context 内的公式集，然后再利用 CL 进行推理。

定义 3.1　算子 Γ 作用在 CL_d 和一个 context 上，$\Gamma(CL_d,c)$为满足下列条件的最小集合：1) 若 $A\in T_c$，则 $A\in\Gamma(CL_d,c)$；

2) 对 c 内任意非空的 context 序列 $\bar{k}$(设 $\bar{k}=[k_1,\cdots,k_n]$)，及 k_n 的任意公式 A，若 $A\in T_{k_n}$，则 $ist(\bar{k},A)\in\Gamma(CL_d,c)$。

定义 3.2　(设 $\bar{k}=[k_0,k_1,\cdots,k_n]$)在理论 CL_d 下，A 为 context $\bar{k}$ 的定理，即 $\vdash_{\bar{k}}^{CL_d}A$，

iff　$\vdash_{k_0}^{CL_d}$ ist $(k_1,\ \cdots,\ ist\ (k_n,\ A)\ \cdots)$；

iff　$\Gamma\ (CL_d,\ k_0)\ \vdash_{k_0}$ ist $(k_1,\ \cdots,\ ist\ (k_n,\ A)\ \cdots)$。

例子：设有 context c_0，c_1 和 c_2，满足 c_0Oc_1，c_0Oc_2，

$T_{c_0}=\{\forall x\ (ist\ (c_1,\ tall\ (x))\rightarrow ist\ (c_2,\ tall\ (x,\ Person)))\}$，

$T_{c_1}=\{tall\ (Mike)\}$，$T_{c_2}=\{tall\ (Rose,\ Person)\}$。

可推出：$\vdash_{c_0}^{CL_d}$ $ist(c_2,tall(Mike,Person))$，即 $\vdash_{[c_0,c_2]}^{CL_d}$ $tall\ (Mike,\ Person)$

4　结　论

在 CL_d 中，$\vdash_{\bar{k}}^{CL_d}A$ 的直观含义是：按 $\bar{k}$ 中各 context 的观点，A 为 CL_d 的结论。在多 context 的推理系统中，可以选定不同的 $\bar{k}$ 以获得满足不同要求的推理过程。

CL_d 是个单调的 context 逻辑系统，在文[7]中我们将讨论非单调的 CL 推理。

参 考 文 献

1　McCarthy J. Generality in Artificial Intelligence. Turing Award Lecture, Communication of the ACM, 1987, 30(12): 1030～1035

2　McCarthy J. Notes on Formalizing context. in the proc. of IJCAI'93: 555～560

3　Guha R V. Context: A Formalization and some application. MCC Technical Report, Number ACT-CYC-423-91, MCC, Austin Texas, 1991

4　Sasa Buvac, Ian Mason. Propositional Logic of Context. in the proc. of AAAI'93: 412～419

5　Sasa Buvac. Quantificational Logic of Context. Manuscript. Dec. 1994

6　Giunchiglia E, Traverso P. A Multicontext Architecture for Formalizing Complex reasoning. International Journal of Intelligent systems, 1995, 10(5): 501～539

7　刘海燕等. Context 的非单调推理. 国防科技大学学报, 1996, 1,(4)

（责任编辑　张　静）