国 防 科 技 大 学 学 报
第21卷 第2期 JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY Vol.21 No.2 1999

面向控制模型的时域建模方法研究*

王苏峰　王正志

(国防科技大学自动控制系　长沙　410073)

摘　要　研究了‘面向控制’模型的建模的理论和方法，提出了建模的实用计算方法。这个方法的特点是建模在时域进行，并以遗传算法作为计算工具，具体实现了‘面向控制’模型的建模。仿真结果表明，真实模型完全处于辨识出模型集中，此辨识算法鲁棒性好。

关键词　面向控制，建模方法，遗传算法

分类号　TP13

A Time-domain Method of Control-oriented Modeling

Wang Sufeng　Wang Zhengzhi

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract　This paper develops control-oriented model's modeling, and brings forward a practical computimg method. This identificationmethod is characterized by time-domain. Moreover, it uses the genetic algorithmto realize modeling. The simulating result shows that the true model lies in the identified model set and this identification method has a good robust.

Key words　control-oriented, modeling, genetic algorithm

90年代以前，系统辨识界采用数学模型 $y=Mu+d$ 进行辨识，其中 d 是随机噪声。从90年代起，国际系统辨识界转向进行‘面向控制’的模型的建模研究。这时采用数学模型 $y=(M+\Delta M)u+d$ 进行辨识，并认为 d 是有界的噪声，ΔM 为有界的模型偏差(未建模部分)。

1991年起，Helmicki, Jacobson, Nett and Gu[1,2]等逐步提出了在频域中建立‘面向控制’模型的系统辨识方法。他们把时域观测数据转变为频域数据，或者直接在采样频率上进行测量，得到频域数据，再利用付里叶方法将这些采样频域数据构造出对象模型。这类方法的缺点是不能在时域进行实时辨识，而且需要预先知道噪声的硬边界值。1992年起，Ljung, Wahlberg, Goodwin, Kosut[3]等逐步提出了集员辨识算法。此算法与最小二乘法很类似，所以适合于在时域进行辨识。可惜的是此方法得到的严格二次不等式给出的仅是被辨识对象的所有参数之间的集合成员关系，而不是我们所希望的真正的‘面向控制’的模型。

我们提出时域辨识方法，这个方法研究“面向控制”的模型的建模理论和方法，并以遗传算法为计算工具，具体实现‘面向控制’模型的建模。它不仅要辨识出对象模型 M，而且还要辨识出模型偏差硬边界。这种模型正是鲁棒控制系统设计所需要的，因为只有知道对象模型偏差的硬边界，我们才能使用80年代发展起来的 H_∞ 方法设计出具有鲁棒稳定性的闭环控制系统。问题就变为如何实现面向控制模型的建模。

1 建模方法

首先对使用的一些符号进行定义：$\|\cdot\|_\infty$表示 H_∞ 范数；$T_N(\ )$ 为Toeplitz矩阵构造算子；$(\ )^*$ 表

---

* 国家自然科学基金资助
1998年10月14日收稿
第一作者：王苏峰，男，1970年生，博士生

示矩阵共轭转置。

为了建立受控对象与实际情况相符合的数学模型，将采用 ‘面向控制 ”的模型 $y=(M+rL\theta R)u+d$，其中 M 为一线性算子；L，R 在低频段是单位矩阵，在高频段是与 M 相应衰减的加权函数矩阵；θ 在 H_∞ 空间中的单位球中；d 为时间的矢量函数，且满足 $d_\infty\leq q$；r 和 q 为正实数，它们正是反映了建模误差的主要指标。这种辨识方法将在时域进行，其中关键是对 r 和 d 进行寻优。

我们将利用辨识模型 $y=(M+rL\theta R)u+d$ 和观测的输入输出数据序列 $\{y_i, u_i, i=0, 1, \cdots, N\}$，以及文献 [5] 中的定理的推论，由 Toeplitz 矩阵构造算子构造一个方程不等式，推导出求解 r 的公式来。但是，这个涉及到模型 M、模型偏差硬边界 r 和噪声硬边界 q。文献 [4] 已经论述，M 和 q 同时末知时，是一个很难求解的斜对称 μ 问题，因此需要噪声硬边界 q 已知。如噪声硬边界 q 已知，则可以利用遗传算法进行优化计算，求出最优模型 M、模型偏差硬边界 r。

遗传算法属于优化搜索算法，可参考文献 [6]。在此采用标准遗传算法，选择算法为最佳个体保留适值比例算法，此选择算法收敛比较快，可减少计算量；采用单点交叉算子，加大变异概率，以期搜索出好的结果。噪声边界已知，一般较小 (否则无法辨识)，对噪声编码不存在问题。模型参数范围比较难以确定，一种方法是逐步求精法，逐步缩小搜索范围，就像显微镜一样，逐步缩小视野，但观察越来越精细；另一种方法是先多次粗搜索，获得参数的大体范围，然后以此参数范围为搜索空间再进行细搜索。不管应用哪一和方法，都尽量利用先验知识缩小搜索空间。

在时域上进行 ‘面向控制 ” 的模型的建模的具体数学公式为：

由
$$y=(M+rL\theta R)u+d \tag{1}$$
得
$$r\theta Ru=L^{-1}(y-Mu-d) \tag{2}$$
而 θ 在 H_∞ 空间中的单位球中，即有 $\theta_\infty\leq 1$。

定义 Toeplitz 矩阵构造算子 $T_N(\ )$，它由序列 $\{y\}_{i=1}^{N}$ 构造矩阵
$$T_N(y)=\begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ y_1 & y_0 & 0 & \cdots & 0 \\ y_2 & y_1 & y_0 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ y_N & y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & y_0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

如果我们只考虑离散系统 (测量数据为离散的)，则由文献 [5] 得一推论：如果输入输出数据序列 u，y 属于正交和空间 $\bigoplus_{i=0}^{N} H$ (H 为 Hilbert 空间，既 u，y 每一个元素都属于 Hilbert 序列空间)，则存在一因果线性时不变算子 θ 作用于平方和序列空间 l_2 (Hilbert 空间)，使得
$$y=\theta u,\ \theta_\infty\leq 1 \tag{4}$$
当且仅当
$$T_N^*(y)T_N(y)\leq T_N^*(u)T_N(u). \tag{5}$$
因此由 (2) 和 (4) 式得
$$r^2(T_N^*(Ru)T_N(Ru))\geq T_N^*(L^{-1}(y-Mu-d)T_N(L^{-1}(y-Mu-d)) \tag{6}$$
由矩阵理论知
$$(T_N^*(Ru)T_N(Ru))=(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{1/2}(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{1/2} \tag{7}$$
则
$$r^2E\geq(T_N(L^{-1}(y-Mu-d)(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2})^*$$
$$T_N(L^{-1}(y-Mu-d))(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2} \tag{8}$$
其中 E 为单位矩阵，而 r 为正实数，这样两边计算可得
$$\begin{aligned} r &\geq \max_i(\lambda((T_N(L^{-1}(y-Mu-d))(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2})^* \\ &\quad T_N(L^{-1}(y-Mu-d))(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2}))^{1/2}) \\ &= \bar{\sigma}(T_N(L^{-1}(y-Mu-d))(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2}) \end{aligned} \tag{9}$$
为了缩减模型集，则需求解最小模型偏差硬边界。而上述公式里 M，L，R，d 末知，噪声硬边界 q 已知，

因此需要对 M，L，R，d 等末知参数进行优化，则求最小模型偏差硬边界公式为：

$$r=\min_{M,L,R}\min_{\|d\|_\infty\le q}(\bar{\sigma}(T_N(L^{-1}(y-Mu-d))(T_N^*(Ru)T_N(Ru))^{-1/2})))\qquad(10)$$

上式同时确定最优模型 M 及加权函数 L，R。

这里的关键问题是，如何用遗传算法实现求解建模和验模时所遇到的上述 min 问题和凸优化问题；如何利用先验知识确定噪声硬边界 q；如何选择主要模式，减少 d，L，R 的搜索空间，从而有效地减少计算量，加快计算速度；也可以利用先验知识确定 L，R，降低问题的复杂性；利用经典辨识算法先确定初始 M，可以减少计算量。

2 仿真实例

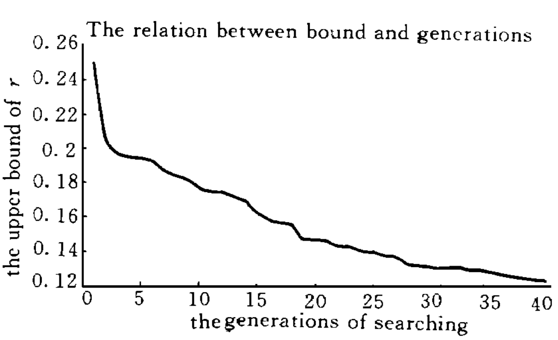
由上面的公式推导可以看出，建模公式中涉及到 min 问题和凸优化问题，普通的优化方法难以实用，我们使用遗传算法这一有效的优化计算工具来解决。

下面以一阶线性系统为例来简单说明此辨识方法的应用。由于需要使用计算机仿真，我们直接考虑系统的离散模型。经过离散化后，此线性系统离散模型为

$$y=\left(\frac{bz^{-1}}{1+az^{-1}}+r\theta\right)u+d\qquad(11)$$

则 参数 $[a\ b]$ 即为所求的变量。这里以一个实际系统的简化模型为背景，选择模型参数 $[a\ b]=[-0.91\ 0.095]$；模型的非参数部分加权函数可近似为1（连续系统经过采样后，高频部分不用考虑，而加权函数在低频部分为单位量）；θ 在 H_∞ 空间中的单位球中；d 为有界的噪声，由 $[-q,q]$ 之间的均匀分布白噪声产生；输入 u 为 $[-10\ 10]$ 之间的均匀分布白噪声；输入数据长度为64采样点。由于求解时用到遗传算法进行搜索，需首先确定初始种群，同时也为了加快计算速度，因此由传统算法辨识出来的参数作为 M 的初始种群；有界噪声 d 的初始种群由均匀分布白噪声产生。

首先，利用公式（6）和原始数据进行建模计算。下面就是对象建模的图示说明和仿真结果分析。



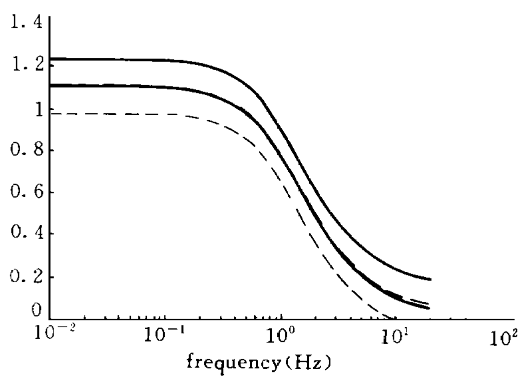


图1 遗传算法搜索模型偏差硬边界

Fig. 1 Using GA tosearch the hard bound of model's bias

图2 真实对象（中间连续线）和辨识出对象（中间点划线）比较

Fig. 2 Comparing the true plant with identified plant

从图1可以看出，开始模型偏差硬边界 r 随着搜索代数的增加而迅速降低，然后慢慢趋向稳定。

从图2中可看出，辨识出来的标称对象与真实对象幅频响应曲线吻合得很好，而且真实对象包含在被辨识出来的硬边界范围内。

这种辨识方法采用通用矩阵计算方法则计算量比较大，但采用专用 Toeplitz 矩阵求逆算法、最大奇异值算法及遗传计算方法后，计算量是可以接受的。上面的仿真实例表明，在 Pentium 166计算机上，计算时间为100s 左右。

总之，辨识出来的对象与真实对象相比，真实对象的动态特性在给定的频率段，被完全刻画出来。

（下转第115页）

最大化

$$S = -\int_R \pi(x)\ln\pi(x)\,\mathrm{d}x \tag{21}$$

满足约束条件

$$\int_R \pi(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

$$\int_R x^i\pi(x)\,\mathrm{d}x = m_i,\ i = 1, \cdots, K \tag{22}$$

其中K 为密度函数 $\pi(x)$ 的已知矩的个数，m_i 为第 i 阶矩。

上式的求解实际上是一个有约束条件的非线性规划问题，采用相应的数值最优化技术，可以得到一个$\pi(x)$ 的离散解。然而Siddall[3] 认为绝大多数概率密度函数本质上都可以用如下的特定的解析形式来逼近

$$\pi(x) = \exp(\lambda_0 + \sum_{i=1}^{K}\lambda_i x^i) \tag{23}$$

运用以上最优化方法就可以求得 λ_i，$i = 0, \cdots, K$ 的值，从而也得到了 $\pi(x)$ 的估计。

假设已由上述方法求得可靠性函数 R 的密度函数的估计 $\hat{\pi}(R)$，进而由下式就可以得到 R 的置信度为$1-\alpha$的置信下限估计 R_L。

$$\int_{R_L}^{1}\hat{\pi}(R)\,\mathrm{d}R = 1-\alpha \tag{24}$$

参考文献

1 Singh N K, Bhattacharya S K. Bayesian analysis of the mixture of exponential failure distributions, Microeletron. Reliab. 1993, 33: 1113～1117

2 Jaynes E T. Information theory and statistics mechanics. Phys. Rev., 1957, 106: 620～630

3 Siddall J N. Probabilistic Engineering Design. Marcel Dekker, New York, 1992

(上接第99页)

3 结论

本文介绍的内容是我们近年来从事遗传算法和 “面向控制 ”模型建模研究的小结。本方法在时域进行，无需把测量数据转换到频域。还把当前两个热点研究领域 (面向控制模型的建模、遗传算法计算) 有机地结合到一起来。

根据上述建模的实现方法，我们进行了大量的仿真计算，表明真实模型完全处于辨识出模型集中，模型偏差硬边界小于0.15 $\|M\|_\infty$. 因此辨识算法鲁棒性好，适用于鲁棒控制系统设计。

参 考 文 献

1 Helmicki A J, Jacobson C A, Nett C N. Control-oriented system identification: A worst-case/deterministic approach in H∞. IEEE Trans. Automat. Contr., 1991, 36 (8): 1163～1176

2 Gu G, Khargonekar P P. Linear and Nonlinear Algorithms for Identification in H∞ with Error Bounds. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, 37 (7): 953～963

3 Kosut R L, Lau M K, Boyd S P. Set-Membership Identification of Systems with Parametric and Nonparametric Uncertainty. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, 37 (7): 929～941

4 Smith R S, Doyle J C. Model Validation: A Connection between Robust Control and Identification. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, 37 (7): 942～952

5 Smith R G, Dullerud E. Continuous-Time Control Model Validation Using Finite Experimental Data. IEEE Trans. Automat. Contr., 1996, 41 (8): 1094～1105

6 陈国良，王熙法，庄镇泉，王东生. 遗传算法及其应用. 北京：人民邮电出版社，1996