

超精密机床变分法精度分析及其应用^{*}

朱建忠 李圣怡 黄 凯

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

摘 要 本文介绍了一种基于变分法的机床精度分析方法, 以及这一方法在超精密机床精度分析中的应用。以超精密气浮花岗石车床为研究对象, 建立了车床成形系统的数学模型, 对车床的输出精度进行了理论分析, 指出了加工误差中各成分的来源及物理意义。最后还探讨了变分法精度分析在超精密机床设计中的应用。

关键词 超精密加工, 变分法, 成形系统, 数学模型

分类号 O 176. 3, TH161. 21

Variational Method of Ultra-precision Machine Tool Accuracy Analysis and Its Application

Zhu Jianzhong Li Shengyi Huang Kai

(Department of Mechatronics Engineering and Instrumentation, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract This paper is concerned with accuracy analysis of ultra-precision machine tools. Accuracy analysis is very important in ultra-precision manufacturing in metal cutting as well as machine tools design. A workable method based on variational analysis is presented in this paper. Using this method, we deduce a mathematical model of our ultra-precision aerostatic marble machine tool. Its output accuracy is analyzed here. We also point out the source and explain the physical meaning of machine errors. Finally we discuss its potential application in the design of ultra-precision machine tool.

Key words ultra-precision machining, variational method, forming-shaping system, mathematical model

机械加工领域中, 机床精度是最重要的性能指标之一。机床精度的评价方法大致可以分为两种^[1]: 第一种是对机床各零部件的运动误差进行评定; 第二种是对机床运动误差

^{*} 国家自然科学基金资助项目

1996 年 7 月 25 日收稿

引起的典型零件加工误差进行评定。目前, 机床精度大多数是按第一种评价方法来进行。但由于缺乏单个部件运动误差对零件加工表面质量的定量描述, 使得前者对机床精度的评价脱离机床实际使用环境, 因而是间接定性的; 而后者由于长期以来机床缺乏精确有效的数学模型, 在实践上存在一定的困难。建立机床精度的数学模型, 对机床精度评价、设计、制造、使用和维护都具有重要意义, 尤为重要的是通过正确的数学模型, 可对机床进行误差补偿。

刀具和工件相对运动创成已加工表面的过程, 伴随着信息的传递和能量的转换, 涉及几何学、运动学、动力学和力学等多门学科。因而, 其数学模型一般是很复杂的。本文从机床误差源和误差传递的角度出发, 给出了机床精度的一类数学模型, 它和机床运动误差以及切削过程有关。该模型包括: 机床成型系统 (Form- shaping System) 数学模型和几何误差模型。

1 机床精度计算的变分法原理

1.1 机床精度计算的变分法思想

机床加工零件的过程就是机床运动通过刀具切削刃与零件表面之间相对运动的复映过程。零件表面精度是机床部件运动的函数, 机床部件运动又是其制造、装配精度、变形 (力变形、热变形) 及外界干扰的函数。因而, 估算零件表面精度是一个求泛函极值的问题。在求解这类泛函极值问题时, 利用变分原理, 可以构造加工表面的精度模型, 指出单个因素对加工表面精度的影响, 确定成形方法的误差, 或者从机床上加工工件的测量结果中找出误差的来源。

1.2 机床精度计算的变分法原理

1.2.1 机床成型系统数学模型的构造

一般地说, 机床从零件表面到刀具之间是单一传递的运动链关系, 称为机床成型系统 (Form- shaping System, 简称 FS)。我们只考虑仅有一把刀具、一个工件这种基本情况。这时, FS 从零件表面到刀具可看做由多个环节组成的链, 相邻环节由支承相联系。FS 结构的主要特性可以用简洁的整数形式唯一地表示出来, 即 FS 特征码。

考虑到机床各单元的运动, 又可以把 FS 表示为刚体的集合, 每一个刚体用一个坐标系 S 来取代, 坐标系的原点 O 和坐标轴 $X、Y、Z$ 定位于该单元的机械设计或制造基准。例如机床导轨、主轴支承、精加工的平面、柱面等都可以作为基准。

众所周知, 刚体具有六个自由度, 但一般情况下, FS 各环节在相对运动中只有一个自由度, 可用如下代码唯一地表示这种运动: X 平动 $\Rightarrow 1, Y$ 平动 $\Rightarrow 2, Z$ 平动 $\Rightarrow 3, X$ 转动 $\Rightarrow 4, Y$ 转动 $\Rightarrow 5, Z$ 转动 $\Rightarrow 6$ 。

从工件到刀具, 依次给成形链各环节编号, 下标 i 表示第 i 个环节, 工件具有零下标, 其坐标系为 S_0 。这样, FS 各环节间的相对运动可表示为整数 k 的形式:

$$k = k_1 k_2, \dots, k_l$$

其中, $k_i (i = 1, 2, \dots, l)$ 是 FS 中第 i 个环节的运动代码 ($k_i = 1, 2, \dots, 6$); l 是 FS 中自由度数。 k 就叫做 FS 的特征码^[2]。

例如 SI- 235 型精密车床 FS 特征码可按上述方法确定为: $k = 631$ 。

知道FS 的特征码之后, 进一步可得出机床的成形函数。所谓成形函数, 就是FS 各环节的位移和刀尖位置在坐标系 S_0 中相对于工件的运动轨迹之间的关系。

利用矩阵相乘, 可进行点的任意线性坐标变换。点在不同的坐标系 S_{i-1} , S_i 中, 其矢径 r_{i-1} , r_i 有如下矩阵关系:

$$r_{i-1} = A_{i-1,i} r_i \quad (2)$$

其中 $A_{i-1,i}$ 是 4×4 阶坐标变换阵, 它具有如下结构:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

坐标变换阵 A 左上角的 3×3 子阵表示 S_i 相对于 S_{i-1} 的旋转, 它是一个正交阵, a_{14} , a_{24} , a_{34} 是 S_i 的原点 O_i 在 S_{i-1} 中的笛卡尔坐标(即坐标原点平移)。相对于机床FS 特征码的坐标变换矩阵 A 共有六种形式: A^1 、 A^2 、 A^3 、 A^4 、 A^5 、 A^6 , 分别对应1~6个成形运动。(2)式可表示为:

$$r_{i-1} = A_{i-1,i}^j r_i \quad (3)$$

其中 $A_{i-1,i}^j (j = 1, 2, \dots, 6)$ 是上述六种形式之一。

由此, 工件坐标系 S_0 上点的坐标和刀具坐标系 S_l 上同一个点的坐标的关系为:

$$r_0 = A_{0,1}^{j_1} A_{1,2}^{j_2}, \dots, A_{l-1,l}^{j_l} r_l = A_{0,l} r_l \quad (4)$$

(4) 式是FS 数学模型的主要理论方程, 它可由上述FS 特征码 k 唯一导出。我们可以用特征码 k 各个位上的值 k_i 依次取代矩阵 A^j 的上标 j 即:

$$A_{0,l} = \prod_{i=1}^l A_{i-1,i}^{k_i} = A_{0,1}^{k_1} A_{1,2}^{k_2}, \dots, A_{l-1,l}^{k_l}$$

除了传递矩阵 $A_{0,l}$ 之外, 还包括切削刀具上的矢径 r_l 。根据刀具类型的不同, r_l 可能会有三种表示形式: 单点刀具、单刃刀具和多刃刀具。

经过类似上述的分析, 可用切削刃方程表示为:

$$r_l = A l^4 r \quad (5)$$

这里 $l^4 = (0 \ 0 \ 0 \ 1)^T$, A_T 是切削刃传递矩阵:

$$A_T = \begin{cases} I & \text{单点工具} \\ A_T(u) & \text{单刃、多刃工具} \end{cases}$$

A_T 亦可表示为若干个矩阵 A^j 的乘积。

将(5)式代入方程(4), 我们得到成形系统模型为:

$$r_l = A_{0,l} A_T l^4 = A_{0,l+m} l^4 \quad (6)$$

这里, $A_{0,l+m}$ 是 $l+m$ 个 c 传递矩阵之积, 其中 l 个矩阵是机床成形系统的, 其余 m 个矩阵是刀具模型的。

这样, 通过成形系统数学模型(4)、(6), 把刀具上的切削点的坐标和工件坐标联系起来。这个模型是由成形系统(FS)特征码唯一构造出来的。

1.2.2 零件表面点的位置误差分析

零件表面上点的位置误差被看做是机床位置函数的全变分。零件表面上矢径为 r_0 的点的位置误差矢量 Δr_0 可表示为: $\Delta r_0 = \Delta r_0(u, v)$ 。这里 u 、 v 是加工表面的曲面坐标。

由(4)式, 可得到:

$$\Delta r_0 = \Delta(A_{0,l} r_l) \quad (7)$$

因为 $A_{0,l}$ 是 l 个矩阵 A^j 的乘积, 从而:

$$\Delta r_0 = \Delta(A_{0,1}r^1) + A_{0,1}\Delta(A_{1,1}r^1) + \dots + A_{0,l-1}\Delta(A_{l-1,1}r^l) + A_{0,l}\Delta r^l \quad (8)$$

由变分法可将上式简化为^{[2],[4]}:

$$\Delta r_0 = \sum_{i=0}^l A_{0,i} \delta A_{i,i} r_i = \sum_{i=0}^l A_{0,i} \epsilon_{i,i} r_i \quad (9)$$

式中, $\epsilon = \delta_r + \delta_i$, 旋转阵 δ_i 和移动阵 δ_r 表征了刚体的旋转和平移。

在精度计算中, 我们感兴趣的不是形如 (8) 的矢量方程, 而是它在某个方向上的投影, 例如加工表面的法向。这时, 精度方程具有标量形式:

$$\Delta r_n = (\Delta r_0 \quad n) \quad (10)$$

其中, n 为加工表面法向单位矢量。

(4)、(9)、(10) 式是进行变分法精度计算的主要公式。

2 超精密车床变分法精度分析

高精度非球表面零件 (如非球表面反射镜和非球表面透镜) 具有消除光程差的作用, 在越来越多的光学系统中被广泛采用, 在很多场合正逐步取代传统的球面镜。但是, 这类零件难象球面镜那样, 可以用研磨法达到很高的加工精度和生产效率, 而且这种方法应用于非球面表面零件加工也受到很多限制。

我们利用变分法对自研的超精密金刚石切削车床非球表面零件加工做一些仿真研究, 希望对于将来的实际加工中数控方案的选择起到一定的参考作用。前文并未涉及到诸如驱动电机性能等机床动态因素, 但是在非球表面零件超精加工中, 必须进行计算机数控加工。在这种情况下, 我们必须考虑电机特性、误差补偿时压电陶瓷的特性等, 即造成工件误差的原因不光是机床的运动系统, 还有控制系统、测量系统。(限于篇幅这里只考虑运动系统误差引起的零件加工误差)

拟加工轴截面为如下抛物线的抛物面反射镜: $z = ax^2$ ($a = 1/(6.25 \times 10^5)$)。设抛物线上任一点处斜率为 k , 则 $k = dz/dx = 2ax = \tan \theta$ 。

分析一下车床的成形系统。超精密金刚石切削车床的 FS 结构如图 1 所示。其成形码为 613, 那么加工表面方程:

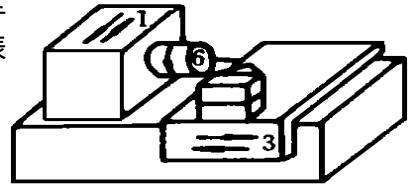


图1 超精密金刚石切削车床的 FS 结构

$$\begin{aligned} r_0 &= A^6(-\phi A^1(x)A^3(z) r_3) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & x \cos \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & -x \sin \phi \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} r_3 \end{aligned}$$

对于单点金刚石刀具: $r_3 = i^4 = (0, 0, 0, 1)^T$

$$r_0 = (x \cos \phi, -x \sin \phi, z, 1)^T = (x \cos \phi, -x \sin \phi, ax^2, 1)^T$$

由 r_0 可得加工表面单位法向矢量:

$$n = \frac{r_x \times r_\phi}{r_x \times r_\phi} = (\sin \theta \cos \phi, -\sin \theta \sin \phi, -\cos \theta)^T$$

则加工表面误差:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{r}_0 &= \sum_{i=0}^3 A_{0,i} \mathbf{E} A_{i,3} i^4 \\ &= (\mathbf{E}_0 A^6 A^1 A^3 + A^6 \mathbf{E}_1 A^1 A^3 + A^6 A^1 \mathbf{E}_2 A^3 + A^6 A^1 A^3 \mathbf{E}_3) i^4 \\ &= (\Delta_1 \cos \phi + \Delta_2 \sin \phi + \Delta_3, -\Delta_1 \sin \phi + \Delta_2 \cos \phi + \Delta_4, \Delta_5, 0)^T\end{aligned}$$

加工表面法向误差:

$$\Delta \mathbf{r}_n = \Delta \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = (\Delta_1 \sin \theta + (\Delta_3 - \Delta_4) \sin \theta \cos \phi - \Delta_5 \cos \theta$$

这一项误差来自于机床运动系统, 其具体数值可由 $\Delta_1, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$ 的结果计算出来。 $\delta_x, \delta_y, \delta_z, \alpha, \beta, \gamma$ 分别为运动部件 X 向、 Y 向及 Z 向直线和转角误差, 对于超精密机床来说, 其值一般是固定不变的, 可根据预先对各部件精度进行测量: 如主轴的回转误差、转角误差, 导轨的直线度误差, 滚珠丝杠的节距误差等, 我们据此算出 $\Delta_1, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$ 等各误差参数, 在后续的工作中我们将进行精度的测量与综合。

3 由零件精度到机床部件精度的变分法机床设计原理

变分法机床精度分析应用的一般场合是已知所有的输入误差 (即机床本身的误差信息) 时计算机床输出误差 (即工件误差)。在实际情况下, 这种条件较难满足。机床本身的详细误差信息不易获得, 需要完整的实验及检测手段。

我们考虑, 在实际工作中会出现这样一种情况: 已知某特定场合需要的某零件的精度等级, 依此为据设计出相应精度的机床, 以满足零件的加工要求, 也就是机床的精度估计。在机床制造厂家, 这就是所设计机床需要满足的最基本要求, 下一步工作都要围绕着这个中心来展开。利用变分法原理可以对机床上各运动部件精度进行估计。

事实上, 这是一个线性回归方程的参数估计问题, 可根据最小二乘法进行参数的最佳估计, 并提供给机床设计人员有用的信息。

4 结论

本文以超精密花岗石车床为研究对象, 介绍了机床成形系统、成形函数、加工表面误差方程、法向误差、点的位置误差等概念, 并论述了古典变分法在精度分析中的应用。变分法是一个古老的话题, 将它应用于超精密车床精度分析领域, 能够构造机床上零件加工表面的误差矢量方程, 指出单个因素对加工表面精度的影响, 反之可以从机床上加工工件的测量结果中找出误差来源。将该理论和超精加工结合起来, 可以完成对工件误差更严密的分析, 得出定性、定量结论。

参考文献

- 1 周龙声. 机床精度检测. 北京: 机械工业出版社, 1983, 6: 3~7
- 2 Reshetov D N, Portman V T. Accuracy of Machine Tools. New York: ASME PRESS, 1988: 21~57
- 3 吴迪光. 变分法. 北京: 高等教育出版社, 1987, 4: 1~14
- 4 黄凯. 精密、超精密机床变分法精度分析: [学位论文]. 长沙: 国防科技大学机电工程与仪器系, 1996.1

(责任编辑 张静)