

# 用小波包变换降低 MCM 系统中并存的 脉冲干扰和窄带干扰的影响\*

魏急波 程时昕

(东南大学移动通信国家实验室 南京 210018)

**摘要** 小波包变换可以给出信号精细的时频局域化特性,本文通过对信号进行小波包变换,导出了用小波包变换实现多载波调制(MCM)的系统模型,在此基础上研究了用小波包时频分解特性对信号进行变换,从而降低 MCM 系统中并存的脉冲噪声和窄带干扰的影响,并给出了如何选取时频单元进行变换的算法。

**关键词** 小波包,多载波调制,脉冲噪声,窄带噪声。

**分类号** TN914. 2

## Wavelet Packet Transforming to Counteract the Impulse and Narrow-banded Interference in Multicarriers Modulation System

Wei Jibo Cheng Shixin

(Southeast University, Nanjing, 210018)

**Abstract** The wavelet packet transforming (WPT) can give finer time-frequency localization of a signal. In this paper, a model of multicarrier modulation system using WPT is proposed. Based on this model, a method is studied to counteract the impulse and narrow-banded interference, using decomposition of a signal in the time-frequency plane. An algorithm to select the time-frequency atom is given.

**Key words** wavelet packet, multicarrier modulation, impulse noise, narrow-banded noise

通信系统中,码元周期内某一时刻出现的短时脉冲干扰和在某一频率点上出现的窄带干扰在时域和频域上是相互矛盾的,当这两种干扰并存时,单纯用时域的方法或频域的方法,如时域均衡、频域均衡、滤波器设计等,均无法很好地克服它们。而小波包变换具有很好的时频局域化特性,可以对信号在时频面上进行分解,使信号分配在出现干扰的时间区域和频率区域的能量最小,从而大大减少了干扰对信号的影响。本文基于小波包变换理论,建立了 MCM 系统模型,给出了用时频分解降低脉冲噪声和窄带噪声影响的原理及选择时频分解基的准则和相应的算法。

### 1 小波包正交变换

小波包是由多尺度小波分析(MRA)中的尺度函数  $\varphi(t)$  和小波函数  $\psi(t)$  生成的小波函数系列  $\{\omega_n(x), n \in N\}$ , 具体的小波包函数由下式确定<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \omega_{2n}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \omega_n(2x - k) \\ \omega_{2n+1}(x) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \omega_n(2x - k) \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\omega_0(x)$  为尺度函数  $\phi(x)$ ,  $\omega_1(x)$  为母小波函数  $\psi(x)$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$ ,  $\{h_k, k \in \mathbb{Z}\}$  和  $\{g_k, k \in \mathbb{Z}\}$  分别是长度为  $L$  的正交镜像滤波器组(QMF)的低通滤波器系数和高通滤波器系数,且满足:

\* 1997年4月14日收稿

第一作者:魏急波,男,1968年生,博士后

$$g_k = (-1)^k h_{L-1-k} \tag{2}$$

令  $\phi$  是任一正交尺度函数,  $\{\omega_n\}$  是其相应的小波包族, 那么对于每个  $n \in Z$ , 有:

$$\langle \omega_n(\cdot - j), \omega_n(\cdot - k) \rangle = \delta_{j,k} \quad j, k \in Z \tag{3a}$$

$$\langle \omega_{2n}(\cdot - j), \omega_{2n+1}(\cdot - k) \rangle = 0 \quad j, k \in Z \tag{3b}$$

记  $U_{2^j}$  为小波包  $\{2^{j/2}\omega_n(2^j x - k), k \in Z\}$  生成的  $L^2(R)$  空间的子空间, 其中  $j \in Z, n \in Z^+, ,$  则对于任意一个小波空间  $U_{2^j}$  小波包函数簇  $\{2^{j/2}\omega_n(2^j x - k), k \in Z\}$  构成其规范正交基<sup>[2]</sup>.

记  $U_{2^j}^0 = V_{2^j}$  为尺度空间,  $U_{2^j}^j = W_{2^j}$  为小波空间, 根据多尺度分析理论,  $L^2(R)$  空间可以分解成不同尺度且互不重叠的子空间的和, 而且对于任一尺度  $(2^{j+1})$  上的某子空间, 均可以把其分解成更精细尺度  $(2^j)$  上的尺度子空间和小波子空间的“直和”, 即:

$$U_{2^{j+1}} = U_{2^j}^0 \oplus U_{2^j}^{j+1} \quad j \in Z \tag{4}$$

其中:  $n$  是任一非负整数,  $\oplus$  为直和符号, 表示  $U_{2^j}^0 \cap U_{2^j}^{j+1} = \{0\}$ , 且  $U_{2^j}^0 + U_{2^j}^{j+1} = U_{2^{j+1}}, U_{2^{j+1}}$  是小波包函数簇  $\{2^{(j+1)/2}\omega_n(2^{j+1}x - k), k \in Z\}$  生成的子空间,  $U_{2^j}^0$  是小波包函数簇  $\{2^{j/2}\omega_{2n}(2^j x - k), k \in Z\}$  生成的子空间,  $U_{2^j}^{j+1}$  是小波包函数簇  $\{2^{j/2}\omega_{2n+1}(2^j x - k), k \in Z\}$  生成的子空间。这样, 对于尺度空间  $V_{2^j}$ , 有:

$$\begin{aligned} V_{2^j} &= U_{2^j}^0 = U_{2^{j-1}}^0 \oplus U_{2^{j-1}}^1 \\ &= U_{2^{j-2}}^0 \oplus U_{2^{j-2}}^1 \oplus U_{2^{j-2}}^2 \oplus U_{2^{j-2}}^3 \\ &\dots\dots \\ &= U_{2^{j-k}}^0 \oplus U_{2^{j-k}}^1 \oplus \dots\dots \oplus U_{2^{j-k}}^{k-1} \\ &\dots\dots \end{aligned} \tag{5}$$

取  $j=0, -1, -2, \dots$ , 可得其分解如图 1 所示。

在二进制小波包变换结构中, 对上一尺度上小波包子空间的每一次分解, 都会使其频率的分辨率增加一倍而时间的分辨率减少一倍, 即所得时频单元的频带减少一半, 而时宽增加一倍。综合上述分析, 可以得到以下重要结论:

可以用有限个小波包子空间对尺度空间进行分解, 这种分解可以在同一尺度上的均匀分解, 如图 1 和式 (5) 所表示的小波包分解, 所有子带的宽度是一致的; 也可以是在不同尺度上的非均匀分解, 如  $V_1 = U_{2^{-1}}^0 \oplus U_{2^{-2}}^0 \oplus U_{2^{-3}}^0 \oplus U_{2^{-3}}^1$ 。显然, 当限定了最小的分解精度时,  $V_1$  子空间的划分有多种情况, 如给定  $-j \leq 3$  时, 有:  $V_1 = U_{2^{-1}}^0 \oplus U_{2^{-1}}^1 = U_{2^{-1}}^0 \oplus U_{2^{-2}}^0 \oplus U_{2^{-3}}^0 = U_{2^{-1}}^0 \oplus U_{2^{-2}}^0 \oplus U_{2^{-2}}^1 \oplus U_{2^{-3}}^0 \oplus U_{2^{-3}}^1$  等, 不同的子空间划分对应着不同的小波包变换, 从而对应着不同的时频单元结构。

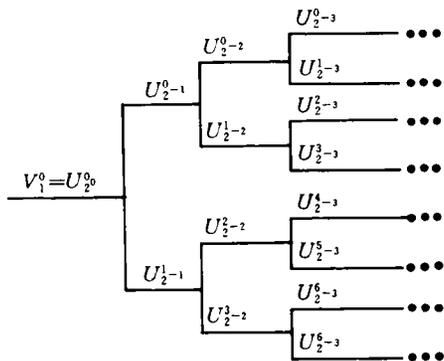


图 1 正交小波包分解树结构

## 2 MCM 系统模型及抗干扰原理

QAM 信号的基带表达式为<sup>[4]</sup>:

$$s(t) = \sqrt{\frac{E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m p\left(\frac{t}{T} - m\right) \tag{6}$$

$\alpha_m$  为 QAM 星座图中的码元符号,  $E$  为符号的平均能量,  $T$  为符号周期,  $p(t)$  是脉冲成形滤波器。设对尺度空间  $V_1$  有这样一个划分:

$$V_1 = \bigoplus U_{2^j}^i, n_i \in \bar{Z}^-, l_i \in Z, \quad i = 1, 2, \dots, J \tag{7}$$

若  $p(t) \in V_1$  根据式 (5), 对式 (6) 可以分解如下:

$$S_{wpm}(t) = \sum_{i=1}^J \sqrt{\frac{2^{l_i} E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha'_m \omega_{n_i}\left(\frac{2^{l_i} t}{T} - m\right)$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{2^l E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^1 \omega_n \left( \frac{2^l t}{T} - m \right) \\
&+ \sqrt{\frac{2^l E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^2 \omega_n \left( \frac{2^l t}{T} - m \right) \\
&\dots\dots \\
&+ \sqrt{\frac{2^l E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^J \omega_n \left( \frac{2^l t}{T} - m \right)
\end{aligned} \tag{8}$$

$\{\sqrt{2^l} \omega_n (2^l t - m)\}$  是一正交小波包, 构成  $U^l$  子空间的规范正交基。从而:

$$\begin{aligned}
\alpha_m^i &= \left[ S_{wpm}(t), \sqrt{\frac{2^l E}{T}} \omega_n \left( \frac{2^l t}{T} - m \right) \right] \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{wpm}(t) \sqrt{\frac{2^l E}{T}} \omega_n \left( \frac{2^l t}{T} - m \right) dt
\end{aligned} \tag{9}$$

这样式(9)可以看成对信号  $S_{wpm}(t)$  的正交小波包变换, 而式(8)则是相应的逆变换, 而且利用式(1), 式(2)很容易得到该正交小波包变换的离散形式。若考虑式(8)中的  $\alpha_m^i$  是信源第  $m$  帧的第  $i$  个符号, 则式(8)可以看成是由正交小波包变换形成的  $J$  个正交载波被信源中第  $m$  帧的  $J$  个符号  $\{\alpha_m^1, \alpha_m^2, \dots, \alpha_m^J\}$  并行调制所得到的MCM信号, 而式(9)可以看成是对MCM信号的解调, 这样利用正交小波包变换及其相应的反变换, 构成了MCM系统, 其系统模型如图2所示:

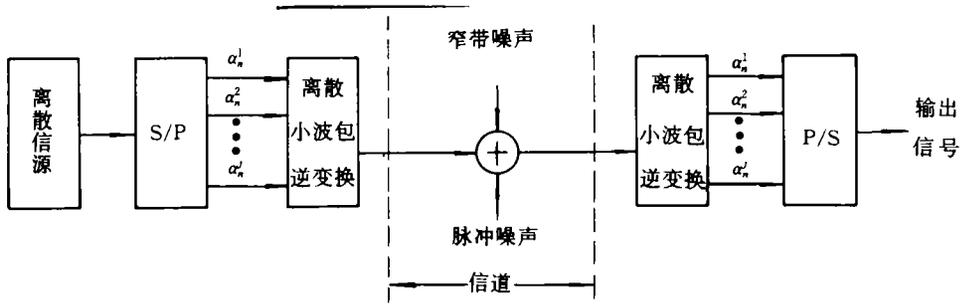


图2 MCM系统模型

图中  $\alpha_m^i$  ( $i=1, 2, \dots, J$ ) 表示信源第  $m$  帧的第  $i$  个符号。第  $m$  帧的  $J$  个信号经过离散小波包逆变换后, 形成一个合路信号发送出去, 在信道上受到脉冲干扰窄带干扰。在接收端, 经过离散小波包变换, 即可分离出相应的  $\alpha_m^i$  信号。图中省略了信道的前端处理部分, 如脉冲成形, 功率控制, 匹配滤波器等。如果我们在发送端和接收端合理选择离散小波包变换的基函数, 使得在一个给定时宽内与脉冲干扰和窄带干扰对应的时频单元数最少, 即可有效地降低脉冲干扰与窄带干扰的影响, 这就是本文的主要思想。下面具体分析其原理。

显然, 式(7)的不同分解, 对应着不同的小波包变换结构, 产生不同的时频单元, 对应着式(8)中不同的系数  $\alpha_m^i$ 。具体地, 若考虑划分

$$V_1 = U_{2^{-1}}^{0-1} \oplus U_{2^{-2}}^{0-2} \oplus U_{2^{-3}}^{0-3} \oplus U_{2^{-3}}^{3-3} \tag{10}$$

相应

$$\begin{aligned}
S_{wpm}(t) &= \sqrt{\frac{2^{-1} E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^0 \omega_2 \left( \frac{2^{-1} t}{T} - m \right) + \sqrt{\frac{2^{-2} E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^0 \omega_1 \left( \frac{2^{-2} t}{T} - m \right) \\
&+ \sqrt{\frac{2^{-3} E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^2 \omega_3 \left( \frac{2^{-3} t}{T} - m \right) + \sqrt{\frac{2^{-3} E}{T}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m^3 \omega_4 \left( \frac{2^{-3} t}{T} - m \right)
\end{aligned} \tag{11}$$

所对应的变换结构及信号的时频图如图3所示。

图中各子频带的分解是按格雷编码进行的,  $T$  是式(6)中的初始码元符号时宽, 式(11)相当于四个信道的MCM系统。当出现脉冲干扰和窄带干扰时, 对应于式(10)的小波包分解, 在时频图上可

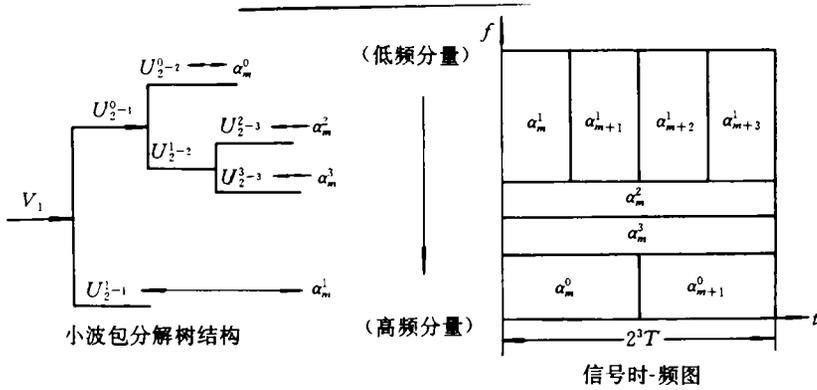


图 3  $V_1 = U_{2^{j-1}}^0 \oplus U_{2^{j-2}}^1 \oplus U_{2^{j-3}}^2 \oplus U_{2^{j-3}}^3$

以清楚地得到干扰出现的位置。显然若信号分解在该位置区间的能量最小, 则其受干扰的影响最小。此结论直接等价于在一个帧时内与干扰位置相交的时频单元数最少。这样在 MCM 系统中, 针对受影响的时频单元来设计  $\alpha_m$ , 对信源符号进行适当编码和速率变换, 在受干扰的时频单元所对应的“载波”上不进行数据传输, 或传输较低速率的信号, 或进行重复编码, 可以有效地降低脉冲干扰和窄带干扰的影响。这样抗干扰的问题也就转换成了如何选择式 (7) 所示的最佳分解基的问题。

### 3 小波包空间基选择原则和算法

综合以上分析我们可以得到空间基选择准则 1:

**准则 1** 对尺度空间的正交小波包分解应使短时脉冲和窄带脉冲在一个帧时内所影响的时频单元数最少。这里的帧时指时频单元中的最长时宽, 如图 3 中的  $2^3 T$ 。

在小波包分解的二进制树结构中, 我们把向树枝方向的分解称为前向分解, 把由树枝向根方向的合并称为反向合并。显然前向分解所得新的时-频分量的频带减半而时长增加一倍, 后向合并正好相反。频带的减少很有可能使窄带噪声落入该时频单元之外, 降低窄带噪声干扰的概率, 时长的增加又会提高脉冲干扰落入该单元的概率, 增加脉冲干扰的影响。由此得到 准则 2 和准则 3。

**准则 2** 当前向分解 (或反向合并) 导致被噪声损坏的时-频单元数增加时, 继续前向分解 (或反向合并) 是不会减少噪声影响的。

**准则 3** 当前向分解 (或反向合并) 导致被噪声损坏的时-频单元数减少时, 反向合并 (或前向分解) 会增加噪声的影响。

根据以上三个准则, 我们可以得到一个快速正交基的选择算法。

首先根据最小的分解精度, 对空间进行同一尺度下的均匀分解, 从而也就确定了最长帧时和该帧时内最多的时-频单元数; 再考察窄带干扰是在低频段还是在高频段, 若在高频段, 则对低频段的分解进行反向合并, 计算此时被干扰的时频单元数 (记为  $c$ )。若  $c$  增加, 则停止反向合并, 恢复该次合并前的分解。否则直至低频不能再被合并为止。再对剩下的高频段的分解进行类似的合并操作, 直至  $c$  达到最小。此时的时-频图所对应的子空间族即为所寻找的最佳分解基。现举例说明如下:

设最小分解精度为  $2^{-3}$ , 即进行三级分解, 则共有  $2^3 = 8$  个时-频单元, 每个时-频单元频带的划分遵循格雷编码, 脉冲和窄带干扰的位置如图 4 所示, 图中左边是时-频图, 右边是其所对应的空间基划分结构, 阴影部分表示受干扰影响的时-频单元, 记每次被干扰的时-频单元数为  $c$ 。

图 4 (a) 是初始划分的时-频图, 此时脉冲噪声干扰所有单元, 窄带噪声干扰  $\alpha_m^3$ , 窄带噪声在低频段, 受干扰影响的时-频单元数为  $c_{\min} = 8$ 。显然此空间基的划分不是最佳的。按“快速正交基的选择算法”重新选择正交空间基, 最后我们得到如图 4 (b) 和图 4 (c) 中所划分的时-频单元图, 此时在  $2^3 T$  时宽内受脉冲干扰和窄带干扰影响的时-频单元数最少, 所对应的最佳空间基的分解应为

$$V_1 = U_{2^0-1}^0 \oplus U_{2^1-3}^1 \oplus U_{2^2-3}^2 \oplus U_{2^2-2}^3 \text{ 或 } V_1 = U_{2^0-1}^0 \oplus U_{2^2-2}^2 \oplus U_{2^2-3}^3$$

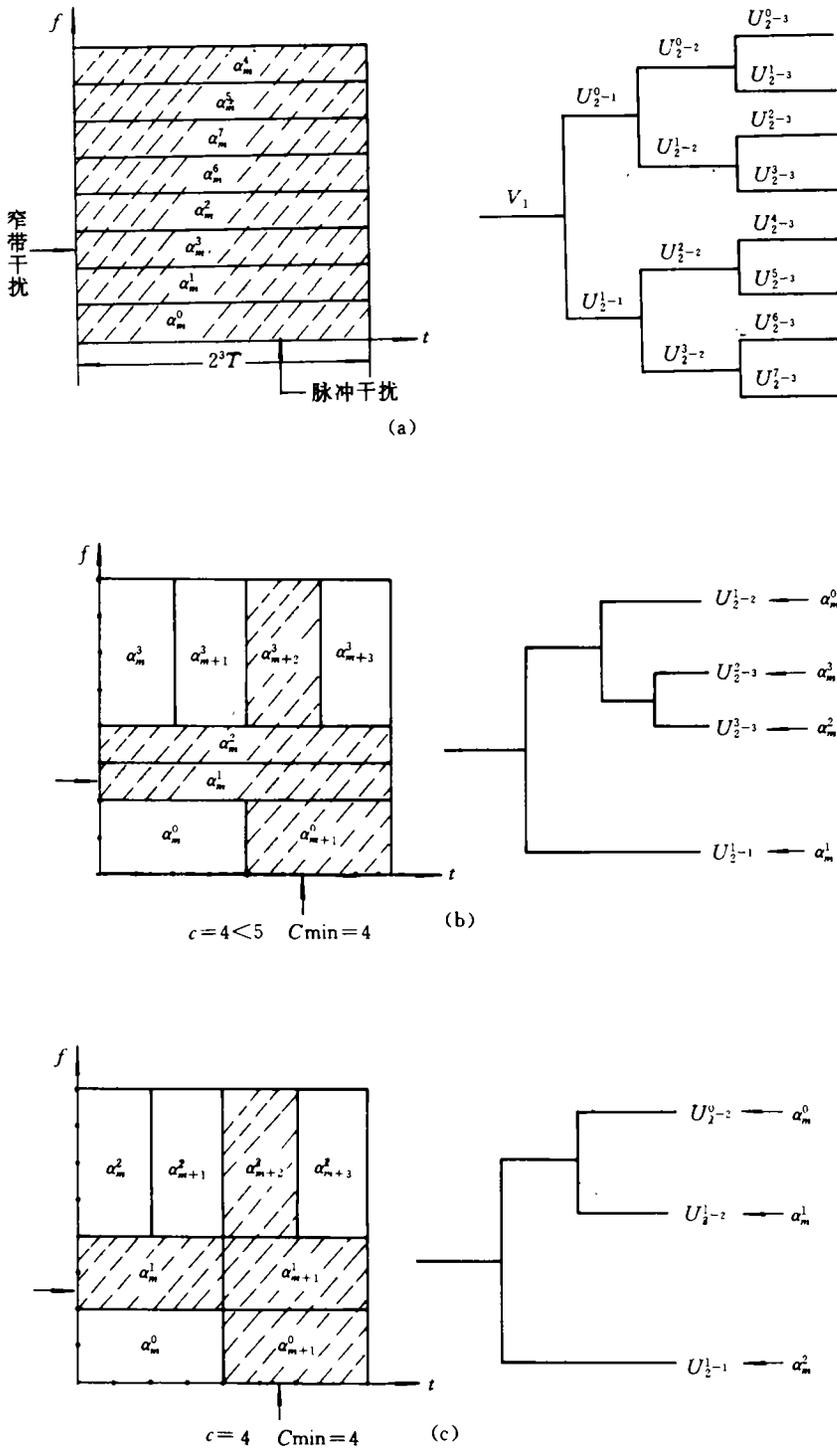


图 4 小波包空间基选择算法示意图

所对应的 MCM 信号表达式为：

$$\begin{aligned}
 S_{wpm}(t) = & \sqrt{\frac{2^{-2}}{T}} \sum_m \alpha_m^0 \omega_{5,1} \left( \frac{2^{-2}t}{T} - m \right) + \sqrt{\frac{2^{-3}E}{T}} \sum_m \alpha_m^2 \omega_{5,2} \left( \frac{2^{-3}t}{T} - m \right) \\
 & + \sqrt{\frac{2^{-3}E}{T}} \sum_m \alpha_m^3 \omega_{5,3} \left( \frac{2^{-3}t}{T} - m \right) + \sqrt{\frac{2^{-1}E}{T}} \sum_m \alpha_m^1 \omega_{5,4} \left( \frac{2^{-1}t}{T} - m \right)
 \end{aligned}$$

或

$$S_{wpm}(t) = \sqrt{\frac{2^{-2}}{T}} \sum_m \alpha_m^0 \omega_{6,1}(\frac{2^{-2}t}{T} - m) + \sqrt{\frac{2^{-2}E}{T}} \sum_m \alpha_m^1 \omega_{6,2}(\frac{2^{-2}t}{T} - m) \\ + \sqrt{\frac{2^{-1}E}{T}} \sum_m \alpha_m^2 \omega_{6,3}(\frac{2^{-1}t}{T} - m)$$

图 4 (b) 形成的 MCM 系统有四个子信道, 图 4 (c) 形成的 MCM 系统有三个子信道, 其取舍取决于 MCM 系统中滤波器的要求和子信道的个数。

对于多个干扰并存的系统, 用相同的方法可以很容易得到其子信道的最佳划分。

## 4 结论

综合上述, 在脉冲干扰和窄带干扰并存的通信环境中, 用正交小波包变换进行 MCM 传输, 只要合适地选择小波基函数的空间划分, 可以有效地降低脉冲干扰和窄带干扰的影响。选择小波包空间基的准则是使得干扰所影响的各空间基对应的时-频单元数最少, 这一思想对通信抗干扰研究提供了一条新的思路。

## 参考文献

- 1 Yves Meyer. Wavelets Algorithms & Applications. Philadelphia, 1993
- 2 崔锦泰. 小波分析导论. 程正兴译, 西安交通大学出版社, 1995
- 3 Vetterli M. and Herley C. Wavelets and Filter Banks: Theory and Design. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992. 40 (9)
- 4 Leared R E et al. Wavelet-Packet-Based Multiple Access Communication. Proceedings of 1994 SPIE, 1994