

## 用随机仿真方法验证液体火箭发动机静特性数学模型\*

沈赤兵 吴建军 王克昌 陈启智

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

**摘要** 以某泵压式液体火箭发动机为研究对象,用试车数据对发动机静特性数学模型进行了验证,在验证模型时既考虑了外部干扰因素的实际测量误差范围和内部干扰因素的实际变化范围,又考虑了发动机参数实测量的误差范围,并且使用了随机仿真的方法。验证结果表明,发动机静特性的非线性数学模型是足够准确的,所用的计算方法是合理的。

**关键词** 液体火箭发动机,静特性,非线性模型,模型验证,干扰因素,随机仿真。

**分类号** V433

## Verifying the Mathematical Model of State Characteristics of Liquid Rocket Engine by Using the Stochastic Simulation Method

Shen Chibing Wu Jianjun Wang Kechang Chen Qizhi

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** A pump-fed liquid rocket engine (LRE) is used as an object of study in this paper. By applying the stochastic simulation method, test data are used to verify the mathematical model of static characteristics of LRE. Not only are the actual measurement error range of the external interfering factors and the actual variation range of the internal interfering factors considered, but also the actual measurement error range of the engine parameters is considered during the model verification. The results of the model verification show that the mathematical model of static characteristics of LRE is accurate and the calculation methods employed are proper.

**Key words** liquid rocket engine, static characteristics, nonlinear model, model verification, interfering factors, stochastic simulation.

在建立液体火箭发动机静特性的数学模型时使用了一些由试验数据拟合而成的统计关系式以及发动机各部件的流液试验数据,而这些统计关系式在拟合的过程中是存在误差的,试验数据中包含了测量误差,在建模时还进行了一些近似和假设,这将导致发动机静特性的数学模型存在一定的不准确度。为了正确评价发动机静特性数学模型的可靠度和准确度,必须用试验验证模型。试验在模型验证中有重要作用,只有通过试验来反复检验模型,才能确定模型不准确度的大小及其来源,才能为模型的改进提供依据,才能为使用模型预示发动机参数提供修正预估值的意见,才能最终提高预估值的准确度。用试验验证模型将有助于提高发动机的性能和可靠性,并将节约发动机的研制费用,在发动机的研制过程中少走弯路。

## 1 基于随机仿真的验证方法

为了便于模型的验证,定义发动机参数的计算值相对于实测量的相对偏差  $\delta$ :

$$\delta(x) = \frac{x - x_m}{x_m} \quad (1)$$

\* 1997年12月7日收稿

第一作者:沈赤兵,男,1968年生,博士

式中,  $x$  为发动机参数的计算值,  $x_m$  为发动机参数的实测量。

上式的  $\delta$  反映了描述发动机静特性的非线性数学模型的准确程度, 其中的发动机参数计算值是在干扰因素变化时用发动机静特性的非线性数学模型计算得出的, 而发动机参数的实测量是发动机热试车时测到的数据。发动机外部干扰因素在试车时需要测出, 存在测量误差, 表 1 给出了环境大气压  $p_0$ 、推进剂温度、泵前压力在 95% 置信度下的测量精度范围。此处的推进剂是指常规推进剂, 根据推进剂温度的实际误差范围可推算出  $\rho_0$  (氧化剂密度)、 $\rho_f$  (燃料密度)、 $p_{bo}$  (氧化剂饱和蒸汽压)、 $p_{bf}$  (燃料饱和蒸汽压) 的误差范围,  $p_{ipo}$  (氧化剂泵前压力)、 $p_{ipf}$  (燃料泵前压力) 的实际相对误差范围是相同的。内部干扰因素的实际变化范围已在表 3 中给出, 内部干扰因素属于随机变量。发动机参数的实测值也是有误差范围的, 见表 2, 此表中的五个参数是文献 [1] 的图 1 所示发动机的实测量, 表中给出的相对误差范围的置信度是 95%。

表 1 在 95% 置信度下外部干扰因素实测值的精度范围

	环境大气压 <sup>(1)</sup>	推进剂温度 <sup>(2)</sup>	泵前压力 <sup>(3)</sup>
精度范围	$\pm 0.7\%$	$\pm 1\text{K}$	$\pm 0.7\%$

附注: (1)、(3) 分别指环境大气压、泵前压力实测值与真实值之间的相对误差范围; (2) 是推进剂温度实测值与真实值之间的误差范围。

表 2 在 95% 置信度下发动机参数实测量与真实值之间的相对误差范围

	$F$	$m_0$	$m_f$	$n$	$p_{oc}$
相对误差范围	$\pm 1\%$	$\pm 0.5\%$	$\pm 0.5\%$	$\pm 0.25\%$	$\pm 0.7\%$

附注: 表中的  $F$  是发动机推力,  $m_0$  是发动机氧化剂流量,  $m_f$  是发动机燃料流量,  $n$  是涡轮泵转速,  $p_{oc}$  是燃烧室氧化剂喷前压力。

表 3 置信度为 99.74% 时内部干扰因素的实际变化范围

含 义	代 号	符 号	变 化 范 围 <sup>(1)</sup>	含 义	代 号	符 号	变 化 范 围 <sup>(1)</sup>
氧化剂泵效率	$D_0$	$\eta_{po}$	$-1.4916 \times 10^{-3} \sim 1.5221 \times 10^{-2}$	燃烧室燃烧效率	$D_{15}$	$\eta_c$	$-5.2356 \times 10^{-3} \sim 5.2356 \times 10^{-3}$
燃烧泵效率	$D_1$	$\eta_{pf}$	$-1.1403 \times 10^{-2} \sim 1.0394 \times 10^{-2}$	涡轮排气管与推力室 喷管出口面积之和	$D_{18}$	$A_c$	$-5.7782 \times 10^{-3} \sim 5.7514 \times 10^{-3}$
涡轮叶片直径	$D_2$	$d_t$	$-5.6146 \times 10^{-4} \sim -6.1364 \times 10^{-5}$	氧化剂管路从泵出口 至喷前段流阻系数	$D_{20}$	$a_9$	$-0.2 \sim 0.2$
音速喷嘴面积	$D_5$	$A_{ej}$	$1.7106 \times 10^{-8} \sim 1.1869 \times 10^{-2}$	燃料喷前至燃烧室段 的流阻系数	$D_{21}$	$a_{11}$	$-0.0952 \sim 0.0952$
涡轮喷嘴 喉部总面积	$D_6$	$A_{ei}$	$-2.4771 \times 10^{-5} \sim 6.4671 \times 10^{-3}$	燃料管路分支后 主管路段流阻系数	$D_{22}$	$a_{12}$	$-0.11364 \sim 0.11364$
氧化剂副系统 文氏管汽蚀系数	$D_{10}$	$k_{of}$	$-1.1170 \times 10^{-2} \sim 3.1227 \times 10^{-2}$	氧化剂喷前至燃烧室 段的流阻系数	$D_{23}$	$a_{13}$	$-0.08 \sim 0.08$
蒸发器文氏管汽蚀系数	$D_{11}$	$k_{oe}$	$-1.0490 \times 10^{-2} \sim 5.6924 \times 10^{-3}$	燃料管路分支后隔板 管路至喷前段流阻系数	$D_{24}$	$a_{14}$	$-0.116455 \sim 0.116455$
燃料副系统 文氏管汽蚀系数	$D_{13}$	$k_{ff}$	$-2.1434 \times 10^{-2} \sim 3.6756 \times 10^{-3}$	氧化剂泵出口至副系统 文氏管入口段流阻系数	$D_{25}$	$a_{17}$	$-0.0667 \sim 0.0667$
推力室喉部面积	$D_{14}$	$A_{te}$	$-7.2133 \times 10^{-3} \sim 7.1487 \times 10^{-3}$	燃料路分支处至副系统 文氏管入口段流阻系数	$D_{26}$	$a_{18}$	$-0.078 \sim 0.078$

附注: (1) 是指置信度为 99.74% 时, 内部干扰因素的相对变化量的实际变化范围。

内外干扰因素均为随机变量，在各自的实际变化范围内按某种分布规律取随机数，代入到发动机静特性的非线性数学模型中，可得出发动机参数的计算值，同时，发动机参数实测量也在其误差范围内（见表2）取随机数，最后按式（1）计算出 $\delta$ ，再对 $\delta$ 进行统计分析。随机数的产生方法和用到的统计分析方法已分别在文献[2]、[3]介绍了。因此，发动机参数 $\delta$ 的确定既考虑到了外部干扰因素的实际测量误差范围、内部干扰因素的实际变化范围，又考虑到了发动机参数实测值的误差范围。

基于随机仿真的发动机静特性的非线性数学模型验证的具体步骤是：

① 将各内部干扰因素的实际变化范围和各外部干扰因素实测值的误差范围、发动机参数实测值的误差范围确定为一定置信度下的置信区间；②使各干扰因素和发动机参数实测量均服从某种分布规律，并给定此种分布的概率密度，这里给定为正态分布规律；③从各干扰因素和发动机参数实测值的置信区间中按步骤②的分布规律取随机数1000组；④将每组随机数代入到描述发动机静特性的非线性数学模型中（见文献[1]的式（1）、式（2）），用Broyden方法<sup>[4]</sup>求发动机参数的优化解；⑤将每组发动机参数的优化解和发动机参数实测值的随机数同时代入到式（1）中求出 $\delta$ ；⑥对1000组发动机参数的 $\delta$ 值进行统计分析：求均值，方差，95%置信度下的置信区间；根据 $\delta$ 的“频率/组距~发动机参数无量纲量”的直方图推测 $\delta$ 服从的分布规律，进行分布规律概率密度的参数估计，再用Pearson $\chi^2$ 法检验 $\delta$ 的假设分布规律是否成立。

上述各步骤中，干扰因素和发动机参数实测量按正态分布取随机数，根据 $\delta$ 的“频率/组距~发动机参数无量纲量”的直方图推测 $\delta$ 可能服从的分布规律，上述各步骤对于干扰因素和发动机参数实测量服从其它分布规律的情况也是适用的。在步骤①中，发动机参数实测量置信区间是这样确定的：

设 $\pm y_1$ 是一个发动机参数实测值的相对误差范围， $y_2$ 是该实测值的实测值，则该实测量在95%置信度下的置信区间为： $[(1 - y_1)y_2, (1 + y_1)y_2]$ 。外部干扰因素置信区间的确定方法与前相同，也是根据外部干扰因素的实测值和测量误差范围来确定95%置信度下的置信区间。

## 2 验证的结果及分析

现用某次地面试车数据来验证液体火箭发动机静特性的非线性数学模型和小偏差模型。这次试车的目的是进行发动机全系统大推力、高混合比、摇摆、过载、长程可靠性试车。根据试车数据，在两个稳态工况中，以下干扰因素与在额定工况下计算发动机参数时设定的干扰因素值相比较，发生了变化： $\rho_o$ 、 $\rho_f$ 、 $p_{bo}$ 、 $p_{bf}$ 、 $p_{ip_o}$ 、 $p_{ip_f}$ 。这个干扰因素在稳态工况时的实测值相对于额定工况时设定值的变化列入表4中。另外，在计算发动机推力时，环境大气压 $p_o$ 应取试车实测值，实测值为 $p_o = 0.087\text{MPa}$ 。

由表4可知， $p_{ip_o}$ 在第二稳态工况时的相对变化量最大， $p_{bo}$ 较大，而 $\rho_f$ 的相对变化量的绝对值最小。两次稳态工况相比较，第二稳态工况时的 $p_{ip_o}$ 、 $p_{ip_f}$ 分别大于第一稳态工况时的 $p_{ip_o}$ 、 $p_{ip_f}$ ，其目的是通过热试车时使泵前压力的增大来模拟运载器在加速升空时的情况，这是一个加载过程。由于干扰因素的影响，导致第一稳态工况、第二稳态工况均偏离额定工况下的发动机参数值。以下两节中，均将用到上述热试车时的发动机参数在稳态工况时的实测值和外部干扰因素的实测值。

表4 外部干扰因素实测值与额定工况时设定值之间的相对偏差

稳态工况	$\delta\rho_o/\rho_o^{(0)}$	$\delta\rho_f/\rho_f^{(0)}$	$\delta p_{bo}/p_{bo}^{(0)}$	$\delta p_{bf}/p_{bf}^{(0)}$	$\delta p_{ip_o}/p_{ip_o}^{(0)}$	$\delta p_{ip_f}/p_{ip_f}^{(0)}$
1	- 0.012003	- 0.0077638	0.368602	0.281500	0.050442	0.090408
2	- 0.012003	- 0.0077638	0.368602	0.281500	1.277483	0.127823

附注：带有上标(0)的干扰因素表示在额定工况下计算发动机参数时，此干扰因素的取值。1、2分别表示第一稳态工况、第二稳态工况。

### 2.1 非线性模型与小偏差模型的验证结果对比

为便于比较非线性模型与小偏差模型的准确度，仅分析表4中的6个外部干扰因素和环境大气压 $p_o$ 在各自的测量误差范围内的变化对发动机参数的影响，而未考虑内部干扰因素的变化。按照第1节

介绍的验证方法, 对非线性模型和小偏差模型分别进行验证, 在验证时, 上述7个外部干扰因素均在各自的测量误差范围内按正态分布取随机数。从计算结果可以看出:

(1) 用非线性模型得出的 $\delta$ 的统计特性明显优越于小偏差模型。

同一个发动机参数在同一个稳态工况下, 用小偏差模型计算出的 $\delta$ 的方差总是大于用非线性模型计算出的 $\delta$ 的方差。以下用 $\bar{\delta}$ 表示 $\delta$ 的均值。同一个发动机参数在同一个稳态工况下, 用小偏差模型计算出的 $\bar{\delta}$ 总是大于用非线性模型计算出的 $\bar{\delta}$ , 非线性模型比小偏差模型更准确。在干扰因素变化越大时, 非线性模型与小偏差模型在准确度方面的差别越大。

不同稳态工况下, 用不同数学模型得出的 $\delta$ 的均值、方差、置信区间是不同的, 因此, 在应用上述两种模型时, 要根据外部干扰因素的相对变化量和对不同发动机参数计算值提出的准确度要求采用不同的数学模型。

(2) 用两种模型得出的 $\delta$ 的统计特性存在共同之处。

在干扰因素变化越大时, 用非线性模型或小偏差模型预估发动机参数时的准确度越差。

在第一、二稳态工况下, 用非线性模型和小偏差模型计算出来的 $\delta(F)$ 分别近似服从正态分布。 $\delta(F)$ 、 $\delta(\overset{\circ}{m}_0)$ 、 $\delta(\overset{\circ}{m}_f)$ 、 $\delta(n)$ 、 $\delta(p_{oc})$ 在其均值附近出现的概率大, 在偏离均值较远处的概率小,  $\delta(F)$ 、 $\delta(\overset{\circ}{m}_0)$ 、 $\delta(\overset{\circ}{m}_f)$ 、 $\delta(n)$ 、 $\delta(p_{oc})$ 的分布近似成单峰对称分布; 外部干扰因素与额定工况时的设定值之间的相对变化量在两个稳态工况下仍属较小的相对变化量, 导致非线性模型和小偏差模型得出的 $\delta(F)$ 均近似服从正态分布。

## 2.2 考虑内外干扰因素实际变化范围的非线性模型的验证

在本节中, 除了考虑表4中的6个外部干扰因素和环境大气压 $p_0$ 在各自的测量误差范围内的变化对发动机参数的影响以外, 还考虑了内部干扰因素在实际范围内的变化对发动机参数的影响。18个内部干扰因素的实际变化范围已在表3中列出, 以此范围作为在99.74%置信度下的置信区间。按照第1节介绍的验证方法, 对发动机静特性的非线性模型进行验证, 计算得到表5, 此表给出了在95%置信度下发动机参数的 $\delta$ 的范围; 表6给出了发动机参数的 $\delta$ 的均值和方差。从表5和表6中可以看出:

表5 在95%置信度下发动机参数 $\delta$ 值的范围

稳态 工况	$\delta(F)$	$\delta(\overset{\circ}{m}_0)$	$\delta(\overset{\circ}{m}_f)$	$\delta(n)$	$\delta(p_{oc})$
1	$-7.3327 \times 10^{-2} \sim -3.9929 \times 10^{-2}$	$-3.9265 \times 10^{-2} \sim -1.2625 \times 10^{-2}$	$-4.0417 \times 10^{-2} \sim -2.9991 \times 10^{-2}$	$-2.5071 \times 10^{-3} \sim -1.4748 \times 10^{-2}$	$-4.7606 \times 10^{-2} \sim -3.3447 \times 10^{-2}$
	$-8.5942 \times 10^{-2} \sim -5.1575 \times 10^{-2}$	$-5.2697 \times 10^{-2} \sim -2.4382 \times 10^{-2}$	$-4.2700 \times 10^{-2} \sim -3.2874 \times 10^{-2}$	$-3.0743 \times 10^{-2} \sim -2.0690 \times 10^{-2}$	$-6.0642 \times 10^{-2} \sim -4.6127 \times 10^{-2}$

附注: 此表用发动机静特性的非线性模型得到, 考虑了25个内外干扰因素的变化。

表6 发动机参数 $\delta$ 值的均值和方差

工况	$\delta(F)$	$\delta(\overset{\circ}{m}_0)$	$\delta(\overset{\circ}{m}_f)$	$\delta(n)$	$\delta(p_{oc})$
1	均值 $-5.6561 \times 10^{-2}$	均值 $-2.5969 \times 10^{-2}$	均值 $-3.5041 \times 10^{-2}$	均值 $-2.0002 \times 10^{-2}$	均值 $-4.0499 \times 10^{-2}$
	方差 $7.2766 \times 10^{-5}$	方差 $4.6304 \times 10^{-5}$	方差 $7.0939 \times 10^{-6}$	方差 $6.9511 \times 10^{-6}$	方差 $1.3079 \times 10^{-5}$
2	均值 $-6.8717 \times 10^{-2}$	均值 $-3.8591 \times 10^{-2}$	均值 $-3.7622 \times 10^{-2}$	均值 $-2.5809 \times 10^{-2}$	均值 $-5.3360 \times 10^{-2}$
	方差 $7.7052 \times 10^{-5}$	方差 $5.2308 \times 10^{-5}$	方差 $6.3019 \times 10^{-6}$	方差 $6.5940 \times 10^{-6}$	方差 $1.3745 \times 10^{-5}$

附注: 此表用发动机静特性的非线性模型得到, 考虑了25个内外干扰因素的变化。

(1) 从表5可知, 所有发动机参数的 $\delta$ 分布在 $-8.5942\% \sim -1.2625\%$ 的范围内。

(2) 表6中五个参数的 $\delta$ 在同一个稳态工况下相比较,  $\delta(F)$ 最大,  $\delta(n)$ 最小, 这说明对于

发动机推力  $F$  的仿真计算值的准确度较差，对于转速  $n$  的仿真计算值的准确度较好。表 6 中所有参数的  $\delta$  的均值分布在  $-6.8717\% \sim -2.0002\%$  的范围内。

(3) 由于考虑了内部干扰因素的影响，用非线性模型预估发动机参数的准确度明显低于不考虑内部干扰因素的影响时的准确度。

对两个稳态工况下的发动机参数的  $\delta$  的分布进行了假设检验。从 5 个发动机参数  $F$ 、 $\dot{m}_0$ 、 $\dot{m}_f$ 、 $n$ 、 $p_{oc}$  的“频率 / 组距  $\sim \delta$ ”直方图可以推测  $\delta$  可能分别服从正态分布，因此可以假设  $\delta$  服从正态分布，经过 Pearson  $\chi^2$  检验法检验得出，上述 5 个发动机参数的  $\delta$  都近似服从正态分布。图 1 是第二稳态工况时发动机推力的  $\delta$  的分布直方图与假设的正态分布直方图的对比，可见二者的差别不大。图 1 中每个直方条的宽度  $t$  是相等的， $t = 0.002757$ ， $z_1 = -0.100318$ ，横轴表示发动机推力计算值与实测量之间的相对偏差。另外，从第二稳态工况时  $p_{oc}$ 、 $\dot{m}_0$ 、 $\dot{m}_f$ 、 $n$  的  $\delta$  的分布直方图与假设的正态分布直方图的对比结果可以看出： $p_{oc}$ 、 $\dot{m}_0$ 、 $\dot{m}_f$ 、 $n$  的  $\delta$  均近似服从正态分布。上述结果说明在内部干扰因素均服从正态分布的条件下，五个发动机参数的  $\delta$  均近似服从正态分布，即单峰对称分布， $\delta$  在其均值附近的概率大，与均值差别大的  $\delta$  的概率小，发动机静特性数学模型的准确度在某一个值附近的概率大，此结论在使用发动机静特性数学模型时应该引起注意。

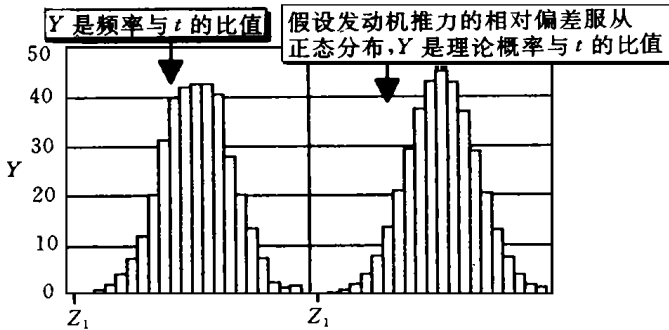


图 1 发动机推力计算值与实测量之间的相对偏差的直方图

用非线性模型预估的发动机参数与实测值之间存在相对偏差，发动机的非线性模型的不够准确是引起这种相对偏差的原因之一，非线性模型的不准确可能是由以下几个部分引起：

(1) 模型中的泵特性关系式是建立在大量的泵试验数据统计基础上的平均特性关系式，而不是该次热试车时所用泵的特性关系式；在处理试验数据并且拟合成平均特性关系式时，存在误差；

(2) 建立模型时用到的燃烧室、冷却套、喷嘴、隔板、发生器、降温器的水试数据是统计的水试数据的换算结果，而不是该次热试车时发动机所用组件的水试数据的换算结果；这些水试数据的测量误差也会导致模型的不准确；

(3) 内部干扰因素在该次热试车时实际发生了多少变化是未知的。

仅用一次试车数据来确定非线性模型的准确度是不够的，还需用多次的试车数据来确定，在确定准确度时要结合统计分析的方法。在试车过程中仅测量五个发动机参数是不够的，在试车过程中，要尽可能多的增加测量参数，以综合评定非线性模型的准确度。在确定非线性模型准确度时，要通过更高精度的测量设备来校核发动机测量设备的精度，以获得更为准确的实测值的误差范围。

### 3 结论

(1) 为了确定发动机静特性数学模型的准确度，需要使用随机仿真的方法。

(2) 在用试车数据对发动机静特性的非线性数学模型进行验证时，既要考虑到外部干扰因素的实际测量误差范围、内部干扰因素的实际变化范围，又要考虑到发动机参数实测值的误差范围。

(3) 非线性模型是足够准确的，所用的计算方法是合理的。

(4) 用非线性模型预估的发动机参数值与实测量的相对偏差的统计特性明显优越于小偏差模型, 在应用非线性模型和小偏差模型时, 要根据外部干扰因素的相对变化量和对不同发动机参数计算值提出的准确度要求采用不同的数学模型。

(5) 在内外干扰因素和发动机参数实测量均服从正态分布时, 预估的各个发动机参数值与实测量的相对偏差均近似服从正态分布, 这说明发动机静特性数学模型的准确度在某一个值附近的概率大。在使用发动机静特性数学模型时要注意这一点。

(6) 为了提高发动机非线性数学模型的准确度, 建立非线性数学模型时需要更具体的组件试验数据, 需要在数学模型中引入拟合泵的平均特性关系式时存在的误差, 需要在数学模型中引入发动机组件水试数据的测量误差, 要尽可能详细地测量试车过程中干扰因素的值。

(7) 为了确定描述发动机静特性的非线性数学模型的准确度, 需要用大量的同一型号的发动机试车数据进行统计分析, 要尽可能多的增加测量参数, 需要通过更高精度的测量设备来校核发动机测量设备的精度, 以获得更为准确的实测量的误差范围。

## 参考文献

- 1 沈赤兵, 吴建军, 陈启智. 干扰因素对液体火箭发动机性能的影响. 中国空间科学技术, 1997, 17 (2)
- 2 何光渝. FORTRAN 77 算法手册. 北京: 科学出版社, 1993
- 3 方开泰, 许建伦. 统计分布. 北京: 科学出版社, 1987
- 4 沈赤兵, 吴建军, 陈启智. 推进剂利用系统对液体火箭发动机性能的影响分析. 推进技术, 1997, 18 (6)