

高超音速流场的隐式 TVD 格式并行计算*

李 桦 王承尧 王正华 王 磊

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘 要 本文采用区域分割技术和拼接网格的并行策略, 发展了一个适合于分布式存储多机系统的 TVD 隐式有限体积并行算法; 并在 PVM 并行环境下, 对三维高超音速绕流流场实现了多机并行计算, 通过负载均衡等方法得到了较高的加速比 (在二处理机系统上加速比为 1.84, 在四处理机系统上为 3.44)。

关键词 TVD 隐式格式, 三维高超音速流场, 多机并行计算

分类号 V211.4

Parallel Calculation of Implicit TVD Scheme for Hypersonic Flowfield

Li Hua Wang Chengyao Wang Zhenghua Wang Lei

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract In this paper, the domain decomposition technique (DDT) and the parallel strategy of patched grid are used. The parallel numerical calculation on multiprocessors with TVD implicit finite volume algorithm is carried out for three dimensional hypersonic viscous flowfield by balancing load. The high speedup (the speedup is 1.84 on two processors and 3.44 on the four processors) has been obtained.

Key words TVD implicit scheme, 3D hypersonic flowfield, Multiprocessors parallel calculation

由于超级并行计算机能够用来求解大规模的数值计算问题, 满足工程设计部门的需要, 因此, 多机并行计算成为计算流体力学 (CFD) 中一个重要的发展方向。

本文根据并行虚拟计算机 (Parallel Virtual Machine, 简称 PVM) 并行环境下多机系统的特点和要求, 利用区域分割技术和拼接网格 (Patched Grid) 对 TVD 隐式有限体积法的计算程序进行了重构, 在 PVM 二处理机和四处理机系统上实现了三维钝头双锥体绕流流场的多机并行计算, 通过负载均衡方法得到了较高的加速比。

1 并行算法的构造

为了在 PVM 多机系统上实现 TVD 隐式有限体积法的多机并行计算, 我们根据 PVM 环境的特点, 采用了下列措施:

(1) 区域分割技术

进行多处理机多任务的并行计算, 首先要考虑的是任务的粒度, 在一般情况下, 任务的粒度是由一个进程接收到的字节数与进程执行的浮点运算数之比来度量的。在 PVM 并行环境中, 一般说来, 粒度越大, 加速比越大, 但粒度过大, 通常会降低并行度^[1,2]。

区域分割技术是大粒度任务划分的一种直接方法, 它也是多机并行计算中常用的并行策略之一。在多机并行计算时, 流场分割的数目一般与处理机台数相对应, 将要求解的流场划分为若干个子区, 每

* 国家自然科学基金资助
1997年1月13日收稿
第一作者: 李桦, 男, 1962年生, 副教授

个处理机分别计算一个或几个子区，来完成整个流场的计算工作。

为了进一步说明，本文选择一个关于四处理机系统求解二维流场例子。通过区域分割技术，我们将流场划分为4个子区，如图1所示。

二维的NS方程经过离散后可以写为^[3]：

$$\bar{A}_{i,j}\delta Q_{i,j} + \bar{A}_{i+1,j}\delta Q_{i+1,j} + \bar{A}_{i-1,j}\delta Q_{i-1,j} + \bar{A}_{i,j+1}\delta Q_{i,j+1} + \bar{A}_{i,j-1}\delta Q_{i,j-1} = R_{i,j}$$

上式左端为隐式部分，右端 $R_{i,j}$ 是余量，用 n 层的值求解，为显式部分。

对于整个求解区域，合成的代数方程组可以写成：

$$[A]\{\delta Q\} = \{R\}$$

对于二维问题， $[A]$ 是由 4×4 块矩阵组成，即：

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta Q^1 \\ \delta Q^2 \\ \delta Q^3 \\ \delta Q^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R^1 \\ R^2 \\ R^3 \\ R^4 \end{bmatrix}$$

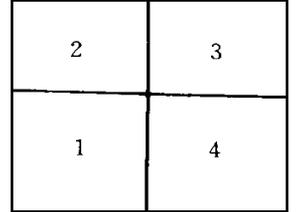


图1 二维流场分区示意图

式中，在对角线上的块矩阵 $\{A_{ii}\}$ 是子区的求解矩阵，矩阵 $\{A_{ij}\}$ 表示在 i 子区的求解过程中，在区域边界上与 j 子区的关联矩阵。

显然，在子区的内点求解过程中， $\{A_{ij}\}$ 均为零矩阵；另外，如果 i 子区与 j 子区之间没有公共区域边界，则 $\{A_{ij}\}$ 为零矩阵。例如，参照图1，在子区1的求解中，由于该区与第3子区没有公共边界区域边界，则 $\{A_{13}\}$ 为零矩阵。

在单个处理机上，对于每个子区的求解，采用LU-SSOR迭代方法，即：

$$L_i N^{-1} U_i \delta Q^{(i)} = R^{(i)} - \{A_{ij}\} \delta Q_{ij}$$

其中， i, j 表示子区序号，且 $i, j = 1, 2, 3, 4$ ，且 δQ_{ij} 为在子区 i 的区域边界的求解中用到 j 的区域边界上的变量增量， L_i, U_i 的表达式详见文献 [4]。

(2) 降低通讯开销

在多机并行计算中，开销最大的是处理机之间的通讯开销。对于PVM环境来说，其网络性能不高，传输数据的速度较慢，因此，怎样减少处理机之间的数据通讯量，则是我们在实现多机并行计算构造并行算法时重点考虑的问题。

本文在实现多机并行计算时采用的是区域分割法，那么在子区中采用什么样的网格体系将直接影响到区域之间，也就是各处理机之间的数据通讯量的大小。

在结构网格中，分区的网格体系有两种：拼接网格 (Patched Grid) 和重叠网格 (Overlap Grid)。在重叠网格中，对于 n 维问题，边界上插值是 n 维的，而拼接网格的边界上插值为 $(n - 1)$ 维；显然，拼接网格在区域边界上的数据传送量要小于重叠网格。因此，拼接网格适合于本文所构造的多机并行算法^[4]。

本文采用上述措施，对已有的TVD隐式有限体积法的计算程序进行了重构，发展了一个适合于分布式存贮多机系统的TVD隐式有限体积并行算法。

2 算例及计算结果

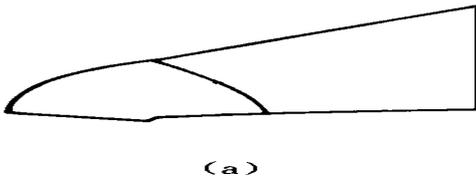
2.1 算例与结果

本文利用上述并行算法，在PVM二处理机和四处理机系统上实现了高超音速流场的分区多机并行计算。算例为钝头双锥体高超音速绕流流场。在并行计算中，对应于处理机台数，对流场进行了分区，流场分区示意图如图2所示。

计算参数为：

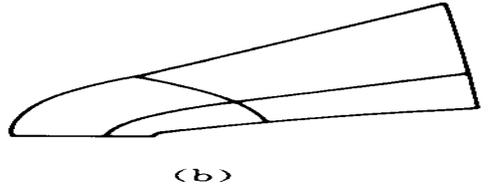
$$M = 9.9, \quad Re = 2.2 \times 10^5, \quad T = 49.8K, \quad \text{攻角 } \alpha = 4^\circ$$

通过并行计算，得到了钝头双锥体高超音速流场的数值解，图3给出了分区计算所得流场的等压线图。



(a)

(a) 流场分二区示意图



(b)

(b) 流场分四区示意图

图2 流场分区示意图

2.2 负载均衡对算法加速比的影响

在本文研究的多区多机并行计算中, 当每个子区进行完一次迭代扫描时, 在区域边界上要进行数据交换, 也就是说, 在这个算法中存在一个同步点。在这种情况下, 如果各个子区的计算规模不同, 即负载不同, 那么规模小的子区在计算完成后需要等待规模大的子区, 这样就影响了并行效率。因此, 在该多区多机并行算法中, 负载均衡是提高并行效率最直接有效的手段。

本文采用的平衡负载的方法是静态平衡负载。这种方法对问题的分解和任务的分配只进行一次。它在任务之前进行负载划分。任务的大小及分配给某台处理机的任务数据每台处理机的计算能力确定。

在多机并行计算中, 本文通过平衡负载, 已有效地提高了整个算法的加速比。其结果如表 1 所示。

表 1 中加速比 S_p 的计算公式为:

$$S_p = \frac{\text{单机计算时间}}{\text{多机并行计算时间}}$$

从表 1 中可以看到, 在本文研究的并行算法中, 负载均衡是提高算法的加速比的有效手段。

3 结论

(1) 本文发展的 TVD 隐式有限体积法的多机并行算法在以 SGI 工作站为结点, 以太网连接的 PVM 并行环境中对钝头双锥体高速绕流流场进行了多机并行计算, 得到了很好的计算结果。

(2) 通过负载均衡的手段, 较好地提高了算法的加速比, 在二处理机上加速比为 1.84, 在四处理机上加速比为 3.44。

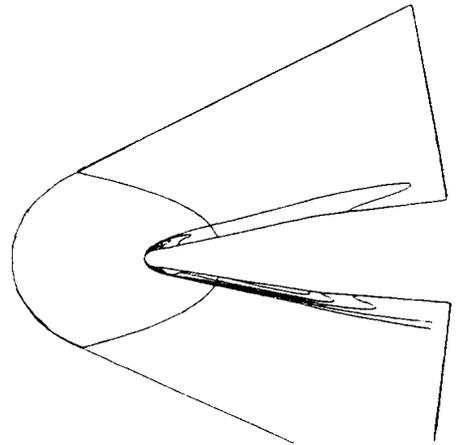


图3 流场分区计算的等压线图

表 1 多机并行计算数值实验结果

加速比	二处理机	四处理机
负载均衡前	1.61	3.06
负载均衡后	1.84	3.44

参考文献

- Gustason J L Montry G R and Benner R E. Development of parallel methods for a 1024 processor hypercube. SIAM Journal on scientific and statistical computing 1988, 3 (4)
- Olssen P and Johnson S. A dataparallel implemstation of an explicit method for the threedimension compressible NS equation. Parallel Computing, 1990
- 李桦. 三维超音速/高超音速复杂流场分区多机并行计算与实验研究: [博士论文], 国防科技大学, 1996
- Li H and Wang C Y. LUImplicit TVD schemes for the solution of three dimension hypersonic jet flowfield. ALAA paper, 96-0315