

近地轨道卫星星座设计时的轨道模型*

白鹤峰 任萱 郝晓宁

(国防科技大学自动控制系统 长沙 410073)

摘要 首先给出考虑 J_2 摄动项时近地轨道卫星的轨道模型、星下点计算方法和覆盖判断准则, 在此基础上给出一种近地回归轨道的迭代设计方法。在区域间断覆盖星座设计时常常选用每天运行 12、13、14、15 圈的近地圆回归轨道, 因而最后列出了这 4 种回归轨道的轨道高度和倾角。

关键词 近地轨道, 卫星, 摄动, 星座, 覆盖

分类号 p228, v474

The Orbit Models for Designing LEO Satellite Constellations

Bai Hefeng Ren Xuan Xi Xiaoning

(Department of Aerospace Control, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract the orbit models, the calculation methods of sub-satellite and the coverage judgement which take into account the J_2 perturbations are given first, and then an iterating methods of designing satellite orbit with repeat ground trace is proposed. The near-circle low earth orbits which repeat after 12, 13, 14, 15 orbits per day are often chosen in designing regional partial coverage constellations, so the heights and the inclination angles of these 4 kinds orbits are listed in the end.

Key words LEO, satellite, perturbations, constellations, coverage

微小卫星和各种廉价小型运载器技术的发展, 使越来越多的国家对使用近地轨道微小卫星组网实现全球和区域(连续或间断)覆盖产生浓厚的兴趣, 而其中尤以近地轨道微小卫星组网实现区域覆盖为研究的重点和难点。由于地球扁率、大气阻力、日月引力、太阳光压等摄动因素的影响, 卫星的轨道根数不再为常数, 而用近地轨道卫星星座实现区域覆盖时, 常常要求卫星的星下点每天能重复前一天的轨迹^[1,2], 因而在星座设计时应考虑摄动对轨道根数的影响, 设计合适的轨道根数使卫星的星下点重复前一天的轨迹。近地轨道卫星的轨道高度为 500~2000km, 摄动分析表明, 地球扁率 J_2 项是近地轨道卫星的主要摄动项, 考虑 J_2 项已经能够满足近地轨道卫星星座设计时的轨道计算需要。

1 基本假设和常数

地球为旋转椭球体, 其扁率 f 和赤道面半径 R_E 按 WGS84 中的值选取^[3], $R_E = 6378137\text{m}$, $f = 1/298.257223563$, 地球椭球体的短半轴为 $R_P = R_E(1 - f)$, 地球扁率仅考虑 J_2 项, $J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$ 。引力常数取为 $\mu = 3.98600448 \times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$, 地球在惯性空间的平均自转角速度 $\omega = 7.292115 \times 10^{-5} \text{rad/s}$ 。

2 卫星的轨道计算

仅考虑 J_2 项时, a, e, i 为常数, $\Omega(t), \omega(t)$ 和平近点角 $M(t)$ 将随时间变化^[4,5]

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \dot{\Omega}(t - t_0) \quad (1)$$

$$\omega(t) = \omega(t_0) + \dot{\omega}(t - t_0) \quad (2)$$

近地轨道的偏心率 e 一般都较小, 所以可近似取

* 国家 863 高技术项目资助
1998 年 6 月 24 日收稿
第一作者: 白鹤峰, 男, 1971 年生, 博士生

$$\begin{cases} \dot{M} \cong \frac{2\pi - T\alpha\dot{\omega}}{T\Omega} = \bar{n} - \dot{\omega} \\ M(t) = M(t_0) + \dot{M}(t - t_0) \\ \dot{\Omega} = -\frac{3}{2}J_2\bar{n}\frac{R_E^2}{p^2}\cos i \\ \dot{\omega} = \frac{3}{2}J_2\bar{n}\frac{R_E^2}{p^2}(2 - \frac{5}{2}\sin^2 i) \\ \bar{n} = n_0\{1 + \frac{3}{8}J_2\frac{R_E^2}{a^2}[(12 + 34e^2) - (10 + 20e^2)\sin^2 i \\ - (4 - 20\sin^2 i)e\cos\omega + (18 - 15\sin^2 i)e^2\cos 2\omega]\} \\ n_0 = \frac{\mu}{a^3}, p = a(1 - e^2), T\Omega = 2\pi\bar{n} \end{cases}$$

n_0 为无摄动时的平均角速度, p 为半通径, \bar{n} 为摄动时的平均角速度, $T\Omega$ 为交点周期。

3 卫星星下点的计算方法

从卫星作地球椭球面的垂线, 该垂线与地球椭圆面的交点称为星下点。卫星星下点的经度为 λ_s 、地理纬度为 ϕ 和地心纬度为 ϕ'

$$\lambda_s = \alpha - \alpha_0 - \omega(t - t_0) \quad (3)$$

其中, α_0 为 t_0 时刻零子午线的赤经。

如图 1 所示, r_c 为星下点的地心距, H_s 为卫星至地面的垂直距离, ϕ 为星下点地理纬度, ϕ' 为星下点地心纬度。

由以下方法可迭代求取星下点的地理纬度 ϕ 、地心纬度 ϕ' (ϕ' 的初始值用赤纬 δ 代替):

$$\begin{cases} r_c = \frac{G_1^2 \cos^2 \phi + G_2^2 \sin^2 \phi}{G_1} \\ G_1 = \frac{R_E}{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi} \\ G_2 = \frac{R_E(1 - f)^2}{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi} \\ \phi' = \arctan\left[\frac{\tan \phi}{(1 - f)^2}\right] \\ H_s = [r^2 - r_c^2 \sin^2(\phi - \phi')]^{\frac{1}{2}} - r_c \cos(\phi - \phi') \\ \Delta \phi = \sin^{-1}\left[\frac{H_s}{r} \sin(\phi - \phi')\right] \\ \phi = \delta - \Delta \phi, \phi' = \arctan[(1 - f)^2 \tan \phi] \end{cases} \quad (4)$$

4 覆盖判断准则

4.1 地面任意点在地心赤道历元坐标系中的地心矢径

已知地面点的经度 λ_c 和地心纬度 ϕ_c , 则在 t 时刻地面点的赤经为 $\alpha_c = \alpha_0 + \lambda_c + \omega(t - t_0)$; 已知地心纬度可求地理纬度 $\phi_c = \arctan[(1 - f)^2 \tan \phi_c]$ 。

地面点在地心惯性系中的地心矢径为

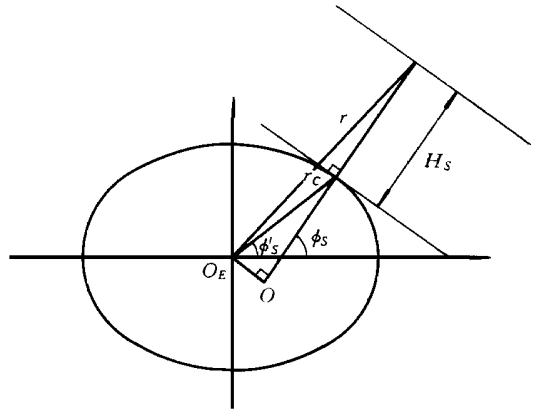


图 1 卫星的星下点

Fig. 1 Sub-satellite point

$$\bar{r}_G = \begin{bmatrix} G_1 \cos \phi \cos \alpha_G \\ G_1 \cos \phi \sin \alpha_G \\ G_2 \sin \phi \end{bmatrix}$$

其中

$$\begin{cases} G_1 = \frac{R_E}{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi} \\ G_2 = \frac{R_E(1 - f)^2}{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi} \end{cases}$$

4.2 覆盖判断

地面点在当地垂线(指向天顶)方向上的单位矢径为 $\bar{r}_{G0} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \alpha_G \\ \cos \phi \sin \alpha_G \\ \sin \phi \end{bmatrix}$, 从地面点至卫星的矢径为

$\bar{p} = \bar{r} - \bar{r}_G$, 则地面点至卫星的观测角(与当地水平面的夹角)为

$$\sigma = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{\bar{p} \cdot \bar{r}_{G0}}{\bar{p}} \right) \quad (5)$$

如果 $\sigma \geq \sigma_{\min}$, 则称卫星在最小观测角 σ_{\min} 的限制下覆盖地面点。

5 回归轨道的设计

回归轨道是指地面轨迹每天能够重复的轨道, 准回归轨道是指地面轨迹多天后能够重复的轨道。在用近地轨道卫星组网实现区域覆盖时, 回归轨道明显优于非回归轨道, 而且卫星回归时运行的圈数越少越好, 因而每天运行 12、13、14、15 圈的回归轨道是实现区域间断覆盖时首选的近地轨道^[1,2]。已知, ω 为地球在惯性空间中的自转角速度, $\dot{\Omega}$ 为卫星轨道面在惯性空间中的角速度, 升交点东进时取正值, 升交点西退时取负值, 地球相对卫星轨道面的角速度为 $\omega_E = \omega - \dot{\Omega}$, 地球相对卫星轨道面旋转一周的时间为 T_E , $T_E = 2\pi / (\omega - \dot{\Omega}) = 2\pi / \omega_E$ 。卫星的轨道周期(即交点周期)为 T_Ω , 若存在既约正整数 D 和 N 满足 $NT_\Omega = DT_E$, 则卫星在经过 D 天(回归日), 运行 N 圈后, 其地面轨迹开始重复。上式又可写为 $\omega_E / \bar{n} = D/N$ 。

用以下迭代方法可求出每天($D = 1$) 运行 N 圈、轨道倾角为 i 、偏心率为 e 的回归轨道

$$\begin{cases} k = -\frac{2}{3}\omega_E a^2 \frac{\bar{n}}{a/\mu} \\ n^0 = \frac{\bar{n}}{\mu/a^3} \\ \pi = n^0 \left\{ 1 + \frac{3}{8} J_2 \frac{R_E^2}{a^2} [(12 + 34e^2) - (10 + 20e^2) \sin^2 i - (4 - 20\sin^2 i) e \cos \omega + (18 - 15\sin^2 i) e^2 \cos 2\omega] \right\} \\ \dot{\Omega} = -\frac{3}{2} J_2 \bar{n} \left(\frac{R_E}{p} \right)^2 \cos i \\ Q = \pi / (\omega - \dot{\Omega}) \\ a^{new} = a + k(N - Q) \end{cases} \quad (6)$$

迭代时, 轨道半长轴的初值取 $a = \frac{3}{\mu / (N\omega)^2}$ 。

用上述方法求出对应不同轨道倾角, 每天运行 12、13、14、15 圈的近地圆($e = 0$) 回归轨道的轨道高度如表 1。式(6)中的 Q 就是由 Luders^[6] 首先提出的“卫星地面轨迹重复数”(Satellite Ground Trace Repetition Parameter), 圆轨道卫星的 Q 随卫星轨道高度的增加而单调减小。

表1 回归轨道的轨道高度和轨道倾角

Tab. 1 The height and inclination angles of orbit with repeat ground trace

| 倾角 (deg) | 轨道高度 (km) $N = 15$ | 轨道高度 (km) $N = 14$ | 轨道高度 (km) $N = 13$ | 轨道高度 (km) $N = 12$ | 倾角 (deg) | 轨道高度 (km) $N = 15$ | 轨道高度 (km) $N = 14$ | 轨道高度 (km) $N = 13$ | 轨道高度 (km) $N = 12$ |
|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 10 | 476.655 | 812.922 | 1189.89 | 1616.62 | 50 | 501.711 | 834.491 | 1208.22 | 1631.95 |
| 12 | 477.112 | 813.311 | 1190.21 | 1616.89 | 52 | 503.836 | 836.339 | 1209.81 | 1633.3 |
| 14 | 477.652 | 813.771 | 1190.6 | 1617.2 | 54 | 506.042 | 838.259 | 1211.46 | 1634.7 |
| 16 | 478.275 | 814.303 | 1191.05 | 1617.57 | 56 | 508.327 | 840.25 | 1213.18 | 1636.16 |
| 18 | 478.983 | 814.907 | 1191.55 | 1617.99 | 58 | 510.689 | 842.312 | 1214.96 | 1637.68 |
| 20 | 479.773 | 815.582 | 1192.12 | 1618.46 | 60 | 513.127 | 844.443 | 1216.8 | 1639.25 |
| 22 | 480.648 | 816.33 | 1192.75 | 1618.99 | 62 | 515.64 | 846.642 | 1218.7 | 1640.88 |
| 24 | 481.606 | 817.15 | 1193.45 | 1619.56 | 64 | 518.226 | 848.909 | 1220.67 | 1642.57 |
| 26 | 482.649 | 818.043 | 1194.2 | 1620.19 | 66 | 520.884 | 851.24 | 1222.69 | 1644.31 |
| 28 | 483.776 | 819.008 | 1195.02 | 1620.87 | 68 | 523.61 | 853.636 | 1224.78 | 1646.1 |
| 30 | 484.987 | 820.047 | 1195.9 | 1621.6 | 70 | 526.404 | 856.094 | 1226.92 | 1647.94 |
| 32 | 486.283 | 821.16 | 1196.84 | 1622.38 | 72 | 529.262 | 858.612 | 1229.12 | 1649.84 |
| 34 | 487.662 | 822.346 | 1197.84 | 1623.22 | 74 | 532.183 | 861.189 | 1231.37 | 1651.78 |
| 36 | 489.126 | 823.606 | 1198.92 | 1624.12 | 76 | 535.163 | 863.821 | 1233.67 | 1653.78 |
| 38 | 490.674 | 824.94 | 1200.05 | 1625.07 | 78 | 538.199 | 866.507 | 1236.03 | 1655.82 |
| 40 | 492.306 | 826.347 | 1201.25 | 1626.08 | 80 | 541.289 | 869.243 | 1238.43 | 1657.9 |
| 42 | 494.022 | 827.829 | 1202.51 | 1627.14 | 82 | 544.43 | 872.028 | 1240.87 | 1660.03 |
| 44 | 495.82 | 829.384 | 1203.84 | 1628.26 | 84 | 547.617 | 874.857 | 1243.36 | 1662.2 |
| 46 | 497.702 | 831.013 | 1205.24 | 1629.43 | 86 | 550.847 | 877.729 | 1245.89 | 1664.4 |
| 48 | 499.665 | 832.716 | 1206.69 | 1630.66 | 88 | 554.117 | 880.639 | 1248.46 | 1666.64 |
| | | | | | 90 | 557.423 | 883.584 | 1251.06 | 1668.92 |

6 区域间断覆盖卫星星座设计方法简述

通过本节内容说明本文中的模型在区域间断覆盖卫星星座设计中的应用,设计分如下步骤:

- (1) 根据航天任务的需求大致确定轨道的高度范围,进而确定卫星每天运行的圈数 N ;
- (2) 计算单颗卫星的星下点轨迹,利用覆盖判断准则求取卫星对重点区域的访问时间、重访问间隔、观测角;
- (3) 根据单颗卫星的星下点轨迹与重点区域的关系优化选取单颗卫星的轨道高度、轨道倾角、升交点赤经、平近点角(对应于给定的 N),优化的指标是卫星对区域的总的访问时间最长、重访问间隔最短等,限制条件是每次对区域的访问时间大于某值、最小观测角大于某值等;
- (4) 令星座中所有卫星的星下点轨迹相同,优化选取各卫星依次通过重点区域的时间间隔,由此时间间隔和第1颗卫星的轨道参数(由步骤3优化选取得到)可确定星座中所有卫星的升交点赤经和平近点角,不断增加星座中的卫星数目,直至星座对重点区域的重访问间隔小于要求的时间分辨率。

设计结果表明,考虑 J_2 项的轨道计算模型、星下点计算方法、覆盖判断准则以及回归轨道的设计方法已经能够满足区域间断覆盖卫星星座初步设计的精度要求。

参考文献

- 1 Hanson J H, Evans M J, Turner R E. Designing Good Partial Coverage Satellite Constellations, Journal of Astronautical Science, 1992, 40 (2): 215 ~ 239
- 2 Hayes E W. A Method for Selecting Satellite Constellations to Minimize Revisit Time. AIAA paper 88-0162, AIAA 26th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, Jan 11-14, 1988
- 3 张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996
- 4 李济生. 人造卫星精密轨道确定. 北京: 解放军出版社, 1995
- 5 刘林. 人造地球卫星轨道力学. 北京: 高等教育出版社, 1982
- 6 Luders R. The Satellite Trace Repetition Parameter Q. Aerospace Corp. TOR-1001 (2307) - 3, 17 August 1966