

非高斯噪声下的滤波方法*

宋小全 孙仲康

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

摘要 干扰条件下的机动目标跟踪在一些文献^{[1][2]}中已有讨论,但利用多传感器,尤其是被动传感器进行非高斯观测噪声条件下的目标跟踪仍需要研究。本文讨论了被动传感器在随机干扰条件下进行机动目标跟踪的方法,其观测量包含非高斯噪声,也可能包含影响观测值的随机干扰。与基于卡尔曼滤波的常见方法不同,采用动态规划算法进行多假设检验,从而估计目标的状态。仿真试验表明,本文方法能有效地处理非高斯噪声情况下的目标跟踪问题,而基于卡尔曼滤波的跟踪方法,比如EKF,则效果较差。

关键词 跟踪 动态规划 卡尔曼滤波 闪烁噪声

分类号 TN 957.51

Filtering Method with Non—Gaussian noise

Song Xiaoquan Sun Zhongkang

(Institute of Electronic Engineering, NUDT Changsha, 410073)

Abstract Tracking a maneuvering target in a nonlinear interference environment has been discussed in some literature, and this paper considers the problem of tracking with multiple passive sensors in the non—Gaussian noise environment. The measurements possibly include random interference and Glint noise. The method of target state estimation in this paper is a dynamic programming approach. Unlike the traditional method, we reduce the estimating problem to a multiple hypothesis—testing problem, and then use the dynamic programming algorithm to solve the problem of tracking with non—Gaussian noise. The simulation results show the superiority of the new method.

Key words tracking dynamic programming Kalman—filter Glint—noise

用卡尔曼滤波对机动目标进行跟踪的问题,很多文献已对其进行了讨论。雷达或红外传感器的观测模型适合在球坐标中描述,观测模型在球坐标中是线性的;而目标的运

动模型则适合在直角坐标中描述。这样，在同一坐标下必然有一个模型是非线性的。在利用卡尔曼滤波器时需要进行模型转换，将非线性模型线性化。通常是利用 Taylor 式展开，得到近似的线性模型，这不可避免地引入了线性化误差，在某些情况下会导致跟踪发散。另一方面，卡尔曼滤波器要求观测模型必须是可加高斯噪声的线性函数。此条件满足时，在非线性的观测模型下 EKF 能给出线性最优估计。假如噪声不是加性高斯的，那么扩展卡尔曼滤波器就不能得到目标状态的最佳估计。为此很多修正方法被提出，如伪线性方法^[3]，MGEKF^[4]等，这些方法在避免线性化误差影响方面比 EKF 有很大提高，但仍不能解决非可加性高斯噪声的问题。文献 [5] 提出了一种利用动态规划算法进行机动目标跟踪的方法，此跟踪方案不要求任何模型线性化，从而避免了因线性化带来的状态估计误差。本文则将文献 [5] 的估计方法应用到非高斯观测噪声条件下利用被动传感器进行机动目标跟踪的问题。

在雷达接收系统中，由于目标的散射特性，即使不存在干扰，观测噪声也可能呈现非高斯性质，称为闪烁噪声 (glint noise)，一个典型的闪烁噪声的记录如图 1。而标准的 Kalman 滤波要求观测噪声是高斯分布的。文献 [6] 中将闪烁噪声看作高斯噪声和某种包络之和，然后利用一种稳健估计器处理雷达数据。Masreliez 在文献 [7] 中提出了一种改进的滤波算法来解决非高斯噪声的问题，他引进了非线性的代价函数 (score function) 来修正状态，一般能得到近似的最佳估计。但此方法在计算代价函数时要完成卷积等操作，这在实际中通常较难实现。为此，文献 [8] 利用自适应的方法将代价函数展开并略去高阶项，得到了较满意的结果，但这种近似方法仍需要一些复杂的运算，尤其是它不仅需要噪声的密度函数，还需要已知分布的矩生成函数，而这有时难以得到闭合解。

本文利用动态规划的方法，可以方便地处理闪烁观测噪声以及干扰条件下的状态估计。

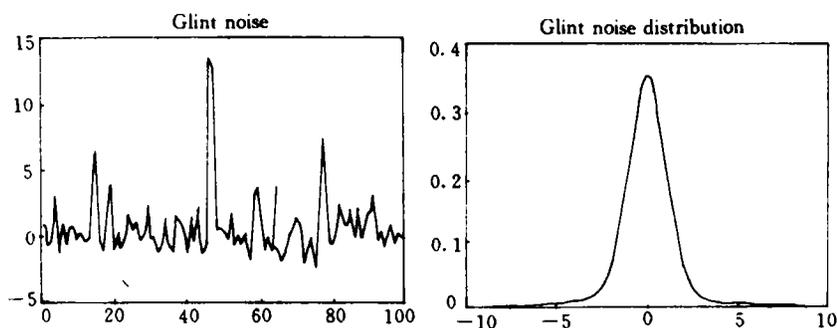


图 1

图 2

1 模型的建立

本文假设机动目标的运动由下面的微分方程在直角坐标系描述：

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= -\mu x(t) + u_x(t) + w_x(t) \\
 \dot{y}(t) &= -\mu y(t) + u_y(t) + w_y(t) \\
 \dot{z}(t) &= -\mu z(t) + u_z(t) + w_z(t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

其中 μ 为阻尼系数, $U = (u_x, u_y, u_z)$ 表示已知的飞行控制指令, $W = (w_x, w_y, w_z)$ 表示零均值白高斯扰动噪声矢量。将 (1) 离散化, 得到:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= x(k) + p_1 \dot{x}(k) + p_2 (u_x(k) + w_x(k)) \\ y(k+1) &= y(k) + p_1 \dot{y}(k) + p_2 (u_y(k) + w_y(k)) \\ z(k+1) &= z(k) + p_1 \dot{z}(k) + p_2 (u_z(k) + w_z(k)) \\ P_1 &\equiv \frac{(1 - e^{-\mu T})}{\mu} \\ P_2 &\equiv \frac{\mu T - 1 + e^{-\mu T}}{\mu^2} \end{aligned} \quad (2)$$

根据以上方程和直角坐标与球坐标间的转换关系, 可以推出球坐标下的目标运动模型,

$$\begin{aligned} s_i(k+1) &= f_i[s_1(k), s_2(k), s_3(k), \dot{S}(k), U(k), W(k)] \\ & \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (3)$$

此处, s_i 表示距离、方位角、俯仰角状态分量, \dot{S} 是状态向量关于时间的导数, f_i 是球坐标中第 i 个状态分量的模型, 是非线性函数。此函数的具体形式可见附录。本文假设状态分量的观测模型是该分量以及影响这个观测量的干扰和观测噪声的非线性函数, 由下式给出:

$$z_i(k) = g_i[s_i(k), I_i(k), v_i(k)] \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

式中 g_i 为已知的非线性函数, I_i 、 v_i 为方位、俯仰分量 (被动观测) 上的具有已知统计特性的干扰向量和观测噪声。另外假设初始状态向量和干扰、扰动、观测噪声等的全部采样都是相互独立的。

如果不存在人为干扰, 则观测量仅受观测噪声的影响。由于目标的散射, 观测噪声可能为闪烁噪声, 其分布与高斯分布的主要差别在于尾部较长, 而在中心区域则类似高斯形状。^[6] 闪烁噪声的密度函数可以用高斯和拉普拉斯分布之和来建模, 如:

$$f_i(x) = (1 - \epsilon)f_g(x) + \epsilon f_l(x) \quad (5)$$

其中, $f_i(\cdot)$, $f_g(\cdot)$, $f_l(\cdot)$ 分别代表闪烁噪声, 高斯, 拉普拉斯分布。也可以用其他的非高斯分布来替代拉普拉斯分布, 如均匀分布等。

2 状态估计的动态规划算法

状态估计的问题可以看作是在球坐标下利用已知的状态和观测模型以及观测序列 ($Z_i = [z_i(1), z_i(2), \dots, z_i(k)] \quad i = 1, 2, 3; i$ 表示状态分量的序号) 来估计状态分量序列 ($S_i = [s_i(0), s_i(1), \dots, s_i(k)] \quad i = 1, 2, 3$) 的问题。可以将此问题转化为多假设检验的问题, 然后利用动态规划算法求解。

首先, 对每个状态分量进行近似、量化, 得到有限状态模型, 然后对每个观测分量也用量化的状态来近似, 这样将估计问题转化为多假设问题。每个状态分量由另外两个分量的估计值来近似, 并量化, 得到:

$$\begin{aligned} s_{q_i}(k+1) &= Q(f_i(s_i(k) = s_{q_i}(k), \dot{s}_i(k) = \hat{s}_i(k), s_j(k) = \hat{s}_j(k), \dot{s}_j(k) = \hat{s}_j(k), \\ & \quad s_l(k) = \hat{s}_l(k), \dot{s}_l(k) = \hat{s}_l(k), w_{d_i}(k), w_{d_j}(k), w_{d_l}(k))) \end{aligned}$$

$$i \neq j \neq l, i, j, l \in [1, 2, 3] \quad (6)$$

观测模型近似为:

$$z_i(k) = g_i[s_{qi}(k), I_i(k), v_i(k)] \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

其中 $Q(\cdot)$ 是量化器, 将实数域划分为若干等间隔的“门”, 并赋予每一个门一个值, 则如 $s_i(\cdot)$ 落入第 j 个门, $s_{qi}(\cdot) \equiv Q(s_i(\cdot)) = s_{qj}$ 。初始随机状态矢量 $s_i(0)$ 由具有 n_{i0} 个可能值的离散随机变量 $s_{qi}(0)$ 来近似, $s_{qi}(k)$ ($k > 0$) 为 i 分量在 k 时刻的量化值。 $\hat{s}_j(k)$ ($k > 0$) 为 j 分量利用零时刻到 k 时刻的观测所做的估计。而导数的估计为:

$$\dot{\hat{s}}_i(k) \equiv \begin{cases} [\hat{s}_i(k) - \hat{s}_i(k-1)]/T & k > 1 \\ [\hat{s}_j(1) - \hat{s}_j(0/1)]/T & k = 1 \\ \dot{s}_{di}(0) & k = 0 \end{cases}$$

其中, $\dot{s}_{di}(0)$ 是具有 d_{i0} 个可能量化值的离散随机变量, 它用来近似初始时刻 i 分量的导数。扰动噪声矢量则用 $(w_{d_i}, w_{d_j}, w_{d_l})$ 来近似^[5], 它们分别具有若干个可能的量化水平值, 以上各量化水平数目均事先选定。关于如何选取 N 个离散值来最优近似一个随机变量见^[5]。由于用具有多个可能量化水平值的离散变量近似状态模型中的随机量, 因此每时刻的状态分量的量化可能值也有多个, 而且当量化门越小, 离散量的可能水平数目越多, 状态量的近似程度越高。(6) 式给出的有限状态模型可以用网格图来表示(图3), 第 i 个状态分量在 k 时刻的可能量化水平值用网格图的第 k 列的各节点表示。从(6)式还可看出, 每一分量的下一时刻的量化水平值的计算与此时刻的其他分量的估计值有关, 因此, 各分量的估计与有限状态模型的递推必须是并行的。建立了有限状态模型后, 就要利用多假设检验来估计目标的状态。图3中的带箭头的线段(分支)表示了可能的量化级间的转移。其转移概率定义为: $\pi_{ijl}(k+1) \equiv \Pr(s_{qi}(k+1) = s_{qil}/s_{qi}(k) = s_{qij})$, 此转移概率可根据有限状态模型中的离散随机变量的发生概率计算。得到 k 时刻的某分量的网格图, 可以知道图中可能的路径 H_i 的数目, 现在估计问题就变成了在多个路径中根据此刻已有观测量 Z^k 寻找一条最优路径的问题, 最优路径经过的节点的量化值就是当时状态的估计值。由于路径可看作假设, 所以寻找最优路径的问题即是多假设检验问题。通常

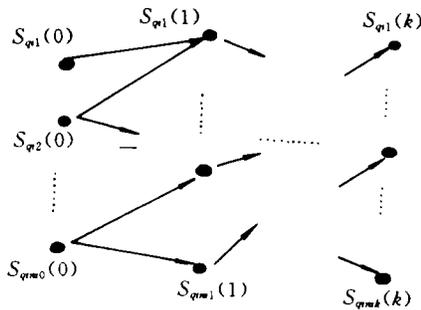


图-3 第 i 状态分量的网络图

的判决准则为最小错误概率准则:

如果 $p(H_i) p(Z^k/H_i) > p(H_j) p(Z^k/H_j)$, 对所有 $j \neq i$, 则选择 H_i .

利用独立观测假设和全概率公式, 可得:

选择 H_m , 如果有下式存在: 对所有 $j \neq m$, 其中 L 为时间长度

$$\log \pi_{i_0}^m + \sum_{k=1}^L (\log \pi_{ik}^m + \log P(z_i(k)/x_{qi}^m)) > \log \pi_{i_0}^j + \sum_{k=1}^L (\log \pi_{ik}^j + \log P(z_i(k)/x_{qi}^j)) \quad (8-1)$$

上式中 $s_{qi}^m(k)$ 为 i 分量第 m 路径在 k 时刻经过的节点的量化值; $\pi_{i_0}^m$ 是第 m 路径初始量化值的概率, $\pi_{ik}^m (k > 0)$ 为 m 路径从 $k-1$ 时刻的量化值变化到 k 时刻的量化值的转移概率, 而 $p(z_i(k)/s_{qi}^m(k)) = p(z_i(k)/s_i(k) = s_{qi}^m(k))$ 是在给定 i 状态分量 k 时刻的量化值为 $s_{qi}^m(k)$ 的条件下, 第 i 观测分量的条件密度函数。注意, 此处对观测的概率密度未作任何限制和假设, 因此算法不仅适宜于高斯分布噪声, 也适用于其他分布的非高斯观测噪声。(8-1)式给出了计算路径的度量值的方法, 而网络图中分支的度量值则如下计算:

$$M(s_{qij}(k-1) \rightarrow s_{qil}(k)) \equiv \log \Pr(s_{qr}(k) = s_{qij}(k)/s_{qr}(k-1) = s_{qil}(k-1)) + \log p(z_i(k)/s_{qr}(k) = s_{qil}(k)) \quad (8-2)$$

寻找具有最大度量值的路径, 由于路径数随时间的迅速增长 (近似于指数增长) 而对计算资源和算法提出了较高要求。此处采用一种动态规划算法——Viterbi 算法^[5]来寻找最优解。归纳以上状态估计算法如下:

(1) 根据 (6) 得到从初始时刻到第一时刻的各分量网格图, 并计算图中各路径的度量值, 利用 Viterbi 算法计算各分量从零时刻到 1 时刻的状态值, 这些值将用来递推第二时刻的网格图。

(2) 计算零时刻到 2 时刻的估计值……

(3) 利用 (6) 将从零时刻到 $k-1$ 时刻的网格图扩展到从零时刻到 k 时刻的网格图。计算网格图中各分支的度量值。利用 Viterbi 算法估计各分量从零时刻到 k 时刻的状态序列值。以下依次递推。

可以看出, 当网络图扩展时具有最大度量值的路径可能变化, 于是每步都可能得到不同的过去状态估计值。

当跟踪时间 LT 较长时, 可以将数据采样分 N 段进行处理, 每段长 Lb 。在每一段内, 用网格图描述运动模型, 用 Viterbi 算法估计目标状态, 在每段的第 Lb 步, 将此时的状态估计值当作此段的状态估计值, 并且在下一段不再更新前一段的状态估计。这样除了第一段以外, 每一段的起始状态节点只有一个^[5], 即前段末的状态估计值。本文对此方法稍做修改, 取得了更好的跟踪效果。在每一段的起始点均选取 n 个值作为最有可能的状态估计值, 其中包括前段末的状态估计值。 Lb 的选取要根据精度要求和计算量综合考虑, 一般地, Lb 越大, 跟踪门越小则跟踪精度越高。

3 仿真试验

状态估计中, 利用有三个可能值的离散量来近似状态和观测方程中的随机变量以得到网格图, 并假设这些离散量是时不变的。为不失一般性, 仿真中假设跟踪时间内飞行控制命令为已知。初始方位角、俯仰角的均值和方差以及导数分别为 (0.76, 0.76)、

(0.01, 0.01)、(0.05, 0.04), 扰动噪声的统计特性已知, 在距离、方位、俯仰的均值、方差分别为 (0, 0, 0)、(7.0, 0.07, 0.07), 观测噪声的均值、方差分别为 (0, 0, 0), (5.0, 0.03, 0.03), 距离、方位、俯仰的量化门限分别为 (0.005, 0.001, 0.001), 采样间隔为 0.1, 阻尼系数为 0.4, 目标飞行控制为 $u_r=1.5, u_b=0.07, u_e=0.06$ 。采样每段长 $Lb=4$ 。

利用 1 个观测器被动观测跟踪。观测方程为:

$$\begin{aligned} z_b(k) &= b(k) + v_b(k) \\ z_e(k) &= e(k) + v_e(k) \end{aligned} \quad (9)$$

观测噪声服从以下分布: $f_i(x) = (1-\epsilon) f_g(x) + \epsilon f_l(x)$, 仿真中取 $\epsilon=0.05$, 拉普拉斯分布的参数为 $\eta_r=0.5, \eta_b=0.03, \eta_e=0.03$, 高斯分布的参数为 $\sigma_r^2=5 \times 10^{-3}, \sigma_b^2=4 \times 10^{-4}, \sigma_e^2=4 \times 10^{-4}$ 。利用 EKF 估计时假设观测噪声为纯高斯分布, 方差如上。50 次 MONTECARLO 仿真结果见图 4。图 4 显示了利用动态规划和 EKF 的距离、方位角、俯仰角的均值估计, 可以看出动态规划算法性能较好。如果将拉普拉斯分布的方差加入高斯分布的方差中进行 EKF 滤波, 性能与上相似。

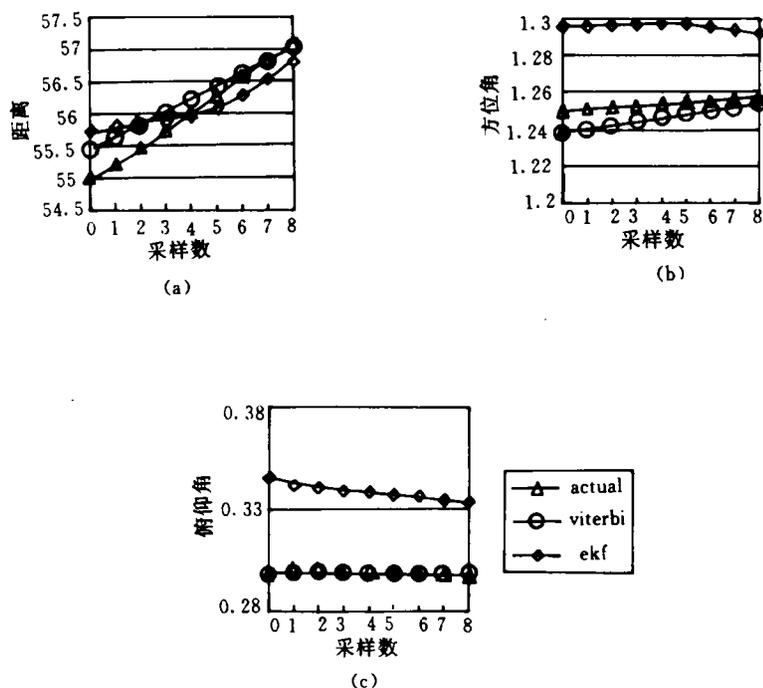


图 4

4 结论

本文利用一种动态规划的状态估值方法实现了在非高斯观测噪声条件下两个被动传

传感器的机动目标跟踪。由于这种方法直接利用了观测的概率密度，适合于任意随机干扰以及非高斯噪声条件下的机动目标跟踪，且不需对状态或观测模型进行线性化，避免了线性化误差。与传统滤波算法相比显示了较大优势。只要计算资源足够，其网格图中的量化门可以取得足够小而避免量化误差。但由于可能的路径数随时间增长很快（几乎为指数增长），使计算量迅速上升，为解决此问题，可以将整个跟踪时间分为若干段，将每一段末的估计终止，各段的起始由上一段末的估计开始。这样可大大减少计算量。另外，利用此算法估计距离、方位角、俯仰角，可并行实现。此算法的局限性在于观测量必须和状态量对应，例如观测量必须是距离、方位角、俯仰角。

附录：球坐标中目标的状态模型

根据直角坐标与球坐标间的关系，利用(2)可以得到

$$r(k+1) = \{ [r(k) + f_1 \dot{r}(k) + f_2 (u_r(k) + w_r(k))]^2 + (f_1 r(k) b(k) \cos(e(k)) + f_2 (u_b(k) + w_b(k)))^2 \quad (A-1)$$

$$+ (f_1 r(k) \dot{e}(k) + f_2 (u_e(k) + w_e(k)))^2 \}^{\frac{1}{2}}$$

$$b(k+1) = \arctan\left(\frac{y(k+1)}{x(k+1)}\right) \quad (A-2)$$

$$e(k+1) = \arcsin\left(\frac{z(k+1)}{r(k+1)}\right) \quad (A-3)$$

其中：

$$x(k+1) = r(k) \cos(e(k)) \cos(b(k)) + f_1 \{ \dot{r}(k) \cos(e(k)) \cos(b(k)) - \dot{e}(k) r(k) \cos(b(k)) \sin(e(k)) - b(k) r(k) \cos(e(k)) \sin(b(k)) \} + f_2 \{ \cos(e(k)) \cos(b(k)) [u_r(k) + w_r(k)] - \sin(e(k)) \cos(b(k)) [u_e(k) + w_e(k)] - \sin(b(k)) [u_b(k) + w_b(k)] \} \quad (A-4)$$

$$y(k+1) = r(k) \cos(e(k)) \sin(b(k)) + f_1 \{ \dot{r}(k) \cos(e(k)) \sin(b(k)) - \dot{e}(k) r(k) \sin(e(k)) \sin(b(k)) + b(k) r(k) \cos(e(k)) \cos(b(k)) \} + f_2 \{ \cos(e(k)) \sin(b(k)) [u_r(k) + w_r(k)] - \sin(e(k)) \sin(b(k)) [u_e(k) + w_e(k)] + \cos(b(k)) [u_b(k) + w_b(k)] \} \quad (A-5)$$

$$z(k+1) = r(k) \sin(e(k)) + f_1 \{ \dot{r}(k) \sin(e(k)) + \dot{e}(k) r(k) \cos(e(k)) \} + f_2 \{ [u_r(k) + w_r(k)] \sin(e(k)) + [u_e(k) + w_e(k)] \cos(e(k)) \} \quad (A-6)$$

参 考 文 献

- 1 Norman H. Gholson, Richard L. Moose. Maneuvering Target Tracking Using Adaptive State Estimation. IEEE Trans. On A. E. S. 3, May 1977, 13 (3)
- 2 Kerim Demirbas. Maneuvering Target tracking with the Viterbi algorithm in the presence of interference. IEE Proceedings, Dec. 1989, 136PtF (6)
- 3 Lindgren A G, Gong K F. Position and Velocity Estimation Via Bearing Observations. IEEE Trans. on A. E. S. 1978, 14 (4)
- 4 Song T L, Speyer J L. A Stochastic Analysis of a Modified Gain Extend Kalman Filter with Application to Estimation with Bearing Only Measurements. IEEE Trans. on A. C. 1985, 30 (10)
- 5 Kerim Demirbas, Leondese C. T. Optimum decoding-based algorithm for dynamic systems, Int. J. Systems Sci. 1985, 16 (8)
- 6 Hewer, G. A. Martin, R. D. and Zeh, J. Robust preprocessing for Kalman filtering of glint noise. IEEE Trans. On AES, Jan 1987, 23

- 7 Masreliez. C. J. Approximate non-Gaussian filtering with linear state and observation relations. IEEE Trans. On A. C. 1975, 20
- 8 Weng-rong Wu. Target tracking with glint noise. IEEE. Trans. on AES, Jan 1993, 29 (1)
- 9 Weng-rong Wu. Target tracking with glint noise. IEEE. Trans. on AES, Jan 1993, 29 (1)

(责任编辑 潘 生)