国防科技大学学报
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY
第 19 卷第 2 期　1997 年 4 月　Vol. 19 No. 2

用矩阵法 FTA 进行非单调关联系统的早期不交化*

方　逵　罗　强　温熙森

(国防科技大学可靠性研究中心　长沙　410073)

摘　要　本文针对带有重复事件的非单调关联系统故障树,定义了非单调关联系统的割集矩阵及不交化最小割集矩阵,利用矩阵变换实现故障树的早期不交化,从而为求解复杂非单调关联系统,解决其 NP 困难问题,提供了一条新途径。

关键词　非单调关联系统 FTA,早期不交化,矩阵分析法

分类号　O213.2

The Former Non- intersection of Non- coherent System with Matrix Method FTA

Fang Kui　Luo Qiang　Wen Xisen

(Reliability Research Center, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract　For the non- coherent system FTA with repeated events, the cut sets matrix and non- intersect mininal cut sets matrix of non- coherent system are defined. Matrix transformation is applied to realize the former non- intersection of FTA. Hence, a new method is provided for sovling the complex non- coherent system and its NP problem.

Key words　non- coherent system FTA, formmer non- intersection NP, matrix analysis method

非单调关联系统故障树分析(NC- FTA)包含了对系统故障树的定性分析和定量分析,而问题的求解主要集中于找到全部质蕴含集 PIS。现有的求解 PIS 的算法主要有 Willie 法[3], K- H 法, LOCKS 法及改进的 LOCKS[2] 算法。这些算法都是把原故障树变为对偶树或逆树,在求得对偶树或逆树全部"MCS"的基础上,通过取对偶或逆变换反求得原故障树的全部 PIS。A. Roscnthal[1] 已证明,一般故障树分析计算都存在 NP 困难问

* 国防预研基金资助项目
1996 年 10 月 28 日收稿

题, 而故障树的早期不交化是解决 NP 问题的有效途径之一。FTA 的早期不交化对解决带有重复事件的FTA 的效果是十分明显的[5]。本文对带有重复事件的非单调关联系统故障树的早期不交化, 提出利用 0, 1, – 1 矩阵运算, 实现非单调关联系统故障树的早期不交化。这种新算法简化了 "MCS "的求解, 进一步便于 PIS 的求解。

1 非单调关联系统 FTA 早期不交化的矩阵运算

1.1 非单调关联系统割集矩阵的定义

将非单调关联系统故障树的割集用一个含有 0, 1, – 1, – 1u 元素的矩阵 M 来表示, 矩阵的列号表示基本事件序号, 矩阵的每行分别表示一个割集。若割集矩阵 M 中 I 号割集包含有 J 号基本事件则 $M(I,J) = 1$。若割集矩阵 M 中 I 号割集包含有 J 号基本事件的补事件则 $M(I,J) = -1$。若割集矩阵 M 中 I 号割集不包含有 J 号基本事件, 则 $M(I,J) = 0$。特别地, 非单调关联系统故障树中的补事件用 $M(I,J) = -1u$ 以示区别。这样定义的矩阵称为非单调关联系统的割集矩阵(不含– 1) 和不交化割集矩阵(含– 1) 。这种表示法同样适用于门输入事件。例如: 图 1 中的 6 门可表示为:

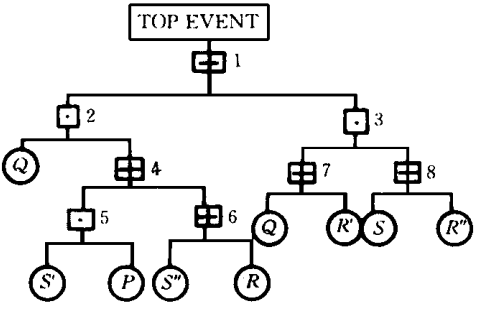

图 1

$$[M]_6 = \begin{pmatrix} Q & P & S & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1u & 0 \end{pmatrix}$$

1.2 求解 NC– FTA 的不交化最小割集矩阵

由 FTA 表示可知, 任一棵复杂故障树都可通过等效变换的方法化简成只含有或门和与门的基本故障树。本文以下所讨论的 NC– FTA 基本故障树不交化最小割集的矩阵运算过程, 因除补事件之外的其它事件处理与单调关联系统完全一样, 可参考文献[4] 。下面着重讨论对于补事件的处理。

(1) NC– FTA 中的补事件由割集矩阵中的无素 – 1u 来区别

如图 1 的故障树 6 门下的底事件 S' 可表示为:

$$[M]_6 = \begin{pmatrix} Q & P & S & R \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1u & 0 \end{pmatrix}$$

(2) 当对割集矩阵中的补元素进行求补运算时, 将割集矩阵中的补元素 – 1u 取为 0, 其它元素运算同单调关联系统的矩阵运算完全一样。但此时要注意, 对不交化割集矩阵元素的求补同单纯元素的求补要相区别。如图 1 的故障树 6 门进行求补运算:

$$[M]_6 = \begin{pmatrix} Q & P & S & R \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

NC- FTA 的具体运算过程如下:

STEP1 将原故障树转换成其对偶故障树

STEP2 对其对偶故障树进行割集矩阵的不交化运算

STEP3 对不交化最小割集进行去补、吸收, 得到其对偶故障树的最小割集(MCS)

STEP4 对 MCS 进行反算, 最后得到原故障树的 PIS

1.3 NC- FTA 的 PIS 表示与定性分析

非单调关联系统故障的全部失效模式必须用质蕴含集 PIS 来表示。定性分析的实质即是在求得对偶故障树全部 "MCS "基础上反算, 以求得 PIS. 从而决定各种基本事件对系统故障的影响。

对不交化最小割集矩阵进行去补、吸收运算可得到最小割集矩阵。仍以图 1 为例, 对偶故障树的最小割集为 $\{Q, R\}$. 对 $\{Q, R\}$ 施行对偶运算, 得到原故障树的 PIS 为 $\{Q\}$, $\{R\}$.

2 算法实例

本文再给出一个实际的非单调关联系统的算例。分别用双取对偶算法及不交化最小割集矩阵双取对偶算法进行比较, 以确认本算法对于 NC- FTA 的早期不交化的正确性。见图 2、图 3.

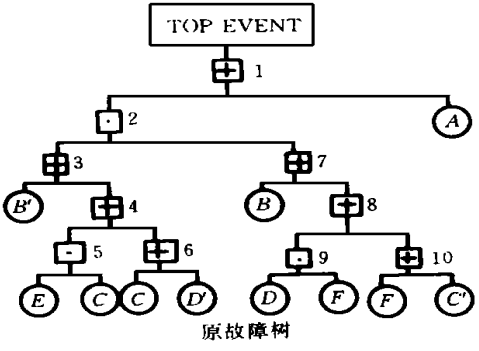

图 2 原故障树

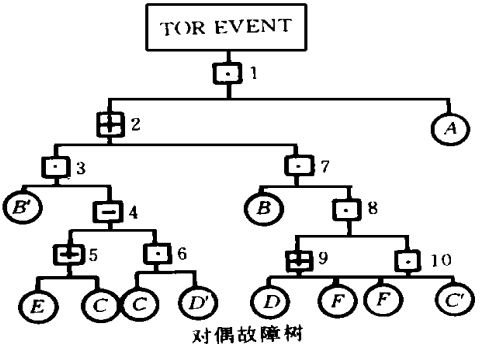

图 3 对偶故障树

以下先用不交化最小割集矩阵法求解。

$$[M]^5 = \begin{pmatrix} A & B & C & D & E & F \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow [M]^{5\prime\prime} = \begin{pmatrix} A & B & C & D & E & F \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[M]^{6\prime\prime} = (0 \quad 0 \quad 1 \quad -1u \quad 0 \quad 0)$$

$$[M]^{4\prime\prime} = [M]^{5\prime\prime} \oplus [M]^{6\prime\prime} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1u & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[M]^{9\prime\prime} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad [M]^{10\prime\prime} = (0 \quad 0 \quad -1u \quad 0 \quad 0 \quad 1)$$

$$[M]_3'' = [M]_4'' \oplus (0 \quad -1u \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) = \begin{pmatrix} 0 & -1u & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 0 & -1u & 1 & -1u & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[M]_8'' = [M]_9'' \oplus [M]_{10}'' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1u & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1u & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[M]_7'' = [M]_8'' \oplus (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1u & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1u & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[M]_2'' = [M]_3'' \oplus [M]_3 \circledcirc\!\!\oplus [M]_7'' = [M]_3'' \oplus \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \oplus [M]_7''$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1u & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 0 & -1u & 1 & -1u & -1 & 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1u & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1u & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1u & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1u & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1u & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 1 & -1u & 1 & -1u & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[M]_1'' = [M]_2'' \oplus (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) = \begin{pmatrix} 1 & -1u & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 1 & -1u & 1 & -1u & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$[M]_1''$即为对偶故障树的不交化最小割集矩阵。将$[M]_1''$进行去补、吸收, 可得到对偶故障树的最小割集矩阵为:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1u & 1 & -1u & 1 & 0 \\ 1 & -1u & 1 & -1u & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1u & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1u & 1 & -1u & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1u & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

由此可知对偶故障树的最小割集为$\{AB\bar{C}D\}, \{ABC\bar{F}\}$. 对最小割集施行对偶运算, 可得原故障树的$PIS$为:$\{A\}, \{B\bar{C}\}, \{B\bar{F}\}, \{BC\}, \{CF\}, \{BD\}, \{D\bar{C}\}, \{D\bar{F}\}$. 以下直接用下行法求解对偶故障树的最小割集, 具体求解过程如下:

$$\Phi_5 = E + C; \quad \Phi_6 = CD'$$
$$\Phi_4 = \Phi_5 \Phi_6 = ECD' + CD' = CD'$$
$$\Phi_3 = B\overline{C}D; \quad \Phi_9 = D + F; \quad \Phi_{10} = C\overline{F};$$
$$\Phi_8 = \Phi_9 \Phi_{10} = DC\overline{F} + C\overline{F} = C\overline{F}; \quad \Phi_7 = BC\overline{F};$$
$$\Phi_2 = \Phi_3 + \Phi_7 = B\overline{C}D' + BC\overline{F};$$
$$\Phi_1 = \Phi_2 A = AB\overline{C}D' + ABC\overline{F}$$

同样可得到对偶故障树的最小割集为: $\{AB\overline{C}D\}, \{ABC\overline{F}\}$; 此结果同用不交化最小割集矩阵法求得的结果相同。

本算法利用不交化最小割集矩阵来实现对非单调关联系统 FTA 的早期不交化, 适用于各类非单调关联系统 FTA。对于处理带有重复事件的非单调关联系统具有较大的实用性。

参考文献

1 Rosenthal A. A Computer Scientist Looks at Reliability Computations in Reliability and Fault Tree Analysis. ed. by Barlow R E, Fussell J B, Singpuwalla N D. SIAM, 1975

2 Locks M O. Ibid. IEEE Trans. on Reliability, V, R-30, 1981: 411～415

3 Willie R R. Computer-Aided Fault-Tree Analysis. ORC-78-14, Opreations Research Center, University of California, Berkley, 1978

4 张利等. 矩阵法 FTA 早期不交化及其皮下气孔缺陷分析. 海军航空工程学院学报, 1996, 11(2)

5 梅启智等. 系统可靠性工程基础. 北京: 科学出版社, 1992

(责任编辑　张静)