

矩形锥壳在外压作用下分叉稳定性分析*

林西强 任钧国

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘要 用8结点三维退化壳体单元与非线性有限元法分析了矩形锥壳在外压作用下的稳定性问题。加载过程采用增量方法,计算出位移、应变与载荷的变化曲线。在分叉型失稳时,位移和应变发生突变,以此作为失稳的准则,便于工程检测。计算结果与实验进行了比较,说明此方法可以用于工程分析。

关键词 壳,分叉、稳定性,有限元法

分类号 O34

The Bifurcated Stability Analysis of Rectangle Conical Shell under External Pressure

Lin Xiqiang Ren Junguo

(Department of Astronautics Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract Applying 8-nodes degenerated element and non-linear finite element method, the stability of rectangle conical shell under external pressure has been studied. Using the decrement method in the loading process, the curves of displacements and strains vs pressure have been obtained. Numerical and experimental results show that while bifurcated unstability occurs, the displacements and strains would sharply change and this can be used as a rule in the engineering analysis.

Key words shell, bifurcation, stability, finite element method.

在工程实际中,结构失稳往往是造成事故的一个重要因素,尤其对于薄板、薄壳等薄壁结构,稳定性显得更为突出。结构在弹性范围内失稳,属于几何非线性问题。有时结构还可能进入塑性处在弹塑性状态而导致几何物理双非线性,对此进行解析分析几乎是行不通的。随着计算机功能的不断提高,利用有限元方法进行数值分析成为可能。为了能准确预测出结构失稳情况,应考虑三方面的因素^[1]:①材料初始缺陷;②几何非线性;③物理非线性。在此忽略了初始缺陷的影响,在考虑②、③的情况下,对几种不同壳体进行了分析计算,并与实验结果进行了比较,取得了较满意的结果。

1 计算原理

1.1 单元位移和应变

考虑横向剪切变形影响的曲壳单元,称为8结点40自由度的一般壳单元,使用这种单元建立有限元方程,设单元内任意点的位移插值是

$$u = (u \quad v \quad w)^T = N\delta \quad (1)$$

应变与位移关系是

$$\epsilon = \epsilon_l + \epsilon_n = B_l + B_n\delta \quad (2)$$

其中 δ 为结点位移,矩阵 N , B_l 和 B_n 的具体形式见文献[2]。

* 1997年3月20日收稿
第一作者:林西强,男,1974年生,博士生

1.2 单元切线刚度矩阵的形成

对于弹塑性问题使用 Mises 屈服准则和 Prandtl-Reuss 流动增量理论, 可得到增量形式应力应变本构关系的弹塑性矩阵

$$D_{ep} = D_e - \frac{D_e \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T D_e}{H' + \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right\}^T D_e \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma}} \quad (3)$$

其中 D_e 是物体的弹性矩阵, H' 是等效应力应变曲线的斜率。

利用 Newton-Raphson 方法可得切线刚度矩阵

$$K_T = \int (B_0 + B_n)^T D (B_0 + B_n) dV + \int G^T M G dV \quad (4)$$

其中 D 根据情况选用 D_e 或 D_{ep} , M 和 G 可参见文献 [2, 3]. 当用于计算复合材料层合板时, 先按每层分别计算, 再沿竖直方向叠加。

1.3 计算流程

利用 Newton-Raphson 方法进行非线性迭代, 将每次迭代的残余应力和位移改变量作为收敛条件, 整个计算流程如下:

- (1) 所有矩阵赋初值 0;
 - (2) 外力离散化: $0 = R_0, R_1, \dots, R_m, \dots, R_M = R$;
 - (3) 计算 R_{m+1} 对应的等效结点载荷 $\{p\}$;
 - (4) 对每个 Gauss 积分点进行判断;
若 $\text{lndi} = 0, D = D_{em}$; 若 $\text{lndi} = 1, D = D_{epm}$;
 - (5) 计算单元切线刚度矩阵 K_T ;
 - (6) 组装整体切线刚度矩阵 K ;
 - (7) 求解出位移增量 $\Delta \delta = K^{-1} \{ \Psi \}$;
 - (8) 按弹性关系计算应力增量 $\Delta \sigma = D \Delta \{ \epsilon \}$;
 - (9) 计算屈服函数 $f_{m+1} = f(\sigma_m + \Delta \sigma, k_m)$,
若 $f_{m+1} \leq 0$, 令 $\Delta \{ \sigma \} = \Delta \{ \sigma \}, \text{lndi} = 0$,
若 $f_{m+1} > 0$, 令 $\text{lndi} = 1, r = \frac{f_m}{f_m - f_{m+1}}$,
 $\Delta \sigma = r \Delta \sigma + \sum_{i=1}^n \Delta(\Delta \sigma)_i, k_{m+1} = k_m + \sum_{i=1}^n \Delta(\Delta k)_i, (2 \leq n \leq 5)$;
 - (10) $\sigma_{m+1} = \sigma_m + \Delta \sigma$;
 - (11) 计算残余应力 $\Psi = p - \int (B_0 + B_n)^T \sigma_{m+1} dV$ 及位移改变量 $\left| \frac{\Delta \delta}{\delta_m} \right|$,
- 若有一者不满足控制精度, 转向步骤(7);
- (12) 若 $m+M$, 退出;
 - (13) $m=m+1$, 转向步骤 (3)。

2 壳的稳定性计算与分析

2.1 计算结果

如图 1 示, 共分析了三种不同尺寸圆锥壳的中心点挠度和上、下表面应变。由结构几何及外载的对称性, 用 4×4 网格对二分之一口盖进行计算。所用材料物理参数是

$$E = 65 \text{ GPa} \quad \nu = 0.30$$

几何参数分别为:

$$\textcircled{1} \quad \theta = 0.25 \text{ rad}, r = 393.0 \text{ mm}, t = 1.25 \text{ mm}, h = 147.0 \text{ mm}$$

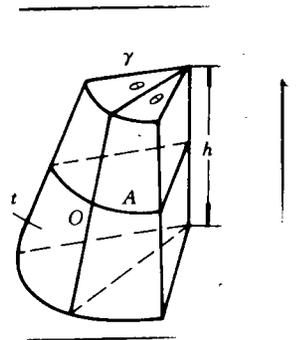


图1 口盖示意图

② $\theta = 0.18\text{rad}, r = 393.0\text{mm}, t = 1.50\text{mm}, h = 125.0\text{mm}$

③ $\theta = 0.20\text{rad}, r = 393.0\text{mm}, t = 1.35\text{mm}, h = 140.0\text{mm}$

三种情况下,母线与竖直方向的夹角均为 15° 。其中心点挠度如图 2 示,挠度和外载方向相同时为正。图 3~图 5 给出了中心点处上、下表面的环向应变。

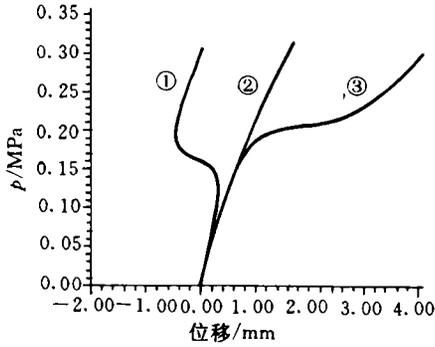


图 2 不同尺寸口盖中心点挠度曲线

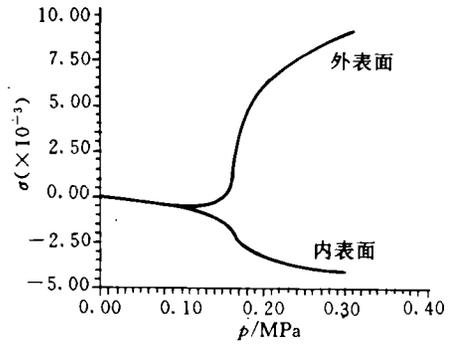


图 3 口盖①中心点环向应变曲线

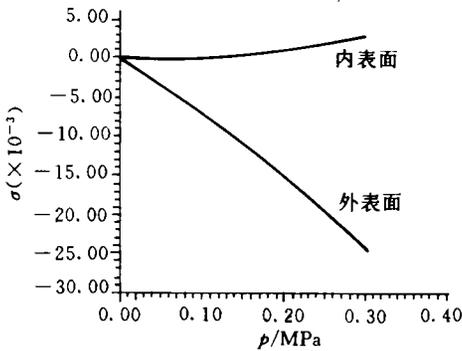


图 4 口盖②中心点环向应变曲线

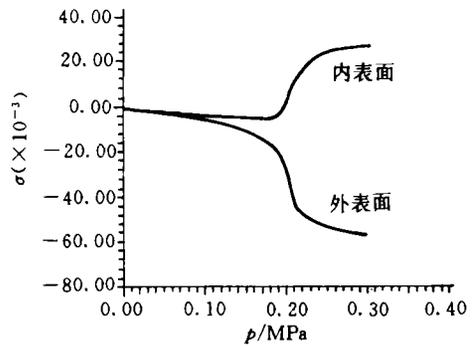


图 5 口盖③中心点环向应变曲线

对应于①、③两种情形,口盖的变形(一半口盖)如图 6、图 7 所示,其中虚线为变形前口盖形状,实线是变形后的口盖形状。

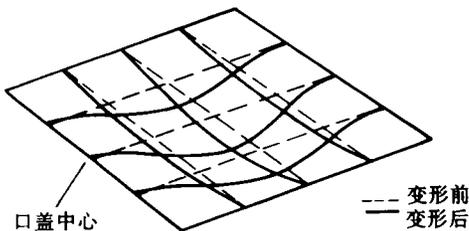


图 6 口盖①变形图

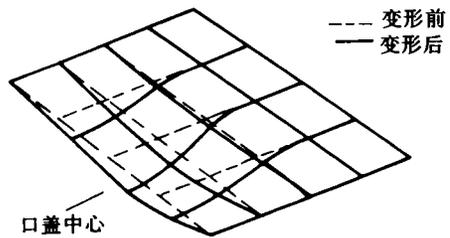


图 7 口盖③变形图

由图 2~图 7 可见,口盖①、③分别在外压为 0.15MPa 和 0.20MPa 时位移和应变同时发生突变,可以判定口盖此时失稳。而口盖②,在线弹性范围内(或小于 0.30MPa 时)没有失稳,对其稳定性的正确分析应在塑性范围内进行。

对口盖②取屈服极限 $\sigma_y = 160\text{MPa}, \sigma_{0.2} = 400\text{Gpa}$, 计算了刚开始屈服时的口盖变形。结果表明,在压力为 0.30MPa 时,口盖表面的两母线边的中心处首先进入塑性状态,但此时口盖仍未出现明显的失

稳，还可继续承载。

2.2 结果分析

锥壳的稳定性问题十分复杂，随着几何尺寸、材料性质、边界条件和受载的变化，会出现不同的结果。通过对三种不同几何尺寸口盖的计算可见有三种情况：

(1) 口盖③. 在线弹性范围内，当外压达到某一水平时，中心点应变、挠度发生突变，内表面应变由负变正，最大挠度在中心点处。失稳波形如图 7 所示，在环向和母线方向都是单波失稳。

(2) 口盖①. 在线弹性范围内，当外压达到某一水平时，中心点应变、挠度发生突变，外表面应变由负变正，最大挠度不在中心点处。失稳波形如图 6 所示，是环向多波，母线方向单波失稳。

(3) 口盖②. 在线弹性范围内应变和挠度没有明显突变，需在塑性范围内进行进一步分析。

以上三种情况，结构都没失效，仍可继续承载。

3 实验验证

设计了一种热外压试验装置，用压力传感器和标准压力表(0.25级)来测定和标定系统的压力，使用机电百分表在垂直方向测量中心点的位移，其最小分度值为0.01mm。利用该装置测试了圆锥壳在高温下的压力—位移曲线，所测试的圆锥壳材料分别为SiC/LY12复合材料和LY12，其中SiC/LY12壳为八层等厚度正交铺层。壳的几何尺寸为

$$\theta = 0.122\text{rad}, r = 651.5\text{mm}, h = 116.0\text{mm}$$

LY12壳的厚度 $t = 2.00\text{mm}$ ；SiC_{t+p}/LY12壳厚度为2.12mm。两者测试温度均为400℃。

实验时口盖由压紧螺钉夹紧在金属胎具和压框之间，由于垫有密封垫，边界条件实际上介于固支和铰支之间，鉴于此，先分别按固支和铰支计算，再取两者的平均值作为最后的结果。其中心点挠度见图8、图9所示。

由图可见，计算与实验结果符合较好，但是数值计算结果不可避免的存在误差，主要来源于：

- (1) 材料参数不准确。主要是指不同温度下材料的弹性模量和泊松比。
- (2) 边界条件不准确。实验时由于垫有密封垫，边界实际上介于固支和铰支之间，计算时会带来一定的误差。
- (3) 材料初始缺陷的影响等。
- (4) 材料屈服后，计算所用屈服准则、强化假设等不是十分准确，对于LY12材料壳体(图9)尤为突出。

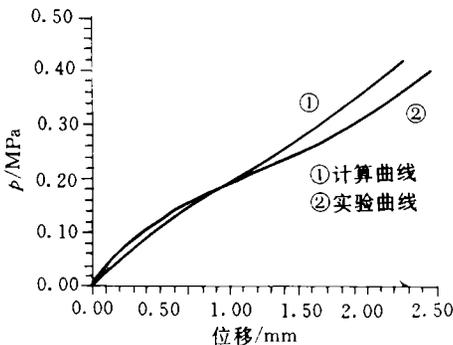


图8 SiC/LY12复合材料壳中心点变形曲线

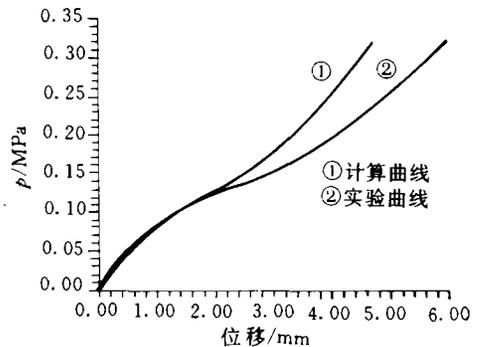


图9 LY12材料壳体中心点变形曲线

4 结论

- (1) 对于用解析方法难以解决的壳体稳定性等非线性问题，利用计算机(包括微机)进行数值分析是条有效的途径；

(2) 在分叉型失稳时, 利用位移和应变发生突变作为失稳的准则, 可以方便的用于工程问题的分析之中;

(3) 壳的稳定性问题非常复杂, 随着边界条件、几何形状和受力情况等不同而变化, 为了进行更准确的预测, 应进一步考虑初始缺陷的影响。对于大变形的情况, 还应改用大变形下的材料本构关系。

参考文献

- 1 Robert K. Large deformation elastic-plastic buckling analysis of spherical caps with initial imperfections. *Computers & Structures*, 1980, 11 (8)
- 2 丁皓江等. 弹性和塑性力学中的有限单元法. 北京: 机械工业出版社, 1989
- 3 殷有泉. 固体力学非线性有限元引论. 北京大学出版社, 1987