国 防 科 技 大 学 学 报
第20卷第1期 JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY Vol. 20 No. 1 1998

Min-max 模糊 Hopfield 网络的一个基于容错性的学习算法*

刘普寅

(国防科技大学系统工程与数学系 长沙 410073)

摘 要 在一定的条件下证明了 Min-max 模糊 Hopfield 网络吸引子的吸引域随着连接权矩阵的减小而增大，在此基础上，设计了一个基于容错性的学习算法。在一定的意义下，用该学习算法得到的矩阵最小，从而此时系统具有最优容错性。最后用实例验证了结论。

关键词 Min－max 模糊 Hopfield 网络，容错性，吸引子，吸引域。

分类号 TP18

A Learning Algorithm Based on Fault-tolerance for Min-max Fuzzy Hopfield Networks

Liu Puyin

(Department of System Engineering and Mathematics, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract In the paper, we prove under some conditions, that the attractive basin of the attractor of min-max fuzzy Hopfield network increases when the connected weighted matrix decreases. In accordance with this conclusion, we design a learning algorithm based on the fault-tolerance of the network, the matrix obtained by the learning algorithm is minimum, consequently, the fault-tolerance of the network is optimal. Finally, the example demonstrates our conclusions.

Key words Min-max fuzzy Hopfield network, fault-tolerance, attractor, attractive basin.

一个模糊神经网络(FNN)系统的必要性质之一是其要有较强的容错性，因为在处理实际问题时，系统所接受的模糊(F)信息往往有畸变或受到干扰。所以研究如何使 FNN 系统在输入有误差的信息时也能回想出正确的 F 模式，这在模式识别、系统辨识和预测等领域是非常重要的[1]。已有的文献对这个问题的研究较少，而更多的是集中在网络的存储容量的改善等方面[2,3,5]。在文献[4]中，我们引入了下列离散时间的 Min-max 模糊 Hopfield 网络模型：

$$X(t) = X(t-1) \circ W \tag{1}$$

其中 $t = 1,2,\cdots$ 为系统的迭代次数，"$\circ$"为取大－取小($\vee - \wedge$)复合运算，$W = (w_{ij})_{n\times n}$ 为连接权矩阵，$X(0)$ 为初始 F 模式。

对于系统(1)，其存储能力很强，可以存储任意族 F 模式，并且该系统与离散 Hopfield 网络有类似的性质，文[4]在一定的条件下给出了(1)关于 W 的一个解析算法，使得已给的 F 模式不仅是系统的吸引子，而且吸引子的吸引域是非退化的，故此时系统(1)具有较强的容错性。

本文在上述结果的基础上，进一步设计了一个关于 W 的解析学习算法，使得在一定的意义下，吸引子的吸引域最大，这样就保证了容错性在一定的条件下最优。文中总设 $N=\{1,\cdots,n\}$，$P=\{1,\cdots,p\}$，n，

* 国防预研基金资助项目。
1997年4月15日收稿
作者：刘普寅，男，1965生，副教授

p 为自然数，其余没加特别说明的记号都是标准的。

1 吸引子的吸引域

本节将给出系统(1)吸引子的一个吸引域，而且该吸引域作为$[0,1]^n$ 的子集比文献[4]中相应的集合要大。

定义1 称F模式 B 是系统(1)的吸引子，若 $B=B\circ W$. 假设 B 是(1)的吸引子，且集合 $F_q\subset[0,1]^n$，$B\in F_q$，而$\forall X\in F_q$，以 X 为初始模式，系统收敛到 B，则称 F_q 是 B 的吸引域。吸引域 F_q 非退化是指它作为$[0,1]^n$ 的子集，其体积大于零。

系统(1)的容错性是指在输入信号(初始模式)受到干扰时，该系统也能回想出正确的F模式(吸引子)的能力，系统容错性的好坏主要是由相应吸引子的吸引域大小来决定。

下面设F模式 $B=(b_1,\cdots,b_n)$，以及系统(1)的连接权矩阵 $W=(w_{ij})_{n\times n}$. 对于 $i\in N$，记

$$G(W,B,i)=\{j\in N|w_{ij}>b_j\},E(W,B,i)=\{j\in N|w_{ij}=b_j\}$$

而且

$$GE=\{i\in N|G(W,B,i)\neq 0,\text{且}\,E(W,B,i)\neq 0\}$$

$$E=\{i\in N|G(W,B,i)=0\ \text{但}\ E(W,B,i)\neq 0\}$$

$$G=\{i\in N|G(W,B,i)\neq 0\ \text{但}\ E(W,B,i)=0\},L=\{i\in N|G(W,B,i)\cup E(W,B,i)=0\}$$

$$b_i^1(W,B)=\begin{cases}\vee_{j\in E(W,B,i)}b_j & E(W,B,i)\neq 0\\ 0 & E(W,B,i)=0\end{cases}\quad b_i^2(W,B)=\begin{cases}\wedge_{j\in G(W,B,i)}b_j & G(W,B,i)\neq 0\\ 1 & G(W,B,i)=0\end{cases}\tag{2}$$

又记

$$EE=\{i\in N|G(W,B,i)=N\},\text{且}\,GG=\{i\in GE|E(W,B,i)\cup G(W,B,i)=N\}$$

而

$$i_e=\begin{cases}\min\{i|i\in EE\} & EE\neq 0\\ n+1 & EE=0\end{cases}\quad i_{ge}=\begin{cases}\min\{i|i\in GG\} & GG\neq 0\\ n+1 & GG=0\end{cases}$$

对于集合 $G\subset N$，定义函数

$$\alpha(C)=\begin{cases}1 & C=0\\ 0 & C\neq 0\end{cases}$$

而且若 $i\in N$，$\forall j_1\in E(W,B,i)$，$j_2\in G(W,B,i)$，有 $b_{j_1}<b_{j_2}$，这时令

$$\begin{aligned}F_q(B,W)=\{&(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in[0,1]^n|x_{i_e}\in[b_{i_e}^1(W,B),1],x_{i_{ge}}\in[b_{i_{ge}}^1(W,B),b_{i_{ge}}^2(W,B)]\\ &x_i\in[b_i^1(W,B)\cdot\alpha(GG),b_i^2(W,B)](i\in GE\backslash\{i_{ge}\}),x_i\in[0,b_i^2(W,B)](i\in G),\\ &x_i\in[b_i^1(W,B)\cdot\alpha(EE),1](i\in E\backslash\{i_e\}),x_i\in[0,1](i\in L)\}\end{aligned}\tag{3}$$

由式(3)易知，$F_q(B,W)$包含文献[4]中相应的集合。

定义2 称(B,W)满足GE条件，若下述各项成立：

(1)$\forall j\in N$，存在 $i\in N$，使得 $j\in E(W,B,i)$；

(2)$\forall i\in N$，以及 $j_2\in G(W,B,i)j_1\in E(W,B,i)$，则有 $b_{j_1}<b_{j_2}$.

定理1 设F模式 $B=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$是系统(1)的吸引子，$W=(w_{ij})_{n\times n}$是该系统的连接权矩阵，而且(B,W)满足GE条件，则对任意 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in F_q(B,W)$，$X$ 一步收敛到 B.

证明 对 $i\in N$，由条件容易推出 $b_i^1(W,B)<b_i^2(W,B)$. 给定 $j\in N$，以及 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in F_q(B,W)$. 若 $EE\neq 0$，则 $i_e\in E$，$E(i_e)=N$，从而

$$\begin{aligned}\vee_{i\in E\cup GE}(x_i\wedge w_{ij})&\geqslant\vee_{i\in E}(x_i\wedge w_{ij})\geqslant x_{i_e}\wedge w_{i_ej}\\ &\geqslant(\vee_{k\in N}b_k)\wedge w_{i_ej}\geqslant b_j\end{aligned}\tag{4}$$

若 $GG\neq 0$，则同理可证$\vee_{i\in E\cup GE}(x_i\wedge w_{ij})\geqslant b_j$ 成立。若 $GG\cup EE=0$，则 $\alpha(EE)=\alpha(GG)=1$. 由于(B,W)满足GE条件，则令 $i_0\in N$，使得 $j\in E(i_0)$，从而 $i_0\in GE\cup E$，则考虑到式(3)与 $j\in E(i_0)$，容易验证

$$\bigvee_{i\in E\cup GE}(x_i\wedge w_{ij})\geqslant\bigvee_{i\in E\cup GE}(b_i^1(W,B)\wedge w_{ij})\geqslant b_{i_0}^1(W,B)\wedge w_{i_0j}\geqslant b_j\tag{5}$$

总之,$\bigvee_{i\in GE\cup E}(x_i\wedge w_{ij})\geqslant b_j$. 从而

$$\begin{aligned}\bigvee_{i\in N}(x_i\wedge w_{ij}) &= (\bigvee_{i\in GE}(x_i\wedge w_{ij}))\vee(\bigvee_{i\in G}(x_i\wedge w_{ij}))\\ &\quad \vee(\bigvee_{i\in E}(x_i\wedge w_{ij}))\vee(\bigvee_{i\in L}(x_i\wedge w_{ij}))\\ &\geqslant(\bigvee_{i\in E\cup GE}(x_i\wedge w_{ij}))\geqslant b_j \end{aligned}\tag{6}$$

另一方面,对 $j\in N$,令

$$l_1(q)\triangleq\bigvee_{i\in G}(w_{ij}\wedge b_i^2(W,B))=\bigvee_{i\in G}(w_{ij}\wedge(\bigwedge_{k\in G(W,B,i)}b_k))$$

由于 $j\in G(W,B,i)$ 可推出 $\wedge_{k\in G(W,B,i)}b_k\leqslant b_j$. 而 $j\notin G(W,B,i)$ 又可推得 $w_{ij}\leqslant b_j$,故有

$$\bigvee_{i\in G}(x_i\wedge w_{ij})\leqslant l_1(q)\leqslant b_j$$

同理可证

$$b_j\geqslant l_2(q)\triangleq\bigvee_{i\in E}(w_{ij}\wedge 1)\geqslant\bigvee_{i\in E}(w_{ij}\wedge x_i)$$

以及

$$b_j\geqslant l_3(q)\triangleq\bigvee_{i\in GE}(w_{ij}\wedge b_i^2(W,B))\geqslant\bigvee_{i\in GE}(w_{ij}\wedge x_i)$$

从而

$$\bigvee_{i\in N}(x_i\wedge w_{ij})\leqslant l_1(q)\vee l_2(q)\vee l_3(q)\vee(\bigvee_{i\in L}(x_i\wedge w_{ij}))\leqslant b_j\tag{7}$$

这样由式(6)与(7)得 $\bigvee_{i\in N}(w_{ij}\wedge x_i)=b_j(j\in N)$. 即 X 一步收敛到 B.

定理2 在系统(1)中,设当连接权矩阵分别为 W_1 与 W_2 时,F 模式 B 均是其吸引子,而 $W_1\subset W_2$,W_1 是由 W_2 中部分非零元素变成零而得到,且 (B,W_1),(B,W_2) 都满足 GE 条件,则有 $F_q(B,W_2)\subset F_q(B,W_1)$.

证明 由条件与定理1,$F_q(B,W_1)$ 与 $F_q(B,W_2)$ 都是在 W 分别为 W_1 与 W_2 时系统(1)的吸引子 B 的吸引域。为了证明定理,由式(3),只需证明:$\forall\ i\in N$,有

$$b_i^1(W_1,B)\leqslant b_i^1(W_2,B),b_i^2(W_2,B)\leqslant b_i^2(W_1,B)\tag{8}$$

事实上,设 $W_k=(w_{ij}^k)_{n\times n}(k=1,2)$,则由已知,$\forall\ i,j\in N$,或者 $w_{ij}^1=0$,或者 $w_{ij}^1=w_{ij}^2$. 于是对 $i\in N$,$E(W_1,B,i)\subset E(W_2,B,i)$,故由(2),得

$$b_i^1(W_1,B)=\bigvee_{k\in E(W_1,B,i)}b_k\leqslant\bigvee_{k\in E(W_2,B,i)}b_k=b_i^1(W_2,B)$$

式(8)前一部分得证. 而另一方面,$W_1\subset W_2$ 可推出$\forall\ i\in N,G(W_1,B,i)\subset G(W_2,B,i)$,因此

$$b_i^2(W_2,B)=\bigwedge_{k\in G(W_2,B,i)}b_k\leqslant\bigvee_{k\in G(W_1,B,i)}b_k=b_i^2(W_1,B)$$

即(8)后一部分得证,从而(8)成立,定理得证。

由定理2可知,在系统(1)中,只要 (B,W) 满足 GE 条件,则连接权矩阵 W 越小,而相应吸引子的吸引域就越大,这就为设计关于 W 的学习算法以保证在给定条件下的最优容错性提供了指导。

2 学习算法

设有 F 模式族 $\mathscr{B}=\{B^k=(b_1^k,\cdots,b_n^k)|k\in P\}$,在本节我们将设计出系统(1)的连接权矩阵 W 的学习算法,使得 W 尽可能小,而 $\mathscr{B}$ 中的每一个 F 模式均是吸引子,并在一定的条件下,每一个吸引子具有最大的吸引域,从而此时就保证了系统容错性最优。

定义3 F 矩阵 $W=(w_{ij})_{n\times n}$ 称为是弱自反的,若 W 对角占优,即$\forall\ i,j\in N,w_{ij}\leqslant w_{jj}$.

容易验证,如果 $W=(w_{ij})_{n\times n}$ 是弱自反的,则 $W\subset W^2$. 对于 F 模式族 $\mathscr{B}$,引入下列记号:

$$IG(B^k,j)=\{i\in N|b_i^k>b_j^k\},KG(i,j)=\{k\in P|b^k>ib_j^k\}\tag{9}$$

对 $i,j\in N$,令

$$A(i,j)=\{i_1\in N|i_1<i,KG(i_1,j)\neq 0\ \text{且}\bigwedge_{k\in KG(i_1,j)}b_j^k=\bigwedge_{k\in KG(i,j)}b_j^k\}$$

由下式学习得到连接权矩阵 $W_0=(w_{ij}^0)_{n\times n}$:

$$w_{ij}^0=\begin{cases}\vee_{k\in P}b_j^k & i=j\\ (\wedge_{k\in KG(i,j)}b_j^k)\cdot\alpha(A(i,j)) & i\neq j, i\in\bigcup_{k\in P}IG(B^k,j)\\ 0 & i\neq j, i\notin\bigcup_{k\in P}IG(B^k,j)\end{cases}\tag{10}$$

由(10)易知,$\forall\ j\in N,k\in P$,存在唯一的$i\in N$,使$w_{ij}^0=b_j^k$. 下面我们给出W_0的一些其它基本性质。

定理3 对于(10)定义的$W_0=(w_{ij}^0)_{n\times n}$,有下述各项成立:

(1)W_0是弱自反的,从而$W_0\subset W_0^2$;

(2)若系统(1)的连接权矩阵W是W_0,则$\mathscr{B}$中任意F模式B^k都是该系统的吸引子。

证明 (1)由(10),显见$\forall\ i,j\in N,w_{jj}^0=\vee_{k\in P}b_j^k\geqslant w_{ij}^0$. 故$W_0$对角占优,即$W_0$是弱自反的,从而$W_0\subset W_0^2$.

(2)任取$k\in P$,以及$i,j\in N$. 若$i=j$,则有

$$b_i^k\wedge w_{ij}^0=b_j^k\wedge w_{jj}^0=b_j^k\wedge(\bigvee_{k'\in P}b_j^{k'})=b_j^k\tag{11}$$

假设$i\neq j$,则由$i\notin IG(B^k,j)$得$b_i^k\leqslant b_j^k$,故$b_i^k\wedge w_{ij}^0\leqslant b_j^k$;而若$i\in IG(B^k,j)$,则有$i\in\bigcup_{k'\in P}IG(B^{k'},j)$,则$A(i,j)\neq\emptyset$时,$b_i^k\wedge w_{ij}^0=0\leqslant b_j^k$,而$A(i,j)=\emptyset$时,考虑到$k\in KG(i,j)$与(10)得,$w_{ij}^0\wedge b_i^k=(\wedge_{k'\in KG(i,j)}b_j^{k'})\wedge b_i^k\leqslant b_j^k\wedge b_i^k=b_j^k$. 总之有

$$i\neq j\Rightarrow w_{ij}^0\wedge b_i^k\leqslant b_j^k\tag{12}$$

由(11),(12)即得$\vee_{i\in N}(w_{ij}^0\wedge b_i^k)=b_j^k$. 从而$B^k$是(1)的一个吸引子。

$\forall\ i,j\in N$,下面记$K_j=\{k\in P|b_j^k=\vee_{k'\in P}b_j^{k'}\}$,以及

$$M(i,j)=\begin{cases}\{k\in P|b_j^k=\wedge_{k'\in KG(i,j)}b_j^{k'}\} & KG(i,j)\neq\emptyset\\ \emptyset & KG(i,j)=\emptyset\end{cases}\tag{13}$$

定义4 在系统(1)中,$W=W_0=(w_{ij}^0)_{n\times n}$,称F模式族$\mathscr{B}=\{B^k=(b_1^k,\cdots,b_n^k)|k\in P\}$是相关的,若下列各项成立:

(1)对任意$j\in N$,$\bigcup_{i\in N}M(i,j)\cup K_j=P$;

(2)$\forall\ k\in P,i\in N$,若$j\in G(W_0,B^k,i)$,则由$j_0\in N,b_{j0}^k=w_{ij0}^0$推出$b_{j0}^k<b_j^k$.

对于相关的F模式族$\mathscr{B}$,下列定理给出了不仅$\mathscr{B}$中的每一个F模式B为系统(1)的吸引子,而且每个吸引子的吸引域是非退化的。

定理4 假设F模式族$\mathscr{B}=\{B^k=(b_1^k,b_2^k,\cdots,b_n^k)|k\in P\}$满足下列条件:

(1)$\forall\ j\in N,k\in P,0<b_j^k<1$;

(2)$\mathscr{B}$是相关的。

若W_0由(10),给出,且在系统(1)中$W=W_0$,则$\forall\ k\in P,B^k$是该系统的吸引子,而且其吸引域$F_q(B^k,W_0)$是非退化的。

证明 给定$k\in P$,由定理3,易见当$W=W_0$时,B^k是系统(1)的吸引子,下面来证明(B^k,W_0)满足GE条件。

事实上,B是相关的,则$\forall\ j\in N$,存在$i_1\in N$,使得$k\in M(i_1,j)\cup K_j$. 令

$$i_0=\min\{l\in N|k\in M(l,j)\cup k_j\}$$

则$k\in M(i_0,j)\cup K_j$. 若$k\in K_j$,那么$\forall\ k'\in P,b_j^{k'}\leqslant b_j^k$,从而,$w_{jj}=b_j^k$,且$j\in E(W_0,B^k,j)$. 如果$k\in M(i_0,j)$,则由(13),$KG(i_0,j)\neq\emptyset$,这样,$i_0\in\bigcup_{k'\in P}IG(B^{k'},j)$。此时必有$A(i_0,j)=\emptyset$. 若不然,设$l_0\in A(i_0,j)$,则$l_0<i_0$,且

$$\bigwedge_{l\in KG(l_0,j)}b_j^l=\bigwedge_{l\in KG(i_0,j)}b_j^l=b_j^k\Rightarrow k\in M(l_0,j)$$

这与i_0的定义矛盾,故$A(i_0,j)=\emptyset$. 所以由(10)与(13)推出$b_j^k=\wedge_{k'\in KG(i_0,j)}b_j^{k'}=w_{i_0j}$,即$j\in E(W_0,B^k,i_0)$. 这样,对$j\in N$,存在$i\in N$,使得$j\in E(W_0,B^k,i)$. 另一方面,$\forall\ j_1\in E(W_0,B^k,i),j_2\in G(W_0,B^k,i)$,有$w_{ij_1}^0=b_{j_1}^k,w_{ij_2}^0>b_{j_2}^k$,而$\mathscr{B}$是相关的推出$b_{j_2}^k>b_{j_1}^k$. 从而$(B^k,W_0)$满足GE条件。由定理1得,若$X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in F_q(B^k,W_0)$,$X$一步收敛到$B^k$,因此$F_q(B^k,W_0)$是$B^k$的吸引域。且由已知与(10),显见$F_q(B^k,

W_0)是非退化的。

定理5 设矩阵 W_0由式(10)所定义,则 W_0是满足下列条件的所有矩阵 W 中极小的:

(1)$\forall\ k\in P$,(B^k,W)满足 GE 条件;

(2)W 是弱自的。

证明 假设结论不真,则存在 $W=(w_{ij})_{n\times n}$,W 满足定理的条件(1),(2),$W\subset W_0$,且有 $i_0,j_0\in N$,使得 $w_{i_0j_0}<w_{i_0j_0}$,故由条件易推得 $i_0\neq j_0$,且不妨设 $i_0=\min\{i\in N\mid w_{ij_0}<w^0_{ij_0}\}$. 又由 W_0的定义(10),存在 $k_0\in P$,使 $b^{k_0}_{j_0}=w^0_{i_0j_0}$,故 $w_{i_0j_0}<b^{k_0}_{j_0}$,则

$$\text{存在 } k'\in P,\text{使得 } \forall\ i\in N, w_{ij_0}\neq b^{k'}_{j_0} \tag{14}$$

否则,存在 $i_1\in N$,$w_{i_1j_0}=b^{k_0}_{j_0}$,(10)推出 $w^0_{i_1j_0}>w_{i_1j_0}$. 这样,存在 $k_1\in P$,$w^0_{i_1j_0}=b^{k_1}_{j_0}$,又存在 $i_2\in N$,$w_{i_2j_0}=b^{k_1}_{j_0}$,…,继续此过程。由条件 $w_{j_0j_0}=w^0_{j_0j_0}=\bigvee_{k\in P}b^k_{j_0}$,故上述过程必到某一步是不成立的。从而(14)成立,即$(B^{k'},W)$不满足 GE 条件,与已知矛盾。这样,定理得证。

由定理1定理4与定理5,若在系统(1)中学习连接权矩阵使之为 W_0,则不仅 $\mathscr{B}$ 中的每个F 模式为其吸引子,而且在连接权矩阵 W 是弱自反的与$\forall\ B^k\in B$,(W,B^k)满足 GE 条件的约束下,相应的吸引域是最大的。故此时该系统具有最优的容错性。

3 实例

假设 $N=\{1,2,3,4,5,6\}$,$P=\{1,2,3,4,5\}$,而且由下表1给出 F 模式族 $\mathscr{B}$.

由(13),计算集合 $M(i,j)(i,j=1,2,\cdots,6)$如表2.

表1

k	B^k
1	(0.6 0.5 0.6 0.8 0.3 0.6)
2	(0.5 0.7 0.7 0.8 0.7 0.6)
3	(0.6 0.4 0.7 0.3 0.7 0.4)
4	(0.5 0.7 0.4 0.3 0.7 0.6)
5	(0.4 0.7 0.7 0.8 0.3 0.5)

表2

$i\backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	{3}	{4}	{3,4}	{1,5}	{3}
2	{5}	$\emptyset$	{4}	{3,4}	{1,5}	{5}
3	{5}	{3}	$\emptyset$	{3,4}	{1,5}	{3}
4	{5}	{1}	{1}	$\emptyset$	{1,5}	{5}
5	{2,4}	{3}	{4}	{3,4}	$\emptyset$	{3}
6	{5}	{1}	{4}	{3,4}	{1,5}	$\emptyset$

容易计算 $K_1=\{1,3\}$,$K_2=\{2,4,5\}$,$K_3=\{2,3,5\}$,$K_4=\{1,2,5\}$,$K_5=\{2,3,4\}$,$K_6=\{1,2,4\}$从而$\forall\ j\in N$,$\bigcup_{i\in N}M(i,j)\bigcup K_j=P$. 故由式(10),学习得到 $W_0=(w^0_{ij})_{6\times 6}$:

$$W_0=\begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.4 & 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.4 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{bmatrix}$$

可以验证 $\mathscr{B}$ 是相关的。故由定理4,若在系统(1)中令 $W=W_0$则 $B^1,B^2,\cdots,B^5$均为该系统的吸引子。为了计算每个吸引子 B^k 的吸引域,先算出 $b^1_i(W_0,B^k)$,$b^2_i(W_0,B^k)(k\in P,i\in N)$.

$b^1_i(W_0,B^k)$的值见表3,$b^2_i(W_0,B^k)$的值见表4,为了计算 $F_q(B^k,W_0)(k\in P)$,先对 $k\in P$,分别计算 GE,G 与 E 如表5所示。

表3

$i\backslash k$	1	2	3	4	5
1	0.6	0	0.6	0.4	0.3
2	0	0.7	0	0.7	0.7
3	0	0.7	0.7	0	0.7
4	0.8	0.8	0	0	0.8
5	0	0.7	0.7	0.7	0
6	0.6	0.6	0	0.6	0

表4

$i\backslash k$	1	2	3	4	5
1	1	0.5	1	0.5	0.4
2	0.5	1	0.4	1	1
3	0.6	1	1	0.4	1
4	1	1	0.3	0.3	1
5	0.3	1	1	1	0.3
6	1	1	0.4	1	0.5

表5

k	GE	E	G
1	Ø	{1,4,6}	{2,3,5}
2	Ø	{2,3,4,5,6}	{1}
3	Ø	{1,3,5}	{2,4,6}
4	{1}	{2,5,6}	{3,4}
5	{1}	{2,3,4}	{5,6}

从而有：

$$F_q(B^1,W_0)=[0.6,1]\times[0,0.5]\times[0,0.6]\times[0.8,1]\times[0,0.3]\times[0.6,1]$$

$$F_q(B^2,W_0)=[0,0.5]\times[0.7,1]\times[0.7,1]\times[0.8,1]\times[0.7,1]\times[0.6,1]$$

$$F_q(B^3,W_0)=[0.6,1]\times[0,0.4]\times[0.7,1]\times[0,0.3]\times[0.7,1]\times[0,0.4]$$

$$F_q(B^4,W_0)=[0.4,0.5]\times[0.7,1]\times[0,0.4]\times[0,0.3]\times[0.7,1]\times[0.6,1]$$

$$F_q(B^5,W_0)=[0.3,0.4]\times[0.7,1]\times[0.7,1]\times[0.8,1]\times[0,0.3]\times[0,0.5]$$

这些集合分别是F模式$B^1,B^2,\cdots,B^5$的极大的吸引域，它们比文[4]中相应的集合更大。

参考文献

1 Lin. C T., Lee. C J G. Neural network based fuzzy logic control and decision system. IEEE Trans. on Computer, 1991, 40(12)

2 Kosko B. Fuzzy associative memories. In Kandel A. (ed.), Fuzzy Expert Systems Reading, MA: Addison-Weley, 1987

3 Chung F L and Lee T. On fuzzy associative memory with multiple-rule storage capacity. IEEE Trans Fuzzy Systems, 1996, 4(3): 375

4 Liu Puyin. Min-max fuzzy Hopfield network and an efficient learning algorithm. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 99

5 刘普寅. 基于一类模运算的模糊神经网络的模糊联想记忆. 系统工程与电子技术, 1997, 19(11): 54

6 范俊杰, 史燕. 模糊联想记忆及一个有效学习算法. 电子学报, 1995, 18(2), 112

7 张承福, 赵刚. 联想记忆神经网络的若干问题. 自动化学报, 1994, 20(5): 513