

反导防空导弹拦截决策分析模型<sup>\*</sup>

朱一凡 张学斌 王维平 杨峰

(国防科技大学系统工程与数学系 长沙 410073)

**摘要** 反导防空导弹在防空体系中发挥着越来越重要的作用, 而拦截决策是实施拦截过程的一个重要方面。在本文中, 考虑了多个进攻目标的情况以及反导防空导弹拦截能力的限制, 利用 0-1 整数规划的方法给出了确定反导防空导弹最佳拦截方案的统一的优化决策模型。

**关键词** 反导防空导弹, 目标拦截, 决策分析

**分类号** T J760.625, TP391.9

## Analytical Model on Intercepting Decision of Anti-Tactical Ballistic Missile

Zhu Yifan Wang Weiping Zhang Xuebin Yang Feng

(Department of Systems Engineering and Mathematics NUDT, Changsha 410073)

**Abstract** The Anti-Tactical Ballistic Missile (ATBM) plays a more and more important role in the air defense system, and the intercepting decision is a main step in the intercepting process. In this paper, considering the case of large numbers of offensive objects and the constraint of the interceptive ability of the ATBM, the authors provide a general optimized decision model using 0-1 integral schedule method to determine the best intercepting plan.

**Key words** ATBM, Object Interception, Decision Analysis

反导防空导弹是防空体系的重要组成部分, 其主要作用是对威胁己方目标的敌方战术弹道导弹弹头实施拦截。进入 90 年代, 随着高技术的发展, 反导防空导弹的作战能力有了很大提高。海湾战争中, 美国的“爱国者”导弹多次拦截飞毛腿导弹充分说明了反导防空导弹在局部战争中的威力。一个典型的反导防空导弹火力单元由一部指挥控制车、一部相控阵雷达、数个导弹发射架 (每个导弹发射架上配备若干枚拦截导弹) 构成。相控阵雷达一般可以同时捕获和跟踪多个目标, 在捕获到进攻目标并进入稳定跟踪后, 将获取的目标信息传送到指挥控制车上, 由指挥控制车进行拦截决策分析, 选择处于最佳位置的发射架, 确定拦截导弹发射时间并预估拦截遭遇点, 最后发射拦截导弹实施拦截。在作战过程中, 反导防空导弹面临以下几个问题: (1) 敌方可能采用多枚战术弹道导弹实施进攻, 即反导防空导弹火力单元将同时面对多个进攻目标; (2) 相控阵雷达同时跟踪目标的数量和指挥控制车同时制导拦截导弹的数量是有限的; (3) 拦截导弹受作战距离和作战时间的限制; (4) 拦截导弹数量有限。在这种情况下, 反导防空导弹的拦截决策分析是非常重要的, 它直接影响拦截作战效果。在本文中, 考虑反导防空导弹火力单元的跟踪制导能力以及拦截导弹资源的限制, 给出了反导防空导弹发射架分配及发射时间选择的统一的优化决策模型。

## 1 基本假定和变量说明

考虑反导防空导弹与战术弹道导弹的攻防对抗过程, 在此过程中仅研究在相控阵雷达发现并稳定跟踪威胁目标之后至拦截导弹发射这段时间内的拦截决策问题, 包括: (1) 选择最佳发射架; (2) 确定合适的发弹时间; (3) 预测拦截遭遇点。

在本文中仅研究针对多个目标, 反导导弹拦截架的分配问题。

\* 重大试验技术研究项目资助

1998 年 10 月 5 日收稿

第一作者: 朱一凡, 男, 1963 年生, 副教授

## (1) 基本假定

① 考虑反导防空导弹火力单元的均衡防御和重点防御两种阵地部署方式。所谓均衡防御是指反导防空导弹火力单元在被保护目标周围均匀等间距部署；重点防御是指在被保护目标点上部署一至二个反导防空导弹火力单元，其余在周围等间距部署。

② 拦截作战时遵循“二打一”的战术原则，即对任何一个目标均使用两枚反导导弹实施拦截。

## (2) 变量说明

$T^*$ — 决策时刻点；

$N$ —  $T^*$  时刻雷达捕获到的威胁目标数；

$M$ — 可用发射架数量；

$n_i$ — 各可用发射架的剩余拦截弹数量,  $i = 1, 2, \dots, M$ ；

$n_r$ — 相控阵雷达能够稳定跟踪目标的数量；

$n$ — 雷达正在导引的拦截弹数量；

$k$ — 可用发射架中, 能对目标进行拦截的发射架个数,  $k \leq M$ ；

$K$ — 可用发射架中, 能对目标进行拦截的发射架的集合；

$\theta$ — 拦截导弹最大拦截作战时间；

$t$ — 对各拦截弹已经导引的时间 (从雷达开始捕捉己方导弹之时算起)；

$t_i^{(2)}$ — 最早发射时间,  $i \in K$ ；

$t_i^{(3)}$ — 最晚发射时间,  $i \in K$ 。

## 2 决策模型

## 2.1 拦截决策矩阵

建立决策模型的目的是确定发射架与威胁目标之间的对应关系, 因此, 定义如下拦截决策矩阵  $X$ :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & & x_{2N} \\ \vdots & & x_{ij} & \\ x_{M1} & x_{M2} & & x_{MN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$x_{ij}$  反映拦截弹发射架与目标之间的关系, 取值方法如下:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{发射架 } i \text{ 对目标 } j \text{ 实施拦截} \\ 0 & \text{发射架 } i \text{ 不对目标 } j \text{ 实施拦截} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

## 2.2 目标函数

## (1) 目标威胁等级判定

决策原则 I— 目标威胁等级判定原则

对被保护目标威胁越大的进攻目标, 其威胁等级越高。威胁等级与进攻目标的落点偏差、被保护目标的重要程度、进攻目标的爆炸威力、被保护目标的抗毁能力、拦截导弹的剩余作战时间等因素有关, 其中最重要的因素是进攻目标的落点偏差, 即进攻目标的落点至被保护目标的距离。这里以此因素为依据判断进攻目标的威胁等级。

由于防御方并不知道进攻导弹弹头的毁伤半径, 因此只能对目标的威胁性进行粗略判断。本模型采用的目标威胁等级判定准则如下:

记进攻目标的落点偏差为  $y$ , 则威胁等级为  $U$  的目标满足

$$(N - U + 1) \frac{D}{N} \geq |y| \geq (N - U) \frac{D}{N}, U = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

式中, 考虑需要判断  $N$  个进攻目标, 故可将威胁等级分为  $N$  个等级,  $D$  标志着保护范围的大小。目标威胁等级采取正排序, 即  $U$  越大, 威胁等级越高。

## (2) 发射架优先等级排序

定义: 在拦截遭遇点处, 拦截导弹速度矢量与进攻目标弹道飞行平面的夹角称为拦截交汇角, 记为  $\Gamma$  角

决策原则 II— 发射架优先等级排序原则

在拦截遭遇点处的  $\Gamma$  角越小, 则对应的发射架的优先序等级越高

若  $\Gamma$  角越小, 则拦截弹按实际的机动弹道 ( $30g$  过载能力) 飞行时, 弹头与威胁目标之间的实际交汇角就越小, 而且由于机动飞行而带来的时间损失也越小。因此,  $\Gamma$  角越小, 发射架优先等级越高。记发射架优先等级为  $\lambda$

$$\lambda = P(\Gamma) \quad (4)$$

$P(\Gamma)$  表示对  $\Gamma$  从小到大进行排序,  $\lambda$  值越小, 发射架的优先等级越高。

## (3) 目标函数

$T^*$  时刻雷达共捕获到  $N$  个目标, 这  $N$  个目标要分别进行目标威胁等级判定。但是, 在选择对任一目标  $j$  的发射架的拦截优先序时, 就不能无视其余  $N-1$  个目标的存在, 因为后续判断的目标中可能存在威胁等级比目标  $j$  高的目标。另一方面, 在  $T^*$  时刻之后, 雷达可能会捕获到新的威胁等级更高的目标。

考虑到上述情况, 在决策信息不完备的情况下, 可以采用下面的原则来建立决策模型:

决策原则 III— 悲观决策原则

取目标威胁等级分类数为  $N$ , 认为  $N$  个威胁目标具有不同的威胁等级, 并且  $N$  个目标对发射架的需求程度是相同的, 即集合  $K$  中的发射架对各个目标的拦截优先序相同

采用悲观决策原则可以在目标  $j$  威胁等级不高时, 为后续判断的威胁目标预留一部分优先级较高的发射架

遵循决策原则 I— III 可以建立决策目标函数

$$\text{Max}(f) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

其中  $M$  是阵地  $i$  可用发射架个数,  $N$  是雷达  $i$  已经捕获的目标数,  $C_{ij}$  是  $i$  发射架拦截  $j$  目标的价值系数, 且

$$C_{ij} = U_j - \lambda_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

$U_j$  是第  $j$  个目标的威胁等级,  $\lambda_{ij}$  是第  $i$  个发射架拦截第  $j$  个目标的优先等级

$U_j$  取值方法如下:

① 计算  $U_j$ , 使满足

$$\frac{(N_0 - U_j)D}{N} \leq |y_j| \leq \frac{(N_0 - U_j + 1)D}{N} \quad (7)$$

考虑到各个目标威胁程度的不同, 可以取  $N_0 = N$ 。

② 置  $J = U_j$ , 对于  $j = 1, 2, \dots, J-1, J+1, \dots, N$ , 取  $U_j = j$

$\lambda_{ij}$  的取值方法如下:

按 (4) 式计算各发射架对第  $j$  个目标的拦截优先序  $\lambda_{ij}^0$

取

$$\lambda_{ij} = k(N - U_j) + \lambda_{ij}^0 \quad (8)$$

其中,  $k$  是第  $j$  个目标的可拦发射架个数, 即  $K$  集合中包含的元素个数。

按上述方法计算得到的价值系数  $C_{ij}$  和目标函数具有以下性质:

(1) 对于任一目标, 发射架的优先等级越高, 则相应的价值越大; 反之, 对于任一发射架, 所拦目标的威胁等级越高, 则相应的价值系数越大

若给定目标  $j$ , 则其威胁等级  $U_j$  一定; 由 (3) 式决定, 发射架  $i$  的优先等级越高,  $\lambda_{ij}$  就越小, 因此相应的价值系数  $C_{ij}$  就越大。另外, 由式 (8) 知, 在  $k$  不变的情况下, 如果  $U_j > U_k$ , 则  $\lambda_{ij} < \lambda_{ik}$ , 因此有  $C_{ij} > C_{ik}$ 。

(2) 威胁等级高的目标由优先等级高的发射架实施拦截。

该性质保证了预留一部分优先等级高的发射架给后续威胁目标, 而为当前交付决策的目标选择一个与其威胁等级相当的最佳发射架

### 3.3 约束条件

(1) 雷达导引能力

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} \leq a \quad a = n_T - n_s + n_s \quad (9)$$

$n_s$  计算方法如下:

a  $n_s = 0, r = 1$

b 若  $T^* - M \ln\{t^{(a)}\} \geq t - t_r$ , 则  $n_s = n_s + 1$ ;

c 若  $r = n$  时停止; 否则  $r = r + 1$  转 2)

(2) 拦截量数量 (二打一)

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} \leq n_i / 2 \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

(3) 每一目标只由一个发射架实施拦截

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

(4) 被拦截的目标不超过  $N$  个

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{ij} \leq N \quad (12)$$

(5) 对交付决策的目标必须进行拦截

$$\sum_{i=1}^M x_{ij} = 1, \quad j = J \quad (13)$$

(6) 可拦性条件

$$x_{ij} = 0 \quad j = J, \quad i \notin K \quad (14)$$

(7) 最晚发弹时间

$$x_{ij} = 0 \quad j = J, \quad i \in \{i \mid t^{(a)} > T^*\} \quad (15)$$

## 3 结束语

本文给出了反导防空导弹拦截决策的 0-1 型整数规划模型, 该模型可以用运筹学方法求解。通过仿真计算可以得出结论, 优化决策模型较之以往的经验型拦截决策模型更加合理有效。

## 参考文献

- 1 王维平等. 现代武器系统原理. 国防科技大学. 1992
- 2 陈定昌等. 防空导弹武器系统软件工程. 北京: 宇航出版社. 1994
- 3 方辉煜等. 防空导弹武器系统仿真. 北京: 宇航出版社. 1995
- 4 彭望泽等. 防空导弹武器系统电子对抗技术. 北京: 宇航出版社. 1995