双基地两坐标雷达空间目标定位算法*

刘琪 孙仲康

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

摘 要 本文提出了双基地雷达单独使用发射/接收站 (T/R 站) 的目标斜距和方位角信息或接收站 (R 站) 的目标距离和方位角信息分别对空中目标的二维定位算法, 并给出了定位精度的分析方法。最后, 通过计算机仿真讨论了算法的定位性能。

关键词 双基地雷达, 定位算法, 精度分析

分类号 TN953. 7

Algorithms of Target Position Location with Two Coordinate Measurements in Bistatic Radar

Liu Qi Sun Zhongkang

(Institute of Electronic Engineering, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The algorithm of position location with two coordinate measurements in bistatic radar is presented in this paper, which uses the measurements of slant range and the azimuth referred to T/R station or the ones of range sum (target to T/R and R) and the azimuth to R station. The analysis method of the position location accuracy is given. Finally, the performances of these algorithms are evaluated by computer simulations.

Key words Bistatic Radar, Position Location Algorithm, Accuracy Analysis

双基地雷达由发射/接收 (T/R) 站和被动接收 (R) 站组成。由于双基地雷达具有反电子对抗的重要特性, 它已引起雷达界广泛的关注, 其中这种系统对目标的定位性能是雷达界研究的重点之一。在电子对抗的环境下, 强烈的电磁干扰使得 T/R 站和 R 站的数据不能同时获取, 如何利用单站数据对目标进行定位就显得十分重要。本文提出了利用 T/R 站获得的目标斜距和方位角信息或 R 站获得的目标分别到 T/R 站和 R 站的距离和及方位角信息的定位算法, 并对两种定位算法分别进行了误差分析, 通过分析计算机仿真的等精度曲线在双基地雷达附近区域的分布, 得到了一些有用的结论。

1 只用 T/R 站数据的定位分析

1. 1 二维定位的基本概念

两坐标雷达只能获取两个观测量的数据, 在通常意义下是无法对三维空间目标进行定位的。用目标方位角和斜距 (或距离和) 两个观测量只能得到一条定位线[1], 在设定高度条件下才能推算目标的水平位置。在没有任何高度信息的条件下, 可将目标投影到水平面上, 即假定目标高度为零。在目标高度未知时, 对高度的这种处理给二维定位带来了新的误差, 目标飞行高度较高和距离 T/R 站较近时此误差较大, 特别对于近距离目标, 引入的误差成为影响定位精度的主要因素。如果知道目标飞行的大致高度, 那么对目标高度作一合理假设, 将有助于提高定位精度。

1. 2 二维定位算法及其误差分析

设已知 T/R 站的目标斜距 r_T 和方位角 β_T 信息, 目标真实高度为 h, 假设目标高度为 z, 如图 1 所

* 1997 年 12 月 17 日修订
第一作者: 刘琪, 男, 1969 年生, 博士生

示。

1. 2. 1 定位方程

$$\begin{cases} x = r_Z \sin\beta_T \\ y = r_Z \cos\beta_T \end{cases} \quad (1)$$

其中，水平距离 $r_Z = \sqrt{r_T^2 - z^2}$. (2)

定位误差由两部分组成：测量误差带来的随机误差和高度假设不准引入的水平距离误差。下面分别加以分析。

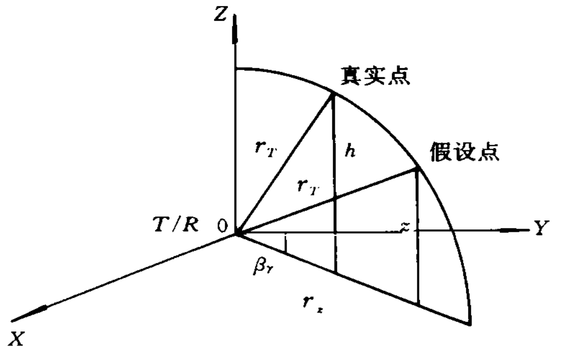

图 1 目标位置示意图

1. 2. 2 定位误差分析

1) 随机误差

由于测量数据是有误差的，即：

$$\begin{cases} r_T^m = r_T + \mathrm{d}r_T \\ \beta_T^m = \beta_T + \mathrm{d}\beta_T \end{cases} \quad (3)$$

(上标 m 表示带有噪声的实测值)

其中 $\mathrm{d}r_T$，$\mathrm{d}\beta_T$ 分别表示发射站斜距和方位角的观测误差。在实际应用时，由于不可能获得真实数据 r_T 和 β_T，因此通常利用实测数据 r_T^m 和 β_T^m，代替其真实数据 r_T 和 β_T，从而得到有误差的目标位置的近似值。假设各测量误差是零均值，彼此不相关的高斯白噪声，且对应于方位角和斜距误差的标准差分别为 σ_{β_T} 和 σ_{r_T}，对 (1) 式求微分，得到定位误差方程：

$$\begin{bmatrix} \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{r_T}{\sqrt{r_T^2 - z^2}}\sin\beta_T & y \\ \dfrac{r_T}{\sqrt{r_T^2 - z^2}}\cos\beta_T & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{d}r_T \\ \mathrm{d}\beta_T \end{bmatrix} \quad (4)$$

简记为：$\mathrm{d}X = C\mathrm{d}V$. (5)

(4) 式表明，目标位置在直角坐标系中的误差 ($\mathrm{d}x$，$\mathrm{d}y$) 与测量误差 ($\mathrm{d}\beta_T$，$\mathrm{d}r_T$) 成线性关系，而且高斯分布仍然有效，因此 ($\mathrm{d}x$，$\mathrm{d}y$) 是零均值高斯分布的随机变量。定位误差协方差矩阵为

$$P_{\mathrm{dx}} = E[\mathrm{d}X\,\mathrm{d}X^T] = CE[\mathrm{d}V\mathrm{d}V^T]C^T \quad (6)$$

定义

$$P_{\mathrm{dx}} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

双基地系统对目标定位精度可用目标空间位置的均方根误差 RMS (Root Mean Square) 来表示 (文 [2])，在二维情况下可以用水平方向上定位误差的方差和的开方来表示。由于这个技术参数与目标及各站之间的相对几何位置有关，因此称之为 GDOP (Geometrical Dilution Of Precision，即定位精度的几何稀释)[3]，它的意思就是定位误差的几何分布。

定义 $\mathrm{GDOP} = \sqrt{\mathrm{tr}\,[P_{\mathrm{dx}}]} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ (8)

不难求得：

$$\mathrm{GDOP} = \sqrt{\frac{r_T^2}{r_T^2 - z^2}\sigma_{r_T}^2 + (r_T^2 - z^2)\sigma_{\beta_T}^2} \quad (9)$$

2) 水平距离误差

$$\Delta x = \left(\sqrt{r_T^2 - z^2} - \sqrt{r_T^2 - h^2}\right)\sin\beta_T \quad (10)$$

$$\Delta y = \left(\sqrt{r_T^2 - z^2} - \sqrt{r_T^2 - h^2}\right)\cos\beta_T \quad (11)$$

由以上公式可以得出如下结论：如果准确估计目标高度，即$z=h$时，水平距离误差为零，定位精度最高。反之，目标假设高度与真实高度相差越大，误差越大。

2 只用R站数据的定位分析

R站的观测数据为目标到双站的距离和r_Σ以及方位角β_R，距离和确定的空间位置面为以双站为焦点的回转椭球面，设目标真实高度为h，假设目标高度为z，如图2所示。

2.1 定位方程

$$\begin{cases} r_\Sigma = \sqrt{x^2+y^2+h^2} + \sqrt{x^2+(y-y_T)^2+h^2} \\ \beta_R = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y} \end{cases} \tag{12}$$

由(12)式可求得：

$$\begin{cases} x = r_z \sin\beta_R \\ y = r_z \cos\beta_R \end{cases} \tag{13}$$

其中，收站到目标在$X-Y$平面上的投影点间的距离$r_z = \sqrt{r_{RZ}^2 - z^2}$ (14)

根据

$$r_\Sigma = r_{RZ} + \sqrt{x^2+(y-y_T)^2+z^2} \text{ 和 } x = y\operatorname{tg}\beta_R$$

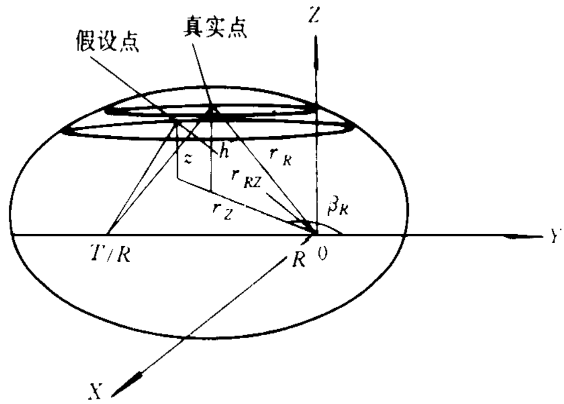

图2 目标位置示意图

可求得：

$$\left[\left(\frac{r_\Sigma\sec\beta_R}{y_T}\right)^2 - 1\right] r_{RZ}^2 + \frac{(y_T^2 - r_\Sigma^2) r_\Sigma \sec^2\beta_R}{y_T^2} r_{RZ} + Z^2 + \frac{(y_T^2 - r_\Sigma^2) r_\Sigma \sec^2\beta_R}{4y_T^2} = 0 \tag{15}$$

可见，解出的定位点可能有两个，说明有可能出现定位模糊。

2.2 定位模糊的消除

从几何意义上说，当目标位于基线附近区域，且$z > z_0 = \dfrac{r_\Sigma^2 - L^2}{2r_\Sigma}$时(取等号时，$z=z_0$的平面切过以$r_\Sigma$为距离和，两站为焦点确定的回旋椭球得到的椭圆在水平面的投影，恰好经过两站。L为基线长度)，就会出现定位模糊。从另一个角度说，假定目标最大飞行高度为z_0公里，在以$r_\Sigma=\sqrt{z_0^2+L^2}+z_0$为距离和，两站为焦点确定的椭球内有可能出现定位模糊。根据目标运动区域的不同，分以下三种情况分别讨论定位模糊的消除：

1) 目标在距离和r_Σ确定的椭球外飞行；没有定位模糊。

2) 目标由距离和r_Σ确定的椭球外飞入；设(x_n, y_n)是能判别的最新的目标定位点，(x_1, y_1)和(x_2, y_2)是下一次求得的两个模糊定位点，假设目标作匀速或加速度很小的运动，有如下判据：

$$\text{若} \quad \sqrt{(x_1-x_n)^2+(y_1-y_n)^2} \le \sqrt{(x_2-x_n)^2+(y_2-y_n)^2}$$

则(x_1, y_1)是目标的正确定位点，反之，(x_2, y_2)是目标的正确定位点。

3) 目标在距离和r_Σ确定的椭球内飞行；在这种情况下，可通过增加观测量的方法消除定位模糊，比如利用其它站俯仰角的观测数据。

2.3 定位误差分析：

1) 随机误差

对(12)式求微分，得到定位误差方程：

$$\begin{bmatrix} \mathrm{d}r_\Sigma \\ \mathrm{d}\beta_R \end{bmatrix}$$

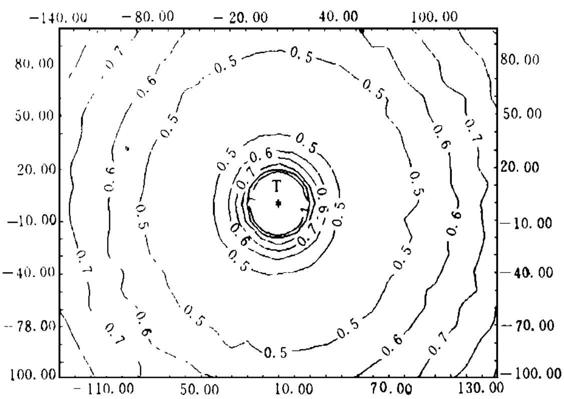

图 3

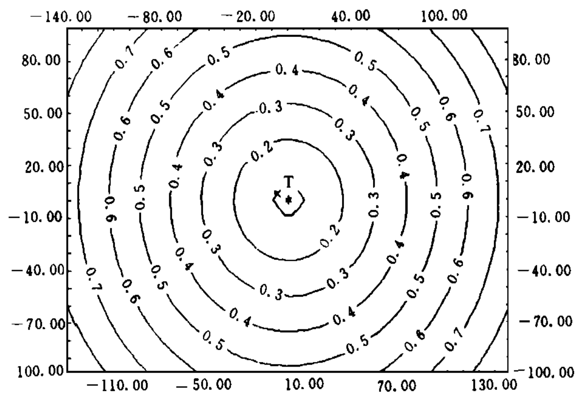

图 4

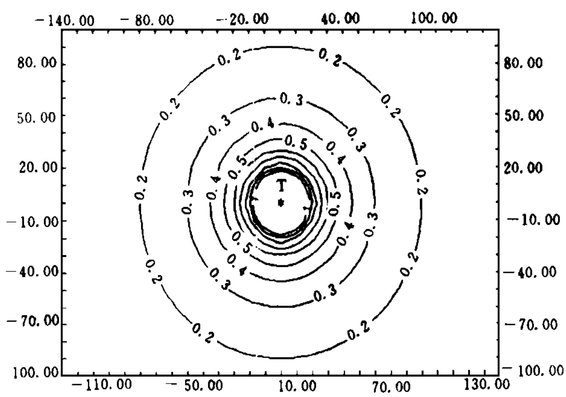

图 5

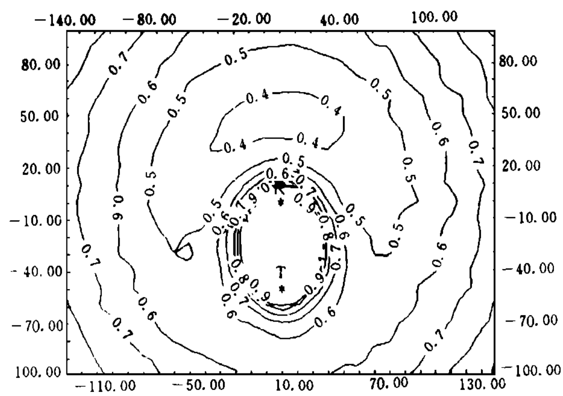

图 6

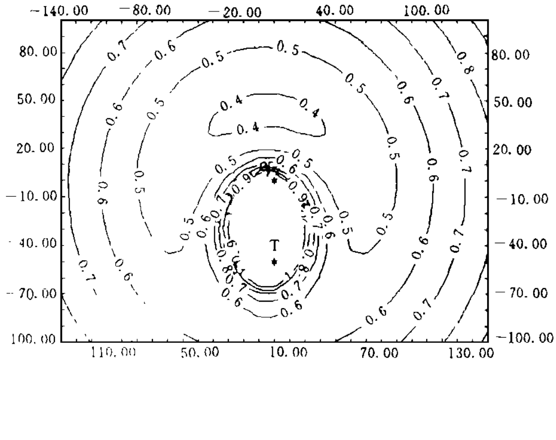

图 7

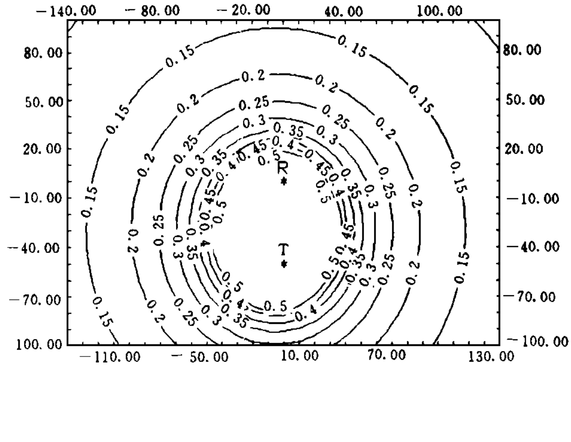

图 8

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+h^2}} + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+(y-y_T)^2+h^2}} & \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+h^2}} + \dfrac{y-y_T}{\sqrt{x^2+(y-y_T)^2+h^2}} \\ \dfrac{y}{x^2+y^2} & \dfrac{-x}{x^2+y^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \tag{16}$$

简记为: $dV = CdX \quad (17)$

$$P_{dx} = E[dX dX^T] = C^{-1} E[dV dV^T] C^{-T} \tag{18}$$

2) 距离偏差

$$\Delta x = \left(\sqrt{r_{RZ}^2 - z^2} - \sqrt{r_R^2 - h^2}\right) \sin\beta_R \tag{19}$$

$$\Delta y = \left(\sqrt{r_{RZ}^2 - z^2} - \sqrt{r_R^2 - h^2}\right) \cos\beta_R \tag{20}$$

3 计算机仿真及结果分析

3.1 仿真试验条件

站址: T/R 站 (0, −50, 0) km, R 站 (0, 0, 0) km; 测量误差: $\sigma_{rT} = \sigma_{r_\Sigma} = 0.1$km, $\sigma_{\beta T} = \sigma_{\beta R} = 0.3$ 度; 目标真实高度 10km, 假设高度 8km。

图 3 到图 6 是用 T/R 站的方位角和斜距的得到的定位误差等值线图, 其中图 3 表示利用 T/R 站观测数据求得的目标定位点的 500 次 Monte Carlo 试验的均方根误差, 图 4 表示 GDOP, 图 5 表示距离偏差 $\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y}$。

图 6 到图 8 是用 R 站的方位角和距离和的得到的定位误差等值线图, 其中图 6 表示利用 R 站观测数据求得的目标定位点的 500 次 Monte Carlo 试验的均方根误差, 图 7 表示 GDOP, 图 8 表示距离偏差 $\sqrt{\Delta^2 x + \Delta^2 y}$。图中所标数据的单位均为 km。

3.2 仿真结果分析

1) GDOP 图和水平距离误差图表明了算法的理论精度分布, 比较图 3、4、5 和图 6、7、8 可见, 两种算法的定位精度和理论分析相当。

2) 由图 3、5 和图 6、8 可见, 当目标接近基线附近区域时, 定位误差增大。这是由于高度假设带来的误差增大的缘故。

3) 由图 3、4 和图 6、7 可见, 当目标离雷达站的距离增大时, 由于高度假设带来的误差减小, 测角误差成为影响定位精度的主要因素并使定位误差增大。

4) 由图 6、7 和 8 可见, 利用 R 站数据定位的误差分布图表现出双基地特性, 即由于收发分置导致精度曲线以基线为中心拓展。

仿真结果和理论计算得出的结论是一致的。

参考文献

1 孙仲康, 陈辉煌. 定位导航与制导. 北京: 国防工业出版社, 1988

2 Donj Torrieri. Statistical theory of passive location systems. IEEE Trans., Vol. AES-20. No. 2, March 1984

3 孙仲康, 周一宇, 何黎星。单多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996