

一种基于改进型 KALMAN 滤波器的导弹故障检测算法*

武亚庆 吴建军 苏明照

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘要 常规卡尔曼滤波器有一大缺点,它要求精确的模型和噪声统计,但实际问题中,大多数情况上述要求不能满足。本文给出了考虑滤波器初始条件不精确性的 Kalman 滤波器表达式。利用这种 Kalman 滤波方法进行故障检测,降低了误报警率,提高了鲁棒性。由于导弹姿态控制系统模型的精确性有限,常规 Kalman 滤波方法因其鲁棒性差很难检测故障,这种方法能有效检测故障。仿真算例表明此方法非常有效。

关键词 导弹姿态控制系统, 故障检测, Kalman 滤波, 不精确性

分类号 V233.7

A Fault Detection Algorithm of Missile Based on Improved Kalman Filter

Wu Yaqing Wu Jianjun Su Mingzhao

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The drawbacks of the traditional Kalman filter arise from its requirement of accurate model and noise statistics which generally can't be satisfied in engineering applications. An improved Kalman filter including inaccuracy in filter's initial condition is presented in this paper. By reducing the requirement of model accuracy, it can improve the robustness of Kalman filter under the model mismatch. Fault detection with this filter reduces the fault alarm rate owing to its stronger robustness. Because the accuracy of missile attitude control system model is limited, it is difficult to detect fault for the traditional Kalman filter owing to its weak robustness. The improved algorithm can detect faults effectively. A simulation example shows its validity.

Key words missile attitude control system, fault detection, Kalman filter, inaccuracy.

近年来,学者十分关注导弹控制系统的故障检测与诊断问题。由于射前准备时间有限,一个系统的故障会耽搁整个航区的进度,而且射前准备时间也是导弹战斗力的重要体现,所以,快速准确地检测出故障显得非常必要。Willsky 和 Iserman 首先发展了定常控制系统的故障检测方法,例如使用定常卡尔曼滤波器进行多重模型假设检验来判别系统故障。但常规卡尔曼滤波器有一大缺点,它要求精确的模型和噪声统计,但实际问题中,大多数情况上述要求不能满足。由于导弹在正常工作和故障状态下控制系统有很大变化,模型的精确性有限,常规卡尔曼滤波算法由于其鲁棒性不强,难以解决导弹或其它飞行器的故障检测和诊断问题。文献 [1] 提出了考虑滤波器的初始条件不精确性的 Kalman 滤波器,本文利用其进行故障检测。

无论连续时间系统,还是离散时间系统,响应误差效果,即最优 Kalman 滤波器瞬态响应,在稳态条件下,最优 Kalman 滤波器特性并不由初始条件的不精确性而改变。考虑 Kalman 滤波器初始条件的不精确性时, Kalman 滤波器的初始条件不是系统初始状态的均值,所以最优性必须根据估计误差均值和估计误差的协方差来实现。

* 1997 年 6 月 30 日收稿

第一作者: 武亚庆, 男, 1968 年生, 硕士生

1 算法

1.1 连续时间系统

考虑一个线性随机系统

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + G(t)w(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + v(t) \quad (2)$$

并且 $E\{x(t_0)\} = \bar{x}_0$ $E\{[x(t_0) - \bar{x}_0][x(t_0) - \bar{x}_0]^T\} = Q_0$ (3)

这里 $x \in R^n$ 是一个状态向量, $y \in R^r$ 是测量向量, $w \in R^m$ 和 $v \in R^r$ 是不相关的高斯平稳零均值白噪声随机过程, $A(t), G(t), C(t), w(t), v(t)$ 是相应维数的矩阵。 $W(t)$ 和 $V(t)$ 为 $w(t), v(t)$ 的协方差阵。

KALMAN 滤波器为 $\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x}(t) + K(t)(y(t) - C(t)\hat{x}(t))$, $\hat{x}(t_0) = \bar{x}_0$ (4)

最优滤波器增益为: $K_{opt}(t) = Q(t)C^T(t)V^{-1}(t)$ (5)

误差协方差阵方程为:

$$\begin{cases} \dot{Q}(t) = A(t)Q(t) + Q(t)A^T(t) + G(t)W(t)G^T(t) - Q(t)C(t)V^{-1}(t)C^T(t)Q(t) \\ Q(t_0) = Q_0 \end{cases} \quad (6)$$

设估计误差为 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, 则可得误差动态方程:

$$\dot{e}(t) = [A(t) - K(t)C(t)]e(t) + G(t)w(t) - K(t)v(t) \quad (7)$$

因为 $w(t), v(t)$ 为零均值白噪声随机过程, 估计误差的均值满足下列方程:

$$\dot{\bar{e}}(t) = [A(t) - K(t)C(t)]\bar{e}(t), \quad \bar{e}(t_0) = \bar{x}_0 - \hat{x}_0 \quad (8)$$

估计误差的协方差阵 $P(t)$ 满足:

$$[A(t) - K(t)C(t)]P(t) + P(t)[A(t) - K(t)C(t)]^T + G(t)W(t)G^T(t) + K(t)V(t)K^T(t) = \dot{P}(t) \quad (9)$$

方差判据为: $\sigma(t) = E\{e(t)e^T(t)\} = e^T(t)\bar{e}(t) + \text{tr}\{P(t)\}$ (10)

如果滤波器的初始条件等于系统初始条件的均值, 即 $\bar{e}(t_0) = 0$, 则由(8)可得, 对于任意的 t , 均有 $\bar{e}(t) = 0$, 我们只需在条件(9)的情况下, 得到 $\text{tr}\{P(t)\}$ 的最小值。在这种假设下, 最优滤波器增益满足(5)和(6)。

在工程中, 若 $e(t_0) = \hat{x}(t_0) - \bar{x}_0 = \text{const} = E_0 \neq 0$ (11)

或已知 $e(t_0) = x(t_0) - \bar{x}_0$ 的概率分布, 假设为正态分布, $e(t_0) \sim N(0, \sigma_1)$ 。最优滤波器增益须在(8)和(9)的条件下取(10)的最小值。

记 $P(t) = \bar{e}(t)\bar{e}(t)^T$ (12)

$$\begin{cases} \dot{\bar{P}} = [A(t) - K(t)C(t)]\bar{P}(t) + \bar{P}(t)[A(t) - K(t)C(t)]^T, \\ \bar{P}(t_0) = E_0E_0^T \end{cases} \quad (13)$$

定义 $S(t) = P(t) + \bar{P}(t)$ (14)

$$\begin{cases} \dot{S}(t) = [A(t) - K(t)C(t)]S(t) + S(t)[A(t) - K(t)C(t)]^T \\ \quad + G(t)W(t)G^T(t) + K(t)V(t)K^T(t), \\ S(t_0) = Q_0 + E_0E_0^T \end{cases} \quad (15)$$

$$\sigma(t) = \text{tr}\{\bar{P}(t)\} + \text{tr}\{P(t)\} = \text{tr}\{S(t)\} \quad (16)$$

这时, 最优滤波器增益为 $K(t) = S(t)C^T(t)V^{-1}(t)$ (17)

误差的最小值为 $\sigma_{\min}(t) = \text{tr}\{S(t)\}$ (18)
 $S(t)$ 满足方程:

$$\dot{S}(t) = A(t)S(t) + S(t)A^T(t) + G(t)W(t)G^T(t) - S(t)C^T(t)V^{-1}(t)C(t)S(t) \quad (19)$$

初始条件为: $S(t_0) = Q_0 + E_0E_0^T$ (20)

可以看出, (17)与(5)式, (19)与(6)式具有相同的形式, 滤波器初始条件的不精确性仅仅改变滤波

器误差协方差阵的初始条件。它只影响瞬态响应,对稳态响应不产生影响。

由滤波器初始条件的不精确性所引起的估计误差可由下式得到:

$$\begin{cases} P(t) = [A(t) - S(t)C^T(t)V^{-1}(t)C(t)]P(t) + P(t)[A(t) - S(t)C^T(t)V^{-1}(t)C(t)]^T \\ P(t_0) = E_0E_0^T \end{cases} \quad (21)$$

1.2 线性离散系统

对于线性离散系统,与线性连续系统类似,如果滤波器初始条件设置不准确,滤波器误差的均值为:

$$\begin{cases} \bar{e}(k+1) = [A(k) - K(k)C(k)]\bar{e}(k) \\ \bar{e}(0) = \bar{x}_0 - \hat{x}_0 \end{cases} \quad (22)$$

记

$$P(k) = \bar{e}(k)\bar{e}^T(k) \quad (23)$$

常规卡尔曼滤波器估计误差的方差阵为 $P(k)$, 设 $S(k) = P(k) + P(k)$ (24)

$S(K+1)$ 满足方程

$$\begin{cases} S(k+1) = G(k)W(k)G^T(k) + A(k)S(k)A^T(k) \\ \quad - A(k)S(k)C^T(k)[V(k) + C(k)S(k)C^T(k)]^{-1}C(k)S(k)A^T(k) \\ S(0) = Q_0 + E_0E_0^T \end{cases} \quad (25)$$

2 故障检测算法—— χ^2 检验

由 $\epsilon(k) = y(k) - C(k)\hat{x}(k-1)$ 得到新息序列, 在导弹姿态控制系统工作正常时, 新息序列 $\epsilon(k)$ 近似满足正态分布, 即 $\epsilon(k) \sim N(0, S(k))$, 但在导弹姿态控制系统工作出现异常时, 新息序列的分布将偏离正态分布。为方便检测过程, 利用白化变换将新息序列用其方差矩阵进行正则化, 即引入 $\eta(k) = \Lambda^{-1/2}(k)\Phi^T(k)\epsilon(k)$, 其中 $\Lambda(k)$ 和 $\Phi(k)$ 分别为方差阵 $S(k)$ 的特征值矩阵和特征向量矩阵, 正则化后的新息序列 $\eta(k)$ 具有性质 $E\{\eta(k)\eta^T(k)\} = I\delta_{ij}$ 。显然, $\eta(k)$ 是一个零均值单位方差噪声序列。

在系统正常工作的条件下, 方差矩阵的迹应服从 $(n-1)r$ 自由度的 χ^2 分布, 因此可以利用 χ^2 检验来判定 $\eta(k)$ 的方差的迹是否满足方差阵为单位阵的条件。

置信水平 α 的选择, 对故障检测的敏感性具有重要影响。 α 的取值越大, 检测器的敏感性越高, 但随之而来的误报警率也越高。为了降低误报警率, 可以采用持续性检验方法, 即选择时间区间 $[t_k, t_{k+p}]$, 当有 $\min[S_q(t_k), S_q(t_{k+1}), \dots, S_q(t_{k+p})] > \chi_\alpha^2$ 时, 才确认故障状态的出现。时间区间的宽度可由实际要求的误报警率来确定。

3 算例及结果分析

以偏航通道为例, 导弹(火箭)的控制方程为:

$$\dot{\Psi}_c = a_1^\Psi W_{gT}(s)\Psi + a_0^\Psi W_T(s)\Psi \quad (26)$$

$$\delta_\Psi = \Psi_c W_g^\Psi(s) W_{cn}(s) \quad (27)$$

其中, a_0^Ψ 为姿态控制系统偏航通道静态增益, a_1^Ψ 为姿态控制系统偏航通道动态增益, Ψ 为偏航角, $\dot{\Psi}$ 为偏航角速度, $W_T(s)$ 为平台传递函数, W_{gT} 为陀螺传递函数, $W_{cn}(s)$ 为伺服系统传递函数, $W_g^\Psi(s)$ 校正网络传递函数。利用部分分式法进行控制方程计算, 将导弹姿态控制系统偏航通道的模型简化为一个 11 维的线性常微分方程组。假设导弹姿态控制系统的偏航通道的速率陀螺通道出现了故障, $\Delta a_1/a_1 = 0.25$ (图 1), $\Delta a_0/a_0 = 0.25$ (图 2), 导弹则在 0 秒就发生了故障, 且为阶跃干扰。设初始条件为已知 $e(t_0)$ 的概率分布, 假设为正态分布, $e(t_0) \sim N(0, 0.01)$, 计算结果如图 1 和图 2 所示。图 1 所示的故障在 627ms 报警, 图 2 所示的故障在 673ms 报警。

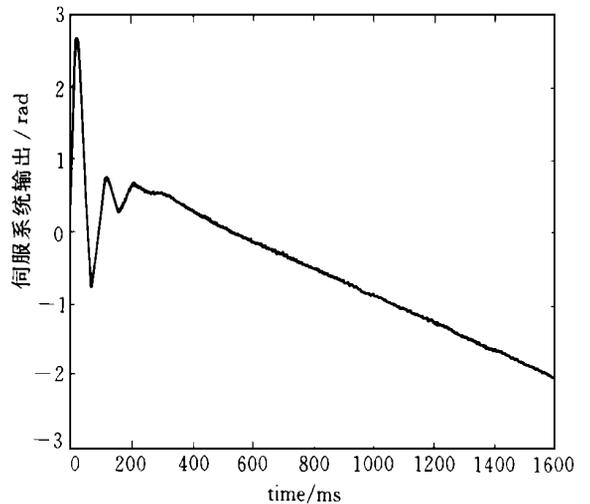
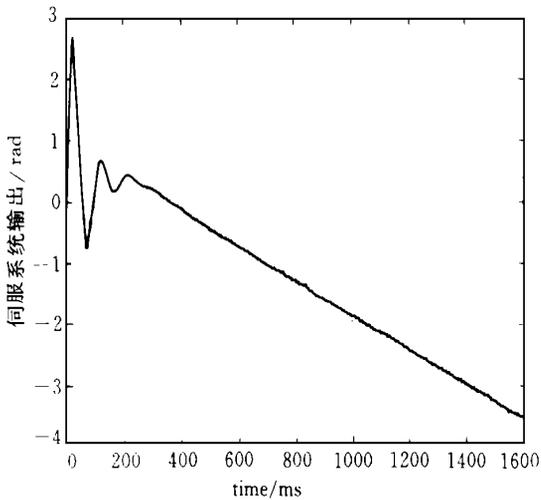
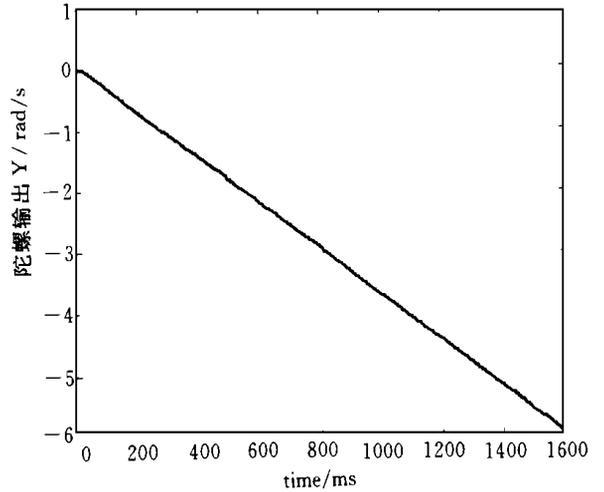
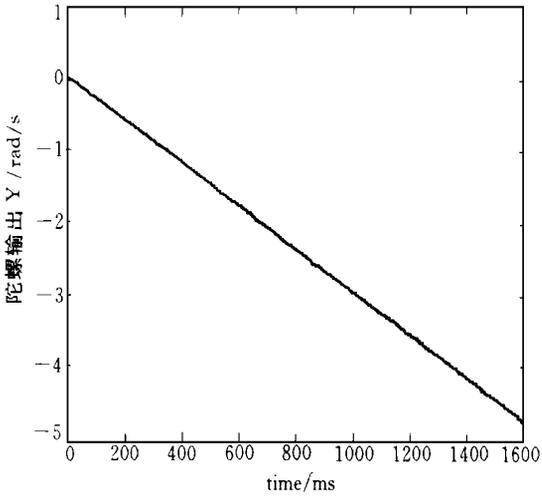
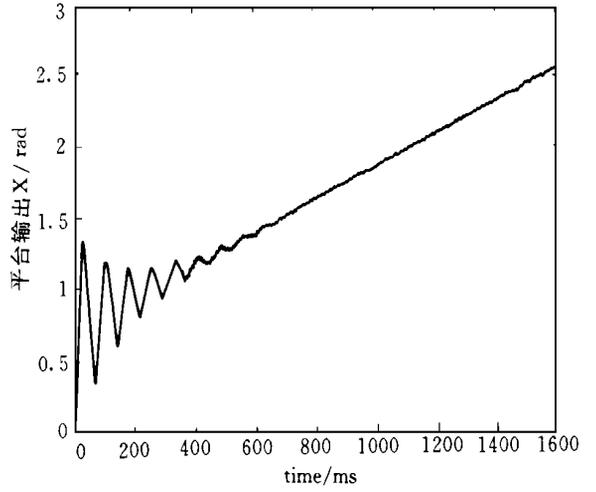
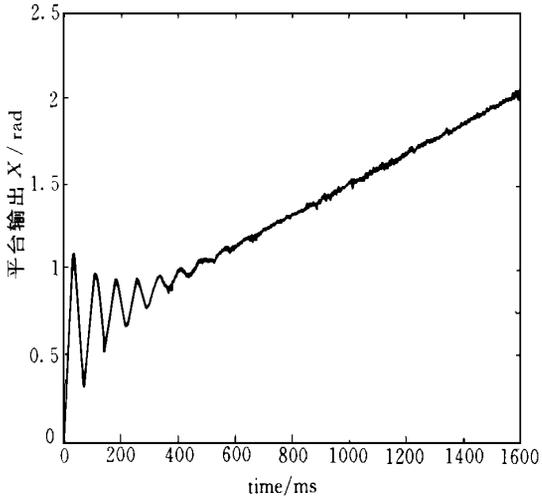


图1 动态增益故障时的新息序列变化曲线

$$\left(\frac{\Delta a_1}{a_1} = 0.25\right)$$

图2 静态增益故障时的新息序列变化曲线

$$\left(\frac{\Delta a_0}{a_0} = 0.25\right)$$

4 结论

由于扩展 KALMAN 滤波器对模型失配性很差,因此当系统中出现故障时,新息 $\epsilon(k)$ 会迅速增大,所以此种检测方法具有检测速度快的特点。另外,模型参数的失配也会造成 $\epsilon(k)$ 的增大,因此这种方法对模型的精度要求很高,否则就会造成较高的误报警。考虑了初始条件的不精确性的 Kalman 滤波方法,降低了对模型精度的要求,降低了误报警,提高了鲁棒性,非常适用于工程的故障检测。

参考文献

- 1 Gajic Z and Boka J Kalman filter error due to inaccuracy in filter's initial condition. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, March, 1997, 119: 119 ~ 122
- 2 吴建军. 液体火箭发动机故障检测与诊断研究: [学位论文]. 长沙: 国防科技大学, 1995
- 3 蔡金狮. 动力学系统辨识与建模. 北京: 国防工业出版社, 1991
- 4 胡寿松. 自动控制原理. 北京: 国防工业出版社, 1983

随着人造卫星、宇宙飞船和航天飞机的出现,当代宇宙科学技术得到飞速发展,也使得人类将向太空索取资源。

微重力资源 在地球上,由于地球引力的作用,加工某些高精度的零件及冶炼一些特殊要求的合金,就无法达到理想的要求。而在宇宙空间,重力只是地球上的一百万分之一,在这种微重力的条件下,各种物质能够很好地融合,制造出特殊的材料,当然也能够加工出精密的零件。因此,微重力资源成为一种价值很高的新资源。

高真空资源 高度真空是太空中又一个优越的条件。宇宙飞行器之所以能够在太空长时间地高速飞行,就是由于有了太空中的真空环境,而在大气层就早已烧毁了。由于太空高度真空中没有空气、灰尘和各种物质,可以进行高纯度、高质量的冶炼、焊接,还能分离出一些地球上无法分解的物质。

空间能源 在远离地球的空间,没有空气对阳光的吸收和反射,没有昼夜和季节的变化,不受重力影响,所以太阳能接收装置可以做得很大,而且长期使用无需维修。同样的面积要比在地球上获得的能量多几倍。所以在宇宙飞行器上,无一例外装的是太阳能电池。科学家甚至提出:在太空建立太阳能电站,将电力输送到地球上来。

宇宙矿藏 宇宙中还有一些独特的矿藏。现已初步查明,月球上有 50 多种矿物,而且所含的大量元素硅、铁、镍、镁等,正是地球上的“紧俏产品”。为此,不少科学家都提出在其它星球上建立永久的宇宙工厂。天文学家甚至还发现了一颗全部由黄金构成的星球,它的重量达 1000 亿吨。

随着科学技术的飞速发展,人类向太空索取资源定会成为现实。