

# 利用星载 GPS 伪码测距 进行小卫星星座的整网定位\*

郝晓宁 张雅声 任 萱

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

朱文耀

(中国科学院上海天文台 上海 200030)

**摘 要** 首先针对小卫星星载 GPS 伪码测距, 基于星间差分消除/削弱误差, 并引入星座网形约束, 论述了星座模式下提高小卫星定位精度的一种整网数据处理方法, 并给出了一个算例。然后进一步论述了不依赖 GPS 的小卫星星座测控, 以及提高小卫星星座定位自主性问题的几点设想。

**关键词** 小卫星星座, 星载 GPS, 整网平差, 绝对定位, 相对定位

分类号 P228

---

## Whole Network Positioning of Small Satellite Constellation by Pseudocode Measuring Distance of GPS Carried on Satellite

Xi Xiaoning Zhang Yasheng Ren Xuan

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

Zhu Wenyao

(Shanghai Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai, 200030)

**Abstract** In this paper, in order to improve the small satellite s positioning precision under constellation mode, we discuss a method to deal with whole network datum of pseudocode measuring distance of GPS carried on the satellites, based on decreasing or eliminating error by difference between satellites and introducing the network restraint of constellation. After that, an actual example is given. Finally, we present several presumptions aiming at small satellite constellation s measurement and control, while not relying on GPS and raising the independence of small satellite constellation s positioning.

**Key words** small satellite constellation, GPS carried on satellite, whole network adjustment, absolute positioning, relative positioning

---

小卫星具有成本低、重量轻、体积小、功能密集度高和研究周期短五大特点, 这使得小卫星在通信、遥感和导航等许多领域具有非常广泛的应用前景。小卫星以中、低轨道和星座模式工作最能发挥其效益。具有高精度的小卫星位置是充分利用其信息进行科学研究与应用的前提。

传统的卫星定位是建立在地面站对卫星进行激光测距、照相测角、多普勒测速等测量技术的基础上。通过对测量的一系列卫星点(即测量弧段)的数据进行处理, 首先确定出卫星轨道, 然后根据所需卫星点的时刻, 计算其对应的位置。这种方法对于单个卫星是可行的, 而且也是目前所普遍采用的, 但对中、低轨道和星座模式的卫星而言, 将使地面测控站的建设、维修和运行费用相当巨大。其主要

---

\* 校预研项目资助

1998年3月5日收稿

第一作者: 郝晓宁, 女, 1962年生, 副教授

原因是：

(1) 测量的弧段长。对中、低轨道的卫星，为达到较高的定位精度，要测量较长的弧段，但卫星每天飞过地面测控站的时间是非常有限的，若要求 100% 时间实现连续跟踪，至少需要 40 多个地面站，而且这些站都需要理想分布在全球，其中大多数势必在国外、海上、高山等地。

(2) 测量的目标多。在星座模式下，需要对飞临其上空的多颗卫星进行测量。这将增加测控仪器开机次数和测控的工作量。

目前，星载 GPS 被国际上公认为卫星定位最有效的方法之一，已被列为小卫星的关键技术。通过星载 GPS 的伪码测距，可直接获得单个卫星的绝对定位，简称为单星绝对定位。当然，根据测量弧段的单星绝对定位数据，还可进一步确定卫星轨道。但在美国 SA 政策的影响下，GPS 的卫星星历误差和卫星钟差误差等较大，将使单星绝对定位精度降为 100m 左右，满足不了应用要求，有必要设法提高小卫星的定位精度。

本文论述了一种利用星载 GPS 的伪码测距进行小卫星星座高精度定位的数据处理方法，其基本过程是：假设星座中共有  $n$  颗小卫星，构成了空间三维网，利用相邻的两颗小卫星对相同的 GPS 卫星进行伪码测距，采用差分技术确定小卫星的相对位置矢量，简称为星间相对定位，记为  $\Delta r^{[1,2]}$ ；利用其余未采用的数据还可分别确定这两颗小卫星的单星绝对位置矢量，记为  $r^{[1,2]}$ 。以  $\Delta r$  为观测量，以  $r$  为先验值，进行整网的具有先验估值的最小二乘平差，整体估计各小卫星的单星绝对位置矢量，记为  $\hat{r}^{[3]}$ 。该数据处理方法可简称为整网数据处理方法，或整体数据处理方法。

关于地面点的三维网整网（体）数据处理的理论研究已经很成熟，也得到了广泛的应用<sup>[1~4]</sup>。据国外报道，星座整网（体）定位将比单星定位精度高，但此方面的研究成果尚未发现。与地面点的三维网有所不同，小卫星星座构成的空间三维网的网形是随时间而变的。对某确定的时刻，上述的小卫星星座的整网（体）数据处理不仅通过差分技术消除/削弱了 GPS 各误差的影响，而且考虑了整个星座的网形约束，将有利于提高小卫星的定位精度，其实质是一种地面三维网数据处理的理论在空间三维网中的应用。必须说明：星间相对位置只能决定网的定向，要靠单星绝对位置确定网的定位。对于  $n$  颗小卫星的空间三维网，必要的测量数据为  $(n - 1)$  个非线性相关的星间相对位置矢量和一个单星绝对位置矢量。当有多余的测量数据时，应采用最小二乘法进行解算。

下文首先给出整网（体）数据处理的数学模型和一则原理性的算例，然后，结合实际情况进一步讨论。

## 1 数学模型

通过星载 GPS 的伪码测距，可获得：

(1) 星间相对位置矢量  $\Delta r_{ij}$ ，其分量分别记为  $(\Delta x_{ij}, \Delta y_{ij}, \Delta z_{ij})$ （其中， $i, j$  为小卫星的编号），其权矩阵记为  $p_{\Delta r_{ij}}$ ；

(2) 单星绝对位置矢量，其分量分别记为  $(x_i, y_i, z_i), (x_j, y_j, z_j)$ ，其权矩阵记为  $p_{r_i}, p_{r_j}$ 。设经最小二乘法平差得到的绝对位置矢量为  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i), (\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j)$ ，并记

$$\begin{aligned} \Delta \hat{x} &= \hat{x} - x \\ \Delta \hat{y} &= \hat{y} - y \\ \Delta \hat{z} &= \hat{z} - z \end{aligned} \tag{1}$$

对  $i, j$  ( $i, j$  可取 1, 2, ...,  $n$ ) 颗小卫星的星间相对位置矢量，可写出误差方程式：

$$\begin{aligned} v_{\Delta x_{ij}} &= \Delta \hat{x}_j - \Delta \hat{x}_i + l_{\Delta x_{ij}} \\ v_{\Delta y_{ij}} &= \Delta \hat{y}_j - \Delta \hat{y}_i + l_{\Delta y_{ij}} \\ v_{\Delta z_{ij}} &= \Delta \hat{z}_j - \Delta \hat{z}_i + l_{\Delta z_{ij}} \end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned} l_{\Delta x_{ij}} &= \Delta x_{ij} - (x_j - x_i) \\ l_{\Delta y_{ij}} &= \Delta y_{ij} - (y_j - y_i) \\ l_{\Delta z_{ij}} &= \Delta z_{ij} - (z_j - z_i) \end{aligned} \quad (3)$$

假设共测得  $m(m \geq n - 1)$  个星间相对位置矢量, 误差方程 (3) 用矩阵表示为

$$V_{3m} = A_{3m \times 3n} \Delta X_{3n} - L_{3m} \quad (4)$$

其中

$$\Delta X = [\Delta x_1, \Delta y_1, \Delta z_1, \Delta x_2, \Delta y_2, \Delta z_2, \dots, \Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n]^T$$

$$V = \begin{bmatrix} l_{\Delta x_{ij}} \\ l_{\Delta y_{ij}} \\ l_{\Delta z_{ij}} \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} l_{\Delta x_{ij}} \\ l_{\Delta y_{ij}} \\ l_{\Delta z_{ij}} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & A_{\Delta r_{ij}} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

而

$$A_{\Delta r_{ij}} = [O, \dots, O, -E, O, \dots, O, E, O, \dots, O]$$

其中,  $O$  为  $3 \times 3$  的零矩阵,  $E$  为  $3 \times 3$  的单位矩阵, 所以  $A$  矩阵的元素只是 1、-1、0。再由 (4) 式组成法方程式, 解出参数

$$\Delta X = (A^T P_{\Delta r} A + P_r)^{-1} A^T P_{\Delta r} L \quad (5)$$

其中

$$P_r = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & p_r & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, \quad P_{\Delta r} = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & p_{\Delta r_{ij}} & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

## 2 算例

此算例的小卫星星座以  $\delta$  星座, 即设小卫星星座有 6 个沿赤道均匀分布的卫星环、每环均匀分布 6 颗小卫星, 即共有 36 颗小卫星; 小卫星的轨道半长轴  $a = 7768\text{km}$ 、轨道倾角  $i = 53^\circ$ 、 $e = 0$  (即是圆轨道); 设第一环的升交点位于春分点, 测量时每个环上的第一颗小卫星位于赤道上。根据星载 GPS 的伪距测量, 获得了 36 颗小卫星的单星绝对位置和 36 颗小卫星依序号连接构成 35 个星间相对位置。

依据上述假设, 计算 36 颗小卫星的绝对位置矢量, 并将其作为单星绝对位置矢量的真值, 记为  $X$ ; 将这些绝对位置矢量真值依次求差, 得到星间相对位置矢量真值。假设单星绝对位置各坐标方差为  $\delta_r = 100\text{m}$ 、星间相对位置各坐标方差为  $\delta_{\Delta r} = 50\text{m}$ , 构造模拟误差, 分别加到真值上, 可得单星绝对位置矢量的观测值、星间相对位置矢量观测值。然后利用 (5) 式计算出小卫星绝对位置矢量的改正数  $\Delta X$ , 相应为:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & & \\ & -1 & 0 & 0 & 1 & \\ & & \ddots & & & \ddots \\ & & & -1 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(35 \times 3) \times (36 \times 3)}$$

$$P_{\Delta r} = \delta_{\Delta r} \quad E_{(35 \times 3) \times (35 \times 3)} \quad P_r = \delta_r \quad E_{(36 \times 3) \times (36 \times 3)}$$

为获得可靠结果, 显示误差分布的多种形态, 须在多次模拟的基础上进行统计。此算例共模拟了 50 次, 其统计结果见附表。

从表 1 可看出, 整网 (体) 数据处理后得到的方差比先验值小了许多, 充分说明了整网 (体) 数据处理方法有助于提高精度。

附表 整网平差后 36 颗卫星绝对坐标的方差 (m)

卫星 序号	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$	卫星 序号	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta z$
1	10	10	9	19	11	10	10
2	10	10	11	20	12	10	9
3	10	13	9	21	10	13	9
4	10	9	11	22	8	9	19
5	10	11	10	23	9	10	10
6	11	9	9	24	10	9	12
7	9	10	10	25	11	9	11
8	10	8	14	26	11	12	10
9	7	11	11	27	9	10	12
10	11	10	14	28	12	11	12
11	8	12	9	29	9	10	9
12	9	11	11	30	10	10	9
13	10	10	11	31	14	10	2
14	9	4	6	32	9	10	15
15	4	11	9	33	10	10	9
16	9	10	9	34	10	9	8
17	10	9	9	35	11	9	9
18	10	11	11	36	11	10	10

(统计 50 次模拟运算结果)

### 3 讨论

上文给出了原理性论述，对此还需作进一步的讨论：

(1) 模拟结果是在假设各单星绝对位置、各星间相对位置的数据不相关的前提下获得的，这虽然与实际情况有别，但仍可以反映问题的主要特性。今后还应考虑观测数据的相关性；另外，对于各种误差的起因、量级和空间差分作用范围，还应按实际情况更加定性、定量地进行分析。

(2) 模型中的星间相对位置由 GPS 伪码测距得到，实际上还可利用 GPS 载波相位获得，且精度较高。这将提供更多的空间三维网的网形约束，以利于通过整网（体）数据处理提高小卫星的单星绝对定位精度。

(3) 本文所述的方法应属于几何法，还可以利用卫星运动的动力学信息，构成综合的几何-动力学。例如，在对卫星的某一时刻进行定位时，可以用 Kalman 滤波的方法，根据卫星的运动特性，将该时刻以前的各种信息和本时刻的测量数据综合到一起考虑。

(4) 不依靠 GPS 的小卫星星座整网（体）定位。

上文所涉及到的测量数据是通过 GPS 获得的，但有些小卫星系统的定位不能依靠 GPS 及其它的卫星导航定位系统。如用于导航定位的小卫星系统不能建立在另一卫星导航定位系统上；用于侦察的小卫星系统不应建立在别国的卫星导航定位系统上。对于不依赖 GPS 的小卫星星座的定位问题，可利用本文所提出的整网（体）定位方法，只要求测量系统能够提供小卫星的单星绝对位置和星间相对位置的信息即可，只是数学模型中 (2)、(3) 式要做相应的改变。

为了避免应地面站测量造成的精度低、造价高等问题，提高小卫星星座定位的自主性，本文建议卫星星座的构成为非主控星、主控星两类：

(a) 非主控星。其特点为：

- 只具有星间测量能力。提供星间（主控星与非主控星之间、非主控星之间）相对定位的信息。

GPS 第三代工作卫星 BLOCKIIR 已具有星间交联测距能力<sup>[1]</sup>。

- 轨道较低。
  - 为小卫星。
- (b) 主控星。类似于地面的主控站，其特点为：
- 具有星地、星间测量能力。星地测量提供确定单星绝对定位的信息(如利用地磁测量的微小卫星自主导航系统)。星间测量提供星间相对定位的信息。
  - 轨道较高。一则，从卫星轨道动力学角度出发，有利于提高单星绝对定位的精度；二则，增加对低轨卫星的覆盖率。
  - 可以不是小卫星。数量可较少，具有在轨进行整网(体)数据处理等计算能力。

## 参考文献

- 1 张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996
- 2 许其风. GPS 卫星导航与精密定位. 北京: 解放军出版社, 1989
- 3 郗晓宁. 一级 GPS 网数据平差处理若干问题的研究: [硕士论文]. 郑州: 中国人民解放军测绘学院, 1991
- 4 黄维彬. 近代平差理论及其应用. 北京: 解放军出版社, 1992