

振动非平衡喷管流场的数值研究^{*}

黄 华 瞿章华 柳 军 曾 明

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘 要 从非定常的基本方程出发, 采用时间相关法, 利用带有平滑项的 MacCormack 格式对以氮气为实验气体的一维振动非平衡喷管流场进行了数值计算。分析了不同条件下振动非平衡对流场的影响, 确定了支配振动非平衡的主要因素。计算结果表明, 对于一些实际应用的喷管条件, 振动非平衡具有较为显著的影响。

关键词 时间相关, 喷管流, 振动松弛

分类号 V411.4, O354.3

Numerical Simulation of Vibration-Nonequilibrium Nozzle Flow

Huang Hua Qu Zhanghua Lu Jun Zeng Ming

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The quasi-one-dimensional vibrational-nonequilibrium nozzle flow of nitrogen gas is calculated numerically by using a time-dependent analysis. The explicit MacCormack scheme is used for the numerical solution. The vibrational-nonequilibrium effects of various flow parameters have been discussed and the important factor has been found. It is shown that for some practical nozzle conditions, the vibrational-nonequilibrium effects have significant influence on the freestream nozzle-flow properties.

Key words time-dependent, nozzle-flow, vibration relaxation

目前, 有一大批空气动力实验设备被用来模拟高超音速流场, 其中有一部分设备使用氮气而不是空气作为它们的试验气体。喷管中的非平衡效应对试验段流场有一定的影响。在过去的一段时间内, 国内外对高温振动非平衡的一维喷管流场进行了相应的研究。Erickson^[1]采用理论求解的方法计算了振动非平衡的一维喷管流场, 得到了工程应用图表, Anderson^[2]则采用较为原始的 L-W 格式对振动非平衡流场进行了数值计算, 得到

^{*} 国家自然科学基金资助项目

1996 年 11 月 1 日收稿

了较为简略的结果。而近期国内万惠南等^[3]则采用空间推进的方法对非平衡喷管流场进行了数值模拟,在喉道处进行了特殊处理。本文则采用时间相关法,利用 MacCormack 两步格式对振动非平衡喷管流场进行了数值求解,得到了较为简单和准确的结果。

1 理论模型

在忽略扩散、粘性的振动非平衡一维氮气喷管流场的假设下,非定常控制方程为:

连续方程:
$$A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u A)}{\partial x} = 0$$

动量方程:
$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

总体能量方程:
$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \rho u \frac{\partial e}{\partial x} = - p \frac{\partial u}{\partial x} - p u \frac{\partial (\ln A)}{\partial x}$$

振动能量方程:
$$\frac{\partial e_{\text{vib}}}{\partial t} = - u \frac{\partial e_{\text{vib}}}{\partial x} + \frac{e_{\text{vib}}^{\text{eq}} - e_{\text{vib}}}{\tau}$$

状态方程:
$$p = \rho R T$$

式中 ρ, u, p, e 分别为密度、速度、压力和内能, A 为截面积。

振动松弛时间 τ 为: $\tau = a e^{-bT^{1/3}} / p$, 振动能量:
$$e_{\text{vib}} = \frac{\frac{h\nu}{kT_{\text{vib}}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_{\text{vib}}} - 1}} R T_{\text{vib}}$$

热力平衡时为:
$$e_{\text{vib}}^{\text{eq}} = \frac{\frac{h\nu}{kT}}{e^{\frac{h\nu}{kT} - 1}} R T, T_{\text{vib}}$$
 为振动温度, T 为平动温度

对于 N_2 : $\frac{h\nu}{k} = 3390\text{K}, a = 14.7, b = 0.915$

2 数值方法

2.1 差分格式

本文采用添加平滑项的显式 MacCormack 两步格式。对于守恒形式方程: $\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + H = 0$, 其形式如下:

预测步:
$$\bar{U}_j^{n+1} = U_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{j+1}^n - F_j^n) - \Delta t H_j^n + S_j^n$$

校正步:
$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2} \{ U_j^n + \bar{U}_j^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_j^{n+1} - F_{j-1}^{n+1}) - \Delta t H_j^{n+1} + S_j^{n+1} \}$$

其中平滑项为:

$$S_j^n = C_x \frac{\rho_{j+1}^n - 2\rho_j^n + \rho_{j-1}^n}{(\rho_{j+1}^n + 2\rho_j^n + \rho_{j-1}^n)} (U_{j+1}^n - 2U_j^n + U_{j-1}^n)$$

平滑系数 C_x 通常取 0.1, 稳定性条件为:

$$\Delta t_1 \leq \frac{\Delta x}{u + a}, \Delta t_2 \leq B \Psi$$

其中 $\Psi = \tau, B = (0.2 \sim 0.8), \Delta t = \min(\Delta t_1, \Delta t_2)$

2.2 边界条件

亚音速入口: 给定 P_{01}, T_{01}

$$\frac{\partial P}{\partial x} \Big|_1^{n+1} = 0, P_1 = P_2, \rho_1 = (\gamma P_2)^{\frac{1}{\gamma}}, M_1 = \frac{2}{1-\gamma} \left[1 - (\gamma P_2)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right]$$

$$\frac{\partial e_{vib}}{\partial x} \Big|_1^{n+1} = 0, (e_{vib1} = e_{vib2})$$

超音速出口:

$$U_j^{n+1} = U_j^{n-1}, e_{vibj} = e_{vibj-1}$$

3 计算结果及分析

计算喷管的截面积分布为:

$$\frac{A}{A^*} = 20(0.9791353 - Y), Y < 0.3678699$$

$$\frac{A}{A^*} = 20(0.15 - 0.33768675Y^{\frac{1}{3}} + 0.10129268Y^{\frac{1}{2}} + 0.26794919Y), Y \geq 0.3678699$$

其中 $x \in (0, L), Y = \frac{x}{L} - 0.35$

本文对于几组不同的条件分别计算了振动非平衡、平衡及完全气体流动,并进行了比较。

图1为平动温度剖面图。由图可知:在总温恒定的情况下, $P_0 \times L$ 这一组合参数决定着振动非平衡影响的大小,它们分别代表着驻室压力和喷管形状因素的影响。随着 P_0 减小,振动能量传递减慢;而随着 L 减小,气流膨胀加快,流动特征时间减小,此时喷管流场偏离平衡态,非平衡效应对喷管流场产生了较显著的影响。在图中,完全气体温度下降最快,这是由于振动能量冻结后无法向宏观动能提供能量。而平衡气体中振动能量得到完全激发,从而气体温度下降最为缓慢。

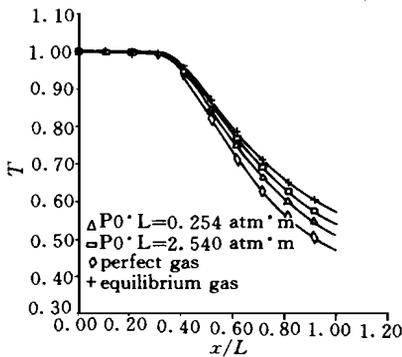


图1 平动温度剖面图

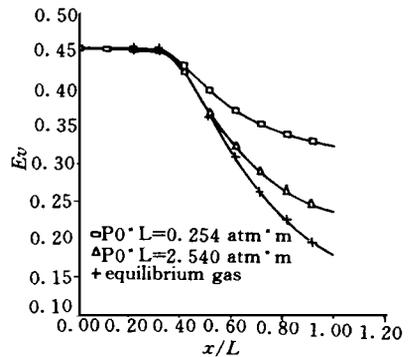


图2 振动能量剖面图

图2为非平衡振动能沿喷管方向的分布情况,并与平衡态振动能量进行了比较。由图可知:随着 $P_0 \times L$ 减小,非平衡效应愈为明显。

图3为总温减小1000K,其余条件不变下的相应计算结果。通过对比可知:虽然总温

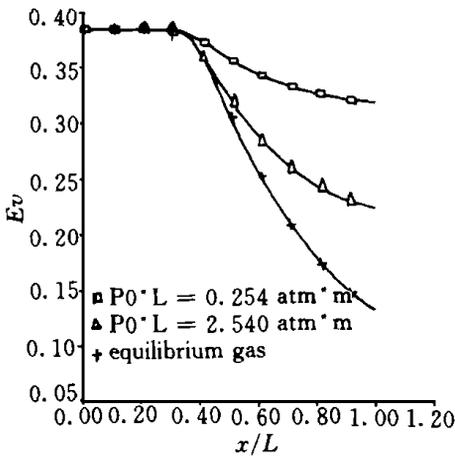


图3 振动能量剖面图

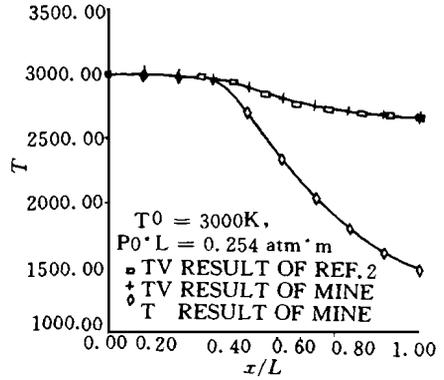


图4 平动、振动温度剖面图

有了较大的改变,但在相同 $P_0 \times L$ 条件下,非平衡影响变化不大。因此 T_0 不是振动非平衡影响的决定因素。

图4为与文献[2]的振动温度计算结果对比情况。由图可知:本文与其一致。图中还给出了相应的平动温度。

4 结 论

通过对振动非平衡一维氮气喷管流场不同条件下的数值模拟,可以看到, $P_0 \times L$ 为决定振动非平衡影响的主要因素,在一定条件下,振动非平衡能对喷管流场产生较为显著的影响。通过与文献的对比可知:本文计算方法准确简便,结果可信,其结论可用来对喷管流场进行初步的非平衡影响判定。

参 考 文 献

- Wayne D E. Vibrational-Nonequilibrium Flow of Nitrogen in Hypersonic Nozzles. NASA, TN-D1810, 1963
- John D. A Time-Dependent Analysis for Vibrational and chemical Nonequilibrium Nozzle Flows. AIAA J., 1970, 8 (3)
- 万惠南, 严龙华. 化学非平衡喷管流计算方法的研究. 空气动力学学报, 1994, 8 (4)

(责任编辑 石少平)