

自动导向车控制系统的数学模型及应用*

任永益 饶 聘 潘孟春

(国防科技大学机械电子工程与仪器系 长沙 410073)

摘 要 本文提出自动导向车偏差控制系统的数学模型。文章首先研究自动导向车的运动特性,分析偏差量与车轮速度的关系,在此基础上导出它的动态结构图。它是一个多输入多输出的非线性系统。然后通过小偏差线性化方法,把它简化成线性单输入数学模型。该数学模型应用于激光导向无人小车,获得较好的运行控制效果。

关键词 数学模型,自动导向车,动态特性

分类号 TP273

Mathematical Modeling of Control System of AGV and Its Application

Ren Yongyi Rao Dan Pan Mengchun

(Department Mechatronics Engineering and Instrumentation, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract This paper presents a mathematical model of the control system of AGV. First the article studies the kinematical characteristic, analyses the relationship between the deviation and the velocity of the wheel. Then the dynamic configuration is derived, which is a multi-input and multi-output nonlinear system. Finally it is simplified into a single-input linear model by the small deviation linearized method. This model has been applied to a laser guided vehicle. Higher accuracy have been shown by test results.

Key words mathematic model, automated guided vehicle, kinematical characteristic.

自动导向车(简称自导车,英文缩写AGV)是计算机集成制造系统中物流系统的重要部件,它也广泛应用于邮电、仓库管理等系统中。在不同的应用场合有不同的导向方式,例如电磁感应式、光电反射式、激光导向式和计程导向式等。无论采用哪种导向方式都需要建立偏差量与控制量关系的数学模型,然后才能设计有效的控制系统,进行控制。因而数学模型的优劣直接关系到自导车控制的品质和控制系统的成本。虽然在一些

* 1997年3月20日收稿

论文^[1,2]中对自导车控制系统的数学模型也有所涉及,但详尽的推导和全面的论述尚不多见。为此我们进行了比较深入的研究,建立了精确的数学模型,并通过实践验证了它的正确性。

1 自动导向车控制系统数学模型

在计算机集成制造系统中,自动导向车通常沿着预先确定的路径运行。如果其初始运行状态是没有偏差的,经过时间 Δt ,由于外部扰动的影响,自导车相对于规定路径产生了偏差。偏差量可用自导车两驱动轮连线中点与规定路径的垂直距离 Δd 和两驱动轮连线中垂线与规定路径的夹角 $\Delta\theta$ 表示,如图 1。

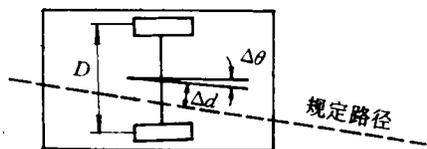


图1 自动导向车偏差情况

设自导车左驱动轮速度为 V_L , 右驱动轮速度为 V_R , 两驱动轮连线中点速度为 V_C , 且在很短的时间间隔 Δt 内, 它的大小和方向均不变, 则由几何关系可知:

$$V_C = \frac{1}{2}(V_R + V_L) \quad (1)$$

$$\Delta\theta = (V_R - V_L) \cdot \Delta t / D \quad (2)$$

$$\Delta d = \frac{1}{2}(V_R + V_L) \cdot \Delta t \cdot \sin\theta \quad (3)$$

当 Δt 趋近于零时, 可得微分形式:

$$d\theta = \frac{1}{D}(V_R - V_L) dt \quad (4)$$

$$dd = \frac{1}{2}(V_R + V_L) \sin\theta dt \quad (5)$$

对 (4)、(5) 式积分并取拉氏变换得:

$$\theta(s) = \frac{1}{Ds}(V_R - V_L) \quad (6)$$

$$d(s) = \frac{1}{2s}(V_R + V_L) \sin\theta \quad (7)$$

当角度偏差 θ 很小时, (7) 式可近似为:

$$d(s) = \frac{1}{2s}(V_R + V_L) \theta \quad (8)$$

由 (6)、(8) 式可画出自导车运动学框图如图 2 所示。

图 2 反映了自动导向车运行时角度偏差量 θ 和位置偏差量 d 与左、右驱动轮线速度的运动学关系。

为了实现灵活的控制, 自导车的两个驱动轮分别用两个直流电机拖动。设电机每分

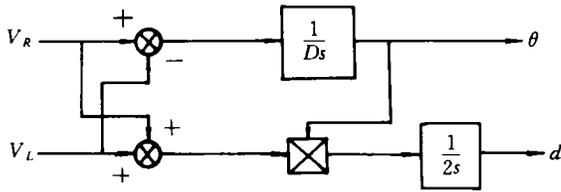


图2 自动导向车运动学框图

钟转速与车轮转速相同，用 n 表示；车轮半径用 r 表示；电机电枢电压用 U 表示；电机及负载的机电时间常数用 T_m 表示；左、右电机相应参数分别用下标 L 和 R 加以区别，则两电机的传递函数可简化表示为：

$$n_R = \frac{k_R}{1 + sT_{mR}} U_R \quad (9)$$

$$n_L = \frac{k_L}{1 + sT_{mL}} U_L \quad (10)$$

其中 k_R 与 k_L 是与电机的反电势系数有关的常数。考虑到两个电机的参数完全相同，令 $T_{mR} = T_{mL} = T_m$ ， $k_R = k_L = k / (60r)$ 。又考虑到车轮线速度与转速的关系，可得左、右驱动轮的线速度与相应电机的控制电压的关系为：

$$V_R = \frac{k}{1 + sT_m} U_R \quad (11)$$

$$V_L = \frac{k}{1 + sT_m} U_L \quad (12)$$

根据方程 (11)、(12) 和图 2 可画出自导车动态特性结构图，如图 3。

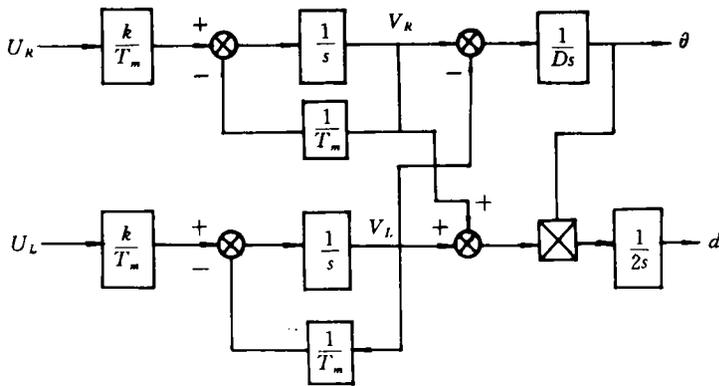


图3 自动导向车动态特性结构框图

在图 3 的动态结构中，由于包含着 θ 与 $(V_R + V_L)$ 相乘的环节，因此是一个非线性系统，难以进行控制系统的精确设计。但是由于自导车是在确定路线上运行的，它的纠偏

过程可视为在确定信号基础上迭加一个微小的控制变量，因而这样一个非线性系统可采用小偏差线性化的方法，将它转化为线性系统来设计。

为简化推导过程，以匀速直线运行情况为例。自导车在没有外部扰动作用的情况下，左、右电机的给定信号相等，即 $U_R=U_L=U_C$ ，在 U_C 作用下自导车产生速度 V_C ；在匀速直线情况下 V_C 可视为常数。由图 3 可知，此时的偏差信号 θ 和 d 均为零。当外部扰动使自导车偏离预定路径时，给定信号将分别加、减一个纠偏控制量 $\Delta U/2$ ，即：

$$U_R = U_C + \Delta U/2 \quad (13)$$

$$U_L = U_C - \Delta U/2 \quad (14)$$

相应电机输出线速度为：

$$V_R = V_C + \Delta V/2 \quad (15)$$

$$V_L = V_C - \Delta V/2 \quad (16)$$

因而图 3 中右上部相加点的输出量为：

$$V_R - V_L = \Delta V \quad (17)$$

右下部相加点的输出量为：

$$V_R + V_L = V_C \quad (18)$$

由方程 (13) ~ (18) 可知，在图 3 中由 U_R 和 U_L 产生的输出偏差信号 θ 和 d 与在图 4 中由小偏差控制信号 ΔU 和平均速度 V_C 产生的输出信号 θ 和 d 相同。考虑到平均速度 V_C 是常数，可移入 $1/(2s)$ 环节的方框中，则图 3 可画成图 4 的形式。

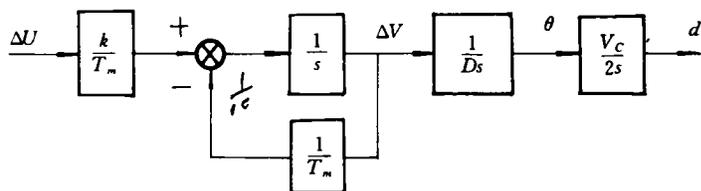


图 4 自动导向车数学模型

图 4 反映了自动导向车偏差量与控制量之间的关系。它是一个单输入两输出线性系统。以它作为数学模型，可以方便地采用线性最优控制理论对自动导向车进行控制。

在图 4 中选择状态变量： $x_1=\Delta V$ ， $x_2=\theta$ ， $x_3=d$ ，并令 $u=\Delta U$ ，则可写出自动导向车的状态方程：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_m} & 0 & 0 \\ \frac{1}{D} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_C}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k}{T_m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (19)$$

即 $\dot{X}=AX+Bu$

可以证明该系统是完全可控的。根据线性二次型最优控制理论，解黎卡提矩阵方程：

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (20)$$

可求得最优状态反馈矩阵 K ：

$$K = R^{-1}B^T P = [k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T \quad (21)$$

自动导向车采用最优状态反馈控制的结构如图 5 所示。

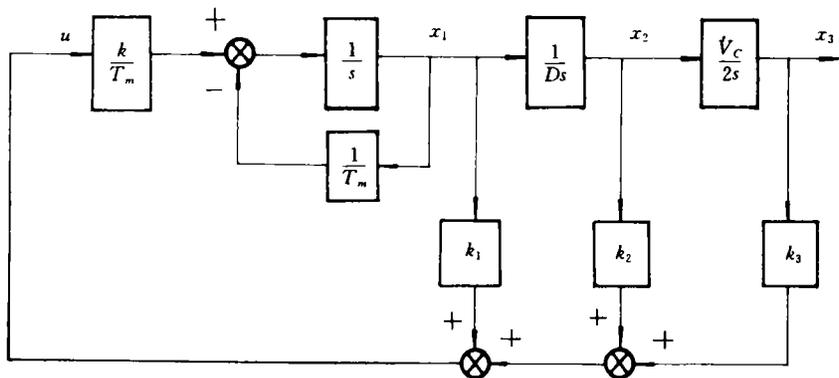


图 5 自动导向车最优状态反馈控制框图

2 系统实现

本数学模型已在我们研制的激光导向无人小车上运用，并获得良好的效果。该车由设置在地面的两个二氧化碳激光器发出的两束平行激光导向。在车的前、后端各有一排由光电三极管组成的光电检测器，分别接收两束平行激光；车的中部有两个驱动轮，分别由两个力矩电机拖动；车的前、后部各有一个万向轮，以保持车体平衡。和力矩电机同轴安装测速发电机，用于速度反馈；和驱动轮同轴安装圆光栅编码器，以实现弯道控制和准确停车。

激光导向小车的控制电路由 8031 单片机系统及相应的接口电路组成。小车运行时，车上的两组光电检测器检测激光束偏离光电检测器中点的情况，所测偏差信号经优先编码器 T341 编成两组四位二进制数码存入并行接口 8155。8031 单片机每隔 10 毫秒从 8155 取数，并计算出偏差量 θ 和 d ，即状态变量 x_2 和 x_3 ，再由测速发电机并经模数转换器获得速度偏差量 ΔV ，即状态变量 x_1 。单片机根据以上状态变量及最优反馈系数计算出纠偏控制量，改变电机 PWM 功放的占空比，调节两个力矩电机的转速，使小车自动纠正偏差。

该车在速度为 0.3m/s，直线运行情况下测试结果如表 1。

表 1

| 初始角度 (°) | 动态偏差 (cm) | 调节时间 (s) |
|----------|-----------|----------|
| ±45 | ±1.0 | <8 |
| ±20 | ±1.0 | <6 |
| ±10 | ±1.0 | <4 |
| 0 | ±1.0 | 0 |

由表 1 可见，当初始偏差角在 45° 以内的各种情况下，偏差量都能在较短的时间内得

到校正。运行过程中有 $\pm 1\text{cm}$ 的动态偏差,这主要是因为地面欠平整,影响驱动轮与地面的接触。

表1记录的运行结果与按自导车两输入单输出模型设计的控制系统的运行结果比较,在动态响应速度和稳态精度两方面都有很大提高。

3 结论

(1) 本文提出的自动导向车控制系统数学模型,由于把多输入非线性系统转化为单输入线性系统处理,因而使控制系统的设计大大简化;同时由于该模型既考虑了位置偏差,又考虑了角度偏差,因而所设计的控制系统在响应速度和稳态精度上都有很大提高。

(2) 本文提出的数学模型为自动导向车控制系统的设计提供了简便实用的依据。它对于以两个电机分别拖动两个驱动轮的自动导向车,无论其导引方式如何,都具有普遍的适用性。

参 考 文 献

- 1 Mamoru Okazaki. New Guidance System for Automated Navigation Vehicle. Japan U. S. A Symposium on Flexible Automation. 1992, 321~329
- 2 Ren Y Y. A New Guide and Control System of Laser Guiding AGV for FMS. proceedings of The XIth International Conference on Production Research. 1993, 1549~1552

(责任编辑 张 静)