

应用最大熵谱估计进行导弹系统的仿真模型验证*

李鹏波 高霞

(国防科技大学自动控制系统 长沙 410073)

摘要 探讨了导弹系统仿真模型验证的定量方法。依据最大熵谱估计方法分辨力高的特点,分析其近似统计特性,分别给出了两个样本和两个正态总体的一致性检验方法。仿真结果表明,利用最大熵谱估计进行有效性检验是可行的。最后给出了一个应用实例,应用谱估计方法进行寻的制导导弹数字仿真模型验证。

关键词 仿真, 模型验证, 最大熵谱估计

分类号 TN911.6

Application of MESA on Validating Missile Simulation Model

Li Pengbo Gao Xia

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The quantitative method of missile simulation model validation is discussed. According to the characteristic of high accuracy of MESA, the approximate statistical property is analyzed, the consistence tests of two samples and of two normal ensembles are given respectively. It's proved by simulation that validation by MESA is feasible. An applicable example is given, to validate simulation model of homing guidance missile by MESA.

Key words simulation, model validation, MESA (Maximum Entropy Spectrum Analysis)

1 系统仿真模型确认的定量方法概述

仿真模型是否真的表示实际系统,一般要进行可信性评估(Confidence Assessment)。可信性评估贯穿于仿真研究的全过程中,成为仿真研究的有机组成部分。建立仿真系统的全过程称为建模,而所有可信性评估步骤称为验模。可信性评估的主要工作包括模型的验证、确认和认定(VV&A, Verification, Validation and Accreditation)。国内将模型的验证、确认过程统称为模型验证(或校验)。

对于模型验证的定量评估方法,其主要途径是比较仿真结果和其它更可信的结果(如实物试验结果、理论结果等)之间的一致性(相容性),一般包括静态性能(随机变量)和动态性能(随机序列)的比较。静态性能是仿真计算的最终结果,如导弹系统的制导段交接误差、落点偏差、脱靶量等,对它们的检验可根据假设检验方法。动态性能是导弹仿真的过程参数,如位置、速度、姿态角、舵偏角、过载等,这些参数既反映了导弹飞行过程中的品质,又反映导弹模型最本质的特性。对动态性能的检验要复杂得多,也是本文要讨论的。Montgomery首先提出了应用频谱分析方法进行导弹系统的仿真模型验证,运用了经典的FFT方法估计频谱^[1]。之后,国内外许多学者探讨了频谱分析方法在动态性能检验中的应用^[2-5]。因为频谱分析方法对系统动态性能的检验易于实现,是一种统计检验方法,且可信度较高。频谱分析方法的原理是对于相同模型下的两个时间序列样本,或者说来自同一总体的时间序列样本,在频率域里具有相容性。

2 最大熵谱估计与相容性检验

经典的傅立叶谱估计方法精度较低,利用它对导弹仿真系统的动态性能进行检验的可信度不高。由

* 国家部委基金资助
1998年6月5日收稿
第一作者:李鹏波,男,1970年生,博士生

于飞行试验的次数总是有限的,不能通过多次试验得到多个时间序列样本,对谱估计值进行总体平均,以提高谱估计的精度。必须寻找高分辨率的谱估计方法,使谱的估计值尽量接近于真实值。最大熵谱估计最大限度地保留了量测区间以外的信息,不用补零的方法来扩展自相关函数的长度,而是对样本数据段以外的领域进行预测外推。它保持了系统概率空间的熵最大,因此称为最大熵谱。

2.1 最大熵谱估计及其统计特性

本质上,高斯过程的最大熵谱估计等价于根据已知的自相关函数求随机信号的自回归模型或求随机过程的线性最小方差预测滤波器,最终归结为求解 Yule-Walker 方程。通常并不知道随机信号的二阶统计知识,即信号的自相关函数。可资利用的只是信号本身在有限时间内的采样数据,因此只能获得最大熵谱的近似估计。

最大熵谱估计与 AR (p) 模型的谱密度是一致的。典型解法有 Burg 法和 Marple 法,二者均可称为近似最小均方预测误差法,其共同思想是:利用有限的采样数据构成预测误差均方值的一个估计函数,通过使该估计函数极小化来求得最大熵谱的估计。这是一种非线性的谱估计,其统计特性只有有限的近似结果。最大熵谱估计是渐近无偏的与渐近正态的,当采样数目 N 与预测误差滤波器或 AR 信号模型的阶数 M 足够大时,

$$E[\hat{S}(\omega)] = S(\omega), \quad D[\hat{S}(\omega)] = \frac{2M}{N} S^2(\omega) \quad (1)$$

则 $S(\omega)$ 的 $(1 - \alpha)$ 置信估计区间为:

$$\left[\left(1 + \frac{2M}{N} Z_{\alpha/2}\right)^{-1} \hat{S}(\omega), \left(1 - \frac{2M}{N} Z_{\alpha/2}\right)^{-1} \hat{S}(\omega) \right] \quad (2)$$

为使式 (2) 有意义,应保证 $\frac{2M}{N} Z_{\alpha/2}$ 较小。高的置信度要求 M 小。

对估计 $\hat{S}(\omega)$ 作对数变换,变成 $\log \hat{S}(\omega)$, 则 $\log \hat{S}(\omega)$ 的分布仍是正态的。 $\log \hat{S}(\omega)$ 子样均值和方差为

$$E[\log \hat{S}(\omega)] = \log S(\omega), \quad D[\log \hat{S}(\omega)] = \frac{2M}{N} \quad (3)$$

现在, $\log S(\omega)$ 的 $1 - \alpha$ 置信区间近似为

$$\left[\log \hat{S}(\omega) - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2M}{N}}, \log \hat{S}(\omega) + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2M}{N}} \right] \quad (4)$$

2.2 两个时间序列样本的相容性检验

考虑不同条件下得到的两个独立时序的功率谱密度函数的估计 $\hat{S}_1(\omega)$ 和 $\hat{S}_2(\omega)$, 确定这两个功率谱在统计意义上的一致性。由式 (3), 第 i 个带宽中估计的对数的抽样分布近似于

$$\log \hat{S}_1(\omega) \sim N\left(\log S_1(\omega), \frac{2M_1}{N_1}\right), \log \hat{S}_2(\omega) \sim N\left(\log S_2(\omega), \frac{2M_2}{N_2}\right) \quad (5)$$

其中 $N(\mu, \sigma^2)$ 是正态分布随机变量, $i = 1, 2, \dots, m$ 。如果这两个时间序列具有相同的功率谱密度函数, 即 $S_1(\omega) = S_2(\omega) = S(\omega)$ 。则由式 (5), 可得

$$\log \frac{\hat{S}_1(\omega)}{\hat{S}_2(\omega)} \sim N\left(0, 2\left(\frac{M_1}{N_1} + \frac{M_2}{N_2}\right)\right) \quad (6)$$

因此

$$D = \left[2\left(\frac{M_1}{N_1} + \frac{M_2}{N_2}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \log \frac{\hat{S}_1(\omega)}{\hat{S}_2(\omega)} \sim N(0, 1) \quad (7)$$

式 (7) 的结果提供了假设检验 $S_1(\omega) = S_2(\omega)$ 的基础, 此假设检验的接受域是 $[-Z_{\alpha/2} D, Z_{\alpha/2} D]$, 其中 α 为检验的显著性水平。对每个频率点 $\omega, i = 1, 2, \dots, m$ 都可以作这样的检验。如果所有频率点的功率谱都一致, 则这两个时间序列是一致的。但在工程上, 我们一般注意的是功率谱较强的频率点上频谱的一致性。

2.3 两个正态总体的相容性检验

对于系统仿真模型验证的问题, 如果得到了多次试验的结果, 那么可以分别对每个频率点上的谱密度值进行估计与检验, 以提高可信度。而事实上, 导弹系统仿真的过程参数一般是非平稳的, 因此时序的样本谱一般难以得到。模拟打靶试验要多次重复进行, 以得到同一总体下的大量样本。通过中心化和标准化处理, 以得到平稳的时序样本, 从而估计样本的总体谱。

设仿真试验得到 n_1 个时间序列样本 $\{x_i^{(k)}\}, k = 1, \dots, n_1$, 实物试验得到 n_2 个时间序列样本 $\{y_i^{(k)}\}, k = 1, 2, \dots, n_2$ 。对每个样本分别进行最大熵谱估计得到 $\log \hat{S}_1^{(k)}(\omega), k = 1, \dots, n_1, \log \hat{S}_2^{(k)}(\omega), k = 1, \dots, n_2$ 。

$$\begin{aligned} \log \hat{S}_1^{(k)}(\omega) &\sim N(\log S_1(\omega), \frac{2M_1}{N}), k = 1, \dots, n_1 \\ \log \hat{S}_2^{(k)}(\omega) &\sim N(\log S_2(\omega), \frac{2M_2}{N}), k = 1, \dots, n_2 \end{aligned} \quad (8)$$

两组相互独立样本 $\log \hat{S}_1^{(k)}(\omega), \log \hat{S}_2^{(k)}(\omega)$ 的平均值分别是 $\bar{x}_1(\omega), \bar{x}_2(\omega)$, 样本容量分别是 n_1, n_2 。则对于总体方差已知且为 $\frac{2M_1}{N}$ 和 $\frac{2M_2}{N}$, 检验二正态总体的均值差。

$$\begin{aligned} \text{假设检验为:} \quad H_0: \quad &\mu_1 - \mu_2 = 0 \\ &H_1: \quad \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{aligned}$$

在显著性水平 α 之下, 拒绝 H_0 , 若

$$\bar{x}_1(\omega) - \bar{x}_2(\omega) > Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{n_1} \frac{2M_1}{N} + \frac{1}{n_2} \frac{2M_2}{N}} \quad (9)$$

对每个频率点都可作这样的检验, 但主要是检验功率谱较强的频率点上谱的一致性。

一般总体的样本数较少 (飞行试验是小子样), 且最大熵谱估计的分布特性是近似的, 可以应用非参数检验的方法来检验两个总体的相容性。如秩和检验法, 即对每个频率点的谱估计值进行检验。将样本混合后得到混合子样的秩 T , 检验两个子样是否来自同一总体。对显著性水平 α , 使

$$P(T_1 < T < T_2) = 1 - \alpha \quad (10)$$

若 T 的表现值满足 $T_1 < T < T_2$, 则认定来自同一总体。对较小的 $n_1, n_2 (< 10)$, 可查表求得秩的上、下限 T_1, T_2 。对较大的 n_1, n_2, T 将近似服从 $N\left(\frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}, \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}\right)$, 同样可确定 T_1 和 T_2 , 完成检验。

3 实例分析

(1) 下面用 AR 模型产生的两组独立的数据 (初始条件不一样, 则模拟产生的数据是独立的) 来模拟相容性检验过程。两组数据是产生于同一 AR (4) 模型的相互独立的时间序列, 其谱估计结果进行相容性检验, 并与理论谱作比较。同样可比较不同 AR 模型的频谱, AR (5) 模型比 AR (4) 模型多一个单位圆外的零点, 分别对模拟数据进行最大熵谱估计, 构造相容性检验。数据长度取 $N = 1000$, 置信水平取 $1 - \alpha = 0.95$ 。如图 1 所示。另外对短时序、低信噪比的数据模拟了相容性检验, 如图 2 所示。从估计的结果可看出, 最大熵谱估计的谱峰估计较准确, 即使是短时序、低信噪比, 谱峰的分辨率也较好, 噪声主要是影响高频部分。AR (4) 模型为

$$x(t) = 2.7607 * x(t-1) - 3.8106 * x(t-2) + 2.6535 * x(t-3) - 0.9238 * x(t-4) + \epsilon(t)$$

(2) 寻的制导导弹飞行试验的遥、外测数据获得了大量的导弹过程参数, 利用这些参数, 可以检验其数字仿真模型的可信性。在相同的试验条件下, 将飞行试验的数据与仿真试验的数据作比较, 即相当于比较两个时间序列样本的相容性。如果利用最大熵谱估计, 还需要对数据进行平稳化处理: 即分段进行多项式拟合, 剔除异常值, 消除趋势项。分段的原则是根据控制制导过程进行分段, 即发射到起控前阶段、初制导、中制导和末制导段。遥测弹为了考验导弹的机动性能, 还加入了程序指令过载, 自然对这个加入过载的过程也应分段。分段后每段用一个公式来拟合。然后消除均值和趋势项, 得到平稳性的时间序列。以导弹飞行过程的姿态参数为例, 图 3 所示的是飞行试验与半实物仿真试验的

姿态参数 (俯仰角)。半实物仿真引入了导弹系统中的实物如陀螺仪、弹上计算机等, 姿态角由数学模型计算得到。对参数进行平稳化处理, 分段进行谱估计, 检验结果表明了它们的一致性。图 4 是某一特征段的谱估计结果, 取该数据段的长度为 200, 即取某一特征段的 200 个点, 并假定经过了预处理后的数据是平稳的 (对于飞行试验数据而言, 如果数据长度取到 1000, 则平稳性要求不能满足)。作 10 倍的对数功率谱 (底数为 10), 将飞行试验数据和计算数据谱估计的结果在同一图中作比较。估计的 AR 模型阶次一般在 25 左右, 由式 (7), 取显著性水平 $\alpha = 5\%$, 则 $Z_{\alpha/2} \left[2 \left(\frac{M_1}{N_1} + \frac{M_2}{N_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 1.96^*$

$$2 \left(\frac{25}{200} + \frac{25}{200} \right) = 1.4$$

那么 10 倍对数功率谱 (底数为 10) 的差别的上限为 $10^* 14 / \log(10) = 6.0$ 。据此来判断各个频率点功率谱的一致性。图 4 的结果显示了飞行试验和半实物仿真试验的姿态角的频谱特性具有一致性。

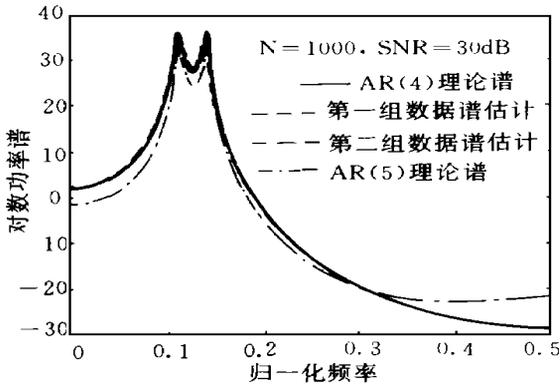


图1 模拟相容性检验
Fig.1 Simulated consistence test

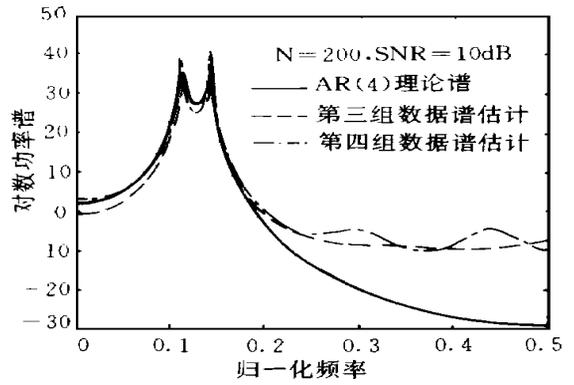


图2 模拟相容性检验
Fig.2 Simulated consistence test

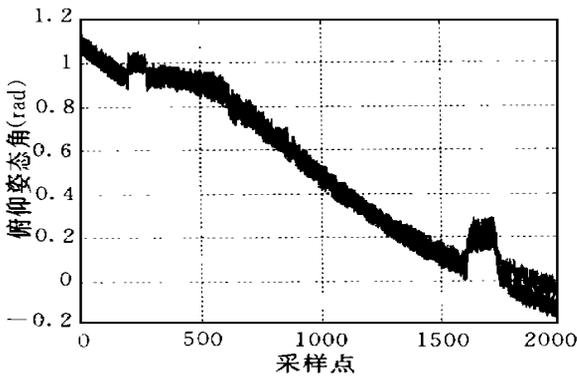


图3 姿态角 (俯仰) 的比较
Fig.3 Comparison of attitude angle

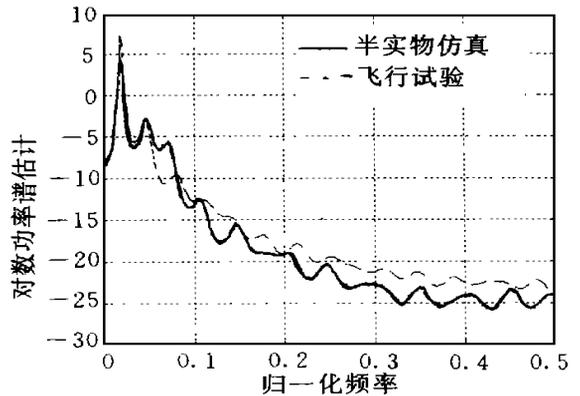


图4 姿态角参数的频谱比较
Fig.4 Comparison of spectra of attitude angle

参考文献

- 1 Montgomery D C. Comparison of simulation and flight-test data for missile systems. Simulation, Feb, 1980
- 2 周宪民. 导弹系统仿真模型验证方法研究. 军用仿真技术专辑, 1988
- 3 刘军, 刘藻珍. 一种验证反坦克导弹系统仿真模型的方法. 系统仿真学报, 1994, 6 (3)
- 4 魏华梁, 刘藻珍. 交叉谱估计及其在导弹系统仿真模型验证中的应用. 系统仿真学报, 1997, 9 (3)
- 5 李鹏波, 谢红卫. 应用瞬时谱估计方法验证近炸引信的数字仿真模型. 国防科技大学学报, 1998, 20 (1)