

柔性机械手的模态分析与模态辨识*

刘新建 李 迅 张 彭

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

摘 要 柔性机械手的模态辨识是分析柔性机械手动力学与控制问题中的难点,目前有关文献的工作还不够深入,没有提出较为简单又可方便实时辨识的方法。本文提出了一种简单而有效辨识柔性机械手模态的方法,在理论上根据哈密顿原理和滤波理论说明了该方法的正确性和可行性。

关键词 柔性机械手, 模态分析, 辨识

分类号 TP214

Modal Analysis and Identification for Flexible Manipulator

Liu Xin Jian Li Xun Zhang Peng

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The paper presented a simple but efficient method of mode shapes identification for flexible manipulator. The method is demonstrated to be correct and feasible according to Hamilton principle and filter theory.

Key words flexible manipulator, modal analysis, identification

Bellezza^[1]和 Enrque^[2]分析了选择约束假定模态的特征函数只有在转轴的惯量很大时才接近精确值。有限元方法涉及的计算量太大,没有实时性。模态实验辨识显然是最切实际的半解析方法。但是柔性机械手的模态辨识特别是多柔性臂的情况很困难。虽然有若干文献研究了单柔性臂的模态辨识,但得到的振型函数常采用插值函数方法,其精度常与插值函数以及测量点的数量有关。而 Oakley & Cannon(1989)的实验方法是采用摄影技术得到模态振型的信息,然后再从理论上决定振型,这种方法较为烦琐,通过摄影图象提取各阶振型的信息并不容易,也不适合在线辨识。

* 1996年11月15日收稿

柔性机械手的模态辨识包括频率辨识和振型辨识,单柔性臂频率辨识的文献不少^[3],可是振型辨识比频率辨识要复杂,本文主要研究辨识振型函数的半解析方法。一般地说,最好的假定模态应该是最接近被精确描述的整个系统的自然模态的形函数。

1 旋转单臂梁的精确频率方程和自然模态函数

定义图 1 所示柔性臂运动的切线坐标系 $Ox'y'$, 其上任一 Q 点的弹性位移 $w(x', t)$, 和惯性坐标系 Ox_0y_0 . Q 点在 $Ox'y'$ 中投影点的角位置是 $\theta(t)$, 即关节位移. Q 点在 Ox_0y_0 的角位置 $\alpha(x, t)$, $w(x', t)$ 相对 x' 是很小的, 则 $x \approx x'$, 那么弹性位移引起的附加角位移近似为

$$\arctan\left(\frac{w(x', t)}{x'}\right) \approx \arctan\left(\frac{w(x, t)}{x}\right) \approx \frac{w(x, t)}{x} \quad (1)$$

设 Q 点的位置矢径是 \bar{r} , 则在 Ox_0y_0

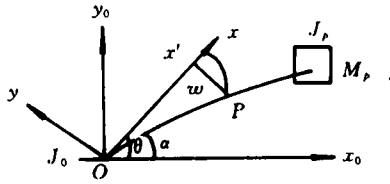


图 1

中的坐标

$$r(x) = \begin{bmatrix} x_{r0} \\ y_{r0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cos \alpha \\ y \sin \alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,

$$\alpha(x, t) = \theta(t) + w(x, t)/x \quad (3)$$

系统的动能分成三部分: 关节动能 T_0 , 梁的动能 T_b , 载荷的动能 T_p ,

$$t_b = \frac{1}{2} \int_0^L \dot{r}^T(x) \dot{r}(x) dm \quad (4)$$

$$T_0 = \frac{1}{2} J_0 \dot{\alpha}^2(0, t) = \frac{1}{2} J_0 \left[\dot{\theta} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right) \right]^2 \quad (5)$$

$$T_p = \frac{1}{2} M_p \dot{r}^T \dot{r} \Big|_{x=L} + \frac{1}{2} J_p \left[\dot{\theta} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} \right) \right]^2 \quad (6)$$

梁的弹性势能(不计重力), 在水平面内运动

$$V = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (7)$$

关节力矩的功

$$W = \tau(t) \left[\theta(t) + \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right] \quad (8)$$

上述 T_0, W 中, 由于 $Ox'y'$ 是随 $\theta(t)$ 旋转的切线坐标系, 则 $\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$ 利用哈密

顿原理 $\delta \int_{t_0}^{t_1} (T - V + W) dt = 0$, 得运动方程: (右上标, 表示对 x 的偏导数)

$$EIw^{IV}(x, t) + \rho[\ddot{w}(x, t) + x\dot{\theta}(t)] = 0 \quad (9a)$$

$$\tau(t) - J\dot{\theta}(t) - \mu(t) = 0 \quad (9b)$$

$$\text{其中, } \mu(t) = \rho \int_0^L x \ddot{w}(x, t) dx + M_p L \ddot{w}(L, t) + J_p \ddot{w}' \Big|_{x=L} \quad (9c)$$

$$J = J_0 + J_p + J_b + M_p L^2$$

$$J_b = \rho \int_0^L x^2 dx$$

$$\text{边界条件: } \left. \begin{aligned} w(0, t) = 0, \quad EIw''(L, t) = -J_p[\dot{\theta}(t) + \ddot{w}'(L, t)] \\ w'(0, t) = 0, \quad EIw'''(L, t) = M_p[L\dot{\theta}(t) + \ddot{w}(L, t)] \end{aligned} \right\} \quad (9d)$$

为求固有模态, 须令 $\tau(t) = 0$, 且作分离变量假设: $w(x, t) = \varphi(x)\delta(t)$ 为求固有模态, 须令 $\tau(t) = 0$, 且作分离变量假设: $w(x, t) = \varphi(x)\delta(t)$

$$\text{则(9c) 化为} \begin{cases} \mu(t) = \delta(t)\mu_0 \\ \mu_0 = \int_0^L x\varphi(x)dx + M_p L\varphi(L) + J_p\varphi'(L) \end{cases} \quad (10)$$

解出(9b)中 $\theta(t)$, 代入(9a), (9d), 令 $\tau(t) = 0$, 引入频率变量 ω , (9a) 分解成如下两个方程:

$$EI\varphi^{IV}(X) - \rho\omega^2\varphi(X) + X \frac{\rho}{J}\omega^2\mu_0 = 0 \quad (11a)$$

$$\delta(t) + \omega^2\delta(t) = 0 \quad (11b)$$

边界条件变成:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(0) = 0, \quad EI\varphi'(L) - \omega^2 J_p \varphi(L) = -\omega^2 \frac{J_p}{J} \mu_0 \\ \varphi'(0) = 0, \quad EI\varphi'''(L) + \omega^2 M_p \varphi(L) = \omega^2 \frac{M_p L}{J} \mu_0 \end{aligned} \right\} \quad (11c)$$

(11a), (11b) 的广义积分具有如下形式的函数:

$$\varphi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx) + C\sinh(kx) + D\cosh(kx) + Fx = \tilde{\varphi}(x) + Fx \quad (12)$$

$$\delta(t) = \cos(\omega t)$$

其中, k 使得 $k^4 = \frac{\rho\omega^2}{EI}$, $\tilde{\varphi}(x)$ 是通常的悬臂梁模态函数, A, B, C, D 是待定的常数,

$$F = \frac{1}{J_0} \left[\rho \int_0^L x \tilde{\varphi}(x) dx + M_p L \tilde{\varphi}(L) + J_p \tilde{\varphi}'(L) \right]$$

当 $J_0 \rightarrow \infty$, 则 $F \rightarrow 0$, 变成悬臂梁情形。将 $\varphi(x)$ 代入边界条件得到特征频率方程

$$\begin{aligned} c \cdot sh - s \cdot ch - \frac{2M_p k}{\rho} \cdot s \cdot sh - \frac{2J_p k^3}{\rho} \cdot c \cdot ch - \\ \frac{J_0 k^3}{\rho} (1 + ch) - \frac{M_p k^4}{\rho^2} (J_0 + J_p) (c \cdot sh - s \cdot ch) + \\ \frac{J_0 J_p k^6}{\rho^2} (c \cdot sh + s \cdot ch) - \frac{J_0 J_p M_p k^7}{\rho^3} (1 - c \cdot ch) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $c = \cos(kL)$, $s = \sin(kL)$, $ch = \cosh(kL)$, $sh = \sinh(kL)$

求解(13) k_i , ($i=1, 2, \dots$), 由(11c)和归一化条件决定 A, B, C, D , 由(12)式得 $\varphi(x)$ 。

单杆时尽管刚柔耦合, 仍能找到解析解。多杆时, 因为杆与杆之间的刚柔运动相互耦合, 类似上述的解析解是难以有的, 但为简便起见, 利用在一杆的末端把其连接的其它构件(含杆件)作为刚性附件质量的“扩张体方法”(Book, 文献[4]), 在误差容许范围内可以使用上述单杆相同形式的该杆的频率和振型函数表达式, 只是系数不同。

2 模态辨识方法

从上面的模态分析看出, 如果测得了各柔性臂的振动频率 ω_i , 又能测得各阶振型的信息, 就可以通过解代数方程组得到各阶振型函数的待定系数 A, B, C, D, F 。为此:

2.1 频率辨识

在两柔性臂的末端分别放置一个振动加速度传感器, 得到振动加速度输出, 作傅立叶变换辨识出频率, 详细方法见文献[3]。必须指出的是加速度传感器测得的输出是包含低频刚体控制运动的加速度和柔性臂的弹性振动加速度, 为此设计高通滤波器滤去刚性运动加速度, 让分离出的振动加速度信号再通过低通滤波器滤去噪声得到振动输出。

2.2 振型辨识

任一柔性梁的弹性变形位移, 用 N 阶截断模态表示

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(x) q_i(t) \quad (14)$$

设柔性臂的厚度为 h , 任一截面的弯矩 $M(x)$, 抗弯刚度 EI , 由材料力学欧拉梁理论, 柔性梁表面的应变

$$\varepsilon = \frac{M(x)}{EI} h/2 \quad (15)$$

$$\text{又} \quad M(x) = EI y'' \quad (16)$$

$$\text{故} \quad \varepsilon = \frac{h}{2} y'' = \frac{h}{2} \sum_{i=1}^N \varphi_i''(x) q_i(t) \quad (17)$$

为此得到了沿柔性梁表面的应变与柔性梁的各阶自然模态函数的关系。

在各柔性臂表面适当分布应变片传感器, 每臂至少 5 片, 并让应变信号通过相应截止频率带通滤波器 BPF , 采集指定关节位形处的带通应变分量测量值, 由于系数 A, B, C, D 中总有一个是任意的, 为求解方便起见, 可不妨指定模态坐标, 如令 $q_i = 0.001$, 其实也可任意假设, 因为模态坐标是虚拟的形式上的坐标, 不是具有唯一性的物理坐标 $y(x, t)$ 。这样对任一柔性臂的每阶振型, 可分别由 5 个带通应变分量值通过解 5 维线性代数方程组确定该阶振型函数的系数 A, B, C, D, F 。如果不是指定模态坐标 q_i , 则须解非线性方程组。

3 结 语

由于模态辨识离不开实验, 尽管我们目前已初步建立了柔性机械手控制的实验平台。但实验辨识的工作仍在进行中。以上仅是在进行了正确的理论可行性分析基础上, 提出模态辨识方法的。不难看出, 所提出的柔性机械手模态(振型)辨识方法具有以下优点:

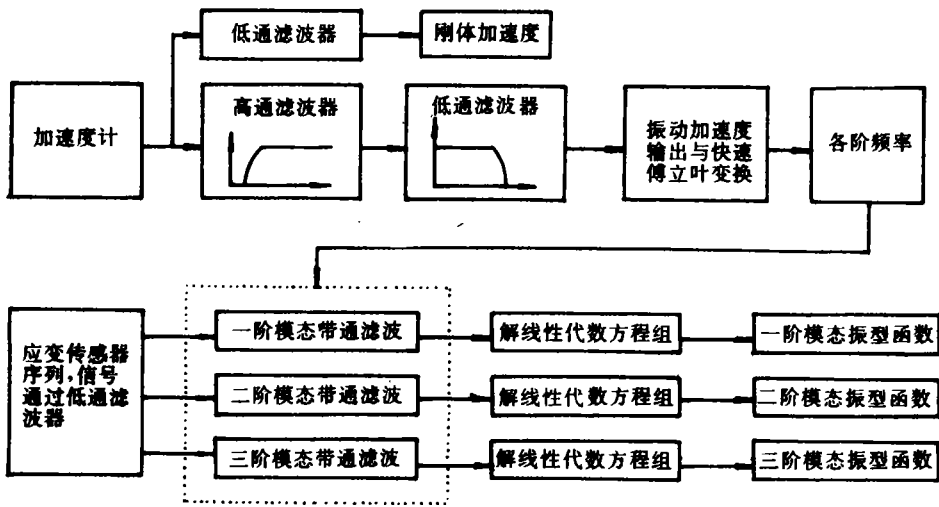


图2 柔性机械手的模态辨识框图

1) 本方法较简便。只需在每臂上测量 5 个点的应变信息, 逐个解 5 维线性代数方程组。

2) 辨识有实时性。如果带通滤波器设计成数字的, 又是解线性代数方程组, 实现实时性是可能的, 但要求振动加速度和应变信号的测量放大电路具有较高的精度。

参 考 文 献

- 1 Bellezza F et al. Exact modeling of the flexible slewing link. IEEE Trans. Robotics and Automation, 1990
- 2 Enrque Barbieri, Umit Ozguner. Unconstrained and constrained mode Expansions for a flexible slewing link. J. of Dyn. Sys. Meas, 1990, 273
- 3 Oakley & Cannon. Theory and experiments in selecting mode shapes for two-link flexible manipulators. Proc. First Int. Syp. on Exp. Robotics, Canada, 1989
- 4 Wayne J. Modeling, design, and control of flexible manipulator arms: a tutorial review. Proceedings 29th on Decision and Control, 1990
- 5 俞载道. 结构动力学基础. 上海: 同济大学出版社, 1987
- 6 周之桢. 材料力学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1987

(责任编辑 石少平)