一种故障树模糊重要度分析的新方法*

王永传　郁文贤　庄钊文

(国防科技大学 ATR 国家重点实验室　长沙　410073)

摘　要　本文在经典故障树重要度分析方法的基础上,引入模糊集合理论,对基于故障树各底事件发生概率为模糊数情形的重要度分析方法作了研究,最后给出了一个应用实例。

关键词　故障树分析,模糊重要度分析,模糊数

分类号　O21

A New Method of the Importance Analysis of FTA

Wang Yongchuan　Yu Wenxian　Zhuang Zhaowen

(ATR National Lab, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract　In this paper, based on conventional importance analysis of FTA, we present a new importance analysis of FTA where each elementary event's probability is considered as fuzzy number after the introduction to extension principle in fuzzy mathematics. Finally, an example is given.

Key words　fault tree analysis(FTA), fuzzy importance analysis, fuzzy number

重要度在可靠性工程中是一个重要的概念,它不仅用于系统可靠性分配,还可用于系统设计优化以及用于指导系统维修和诊断。实践经验证明,系统中各部件并不是同等重要的,有的部件一有故障就会引起系统故障,有的则不然。一般地,一个部件或最小割集故障发生对顶事件发生的贡献称为重要度,它是系统结构、部件的可靠度及时间的函数。在进行系统设计时,可根据系统的结构、底事件的可靠性、工作时间等来计算各部件的重要度,并把各部件重要度进行排队。若要提高系统的可靠性,则首先致力于提高重要度大的部件的可靠性。这样,有了各部件定量的重要度数据,就可找到系统设计的薄弱环节,加以改进。但是,在可靠性工程中,有时无法获取大量数据,部件的可靠性指标是模糊的,传统的重要度分析方法难以适用。

1　模糊重要度分析

由传统可靠性理论知道,令系统结构的函数为: $\Phi(X)=\Phi(x_1,x_2,\cdots x_n)$,$F_i$ 为 i 部件的失效分布函数,即 $F_i=\Pr(x_i=1)$,再令 $g(F(t))\equiv\Pr(\Phi(X)=1)$ 为系统失效分布函数,则定义 i 部件概率重要度为:

$$I_i^{\Pr}(t)=\frac{\partial g(F(t))}{\partial F_i(t)}=g(1_i,F(t))-g(0_i,F(t))$$

概率重要度可以解释为:从数学上,i 部件的概率重要度就是 i 部件状态取 1 值时顶事件概率和 i 部件取 0 值时顶事件概率值之差;从物理上,i 部件概率重要度是指系统处于当且仅当 i 部件失效系统即失效状态的概率,或者说系统处于 i 部件的临界状态的概率。

当故障树底事件用模糊数来描述时,我们仍假设部件和系统的状态是二值,即 $x_i=0$ 或 $x_i=1$,只是无法获取底事件发生概率的精确值而用模糊数描述,这样可以借助上述概率方法所给出的重要度的概念,来定义一个相类似的用于度量底事件对顶事件“贡献”大小的指标即模糊重要度的概念。

仍令系统结构函数为: $\Phi(X)=\Phi(x_1,x_2,\cdots x_n)$,底事件模糊概率(部件模糊不可靠度)为 $\tilde{P}_{x_i}$,隶属

* 1998 年 9 月 8 日收稿
第一作者:王永传,男,1970 年生,

函数为 $\mu_{\tilde{P}_{x_i}}$, $i=1,2,\cdots,n$, 顶事件模糊概率(系统模糊不可靠度)为 $\tilde{P}(\tilde{P}_{x_1},\tilde{P}_{x_2},\cdots,\tilde{P}_{x_n})\equiv\tilde{P}_T$, 隶属函数为 $\mu_{\tilde{P}_T}$, 则根据扩展原理有:

$$\mu_{\tilde{P}_T}(y)=\begin{cases}\sup\limits_{X\in\Phi^{-1}(y)}\min[\mu_{\tilde{P}_{x_i}}(x),\cdots,\mu_{\tilde{P}_{x_n}}(x)] & if \quad \Phi^{-1}(y)\neq\phi \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

记: $\tilde{P}(\tilde{P}_{x_1},\cdots,\tilde{P}_{x_{i-1}},1,\tilde{P}_{x_{i+1}},\cdots,\tilde{P}_{x_n})\equiv\tilde{P}_{Ti1}$, $\tilde{P}(\tilde{P}_{x_1},\cdots,\tilde{P}_{x_{i-1}},0,\tilde{P}_{x_{i+1}},\cdots,\tilde{P}_{x_n})\equiv\tilde{P}_{Ti0}$, 分别是部件 i 在 $x_i=1$ 或 $x_i=0$ 时顶事件的失效模糊概率, 则定义部件 i 的模糊重要度 FI_i(Fuzzy Importance)为:

$$FI_i\equiv E[\tilde{P}_{T_{i1}}-\tilde{P}_{T_{i0}}]\equiv\frac{\int_0^1 x\,\mu_{\tilde{P}_{T_{i1}}}(x)\,dx}{\int_0^1\mu_{\tilde{P}_{T_{i1}}}(x)\,dx}-\frac{\int_0^1 x\,\mu_{\tilde{P}_{T_{i0}}}(x)\,dx}{\int_0^1\mu_{\tilde{P}_{T_{i0}}}(x)\,dx}$$

由于模糊概率的论域是区间[0, 1], 所以上述积分的上下限是1和0。可以证明, $FI_i\geq0$。模糊重要度的数学含义是: i 部件的模糊重要度就是 i 部件状态取1值时顶事件模糊概率和 i 部件取0值时顶事件模糊概率之"差"的数学期望值。从物理意义上, 模糊重要度是指由于部件 i 的不可靠, 导致系统模糊不可靠度的"上升", 其"上升"的大小反映了部件 i 对整个系统不可靠度的"贡献"和影响大小, 即反映了部件 i 对整个系统可靠性的重要程度。这里"上升"之所以加上引号, 是因为系统模糊不可靠度是一模糊概率, 其上升的大小也是一个模糊概率, 取均值来描述是比较合适的。

2 计算机仿真和结果分析

下面结合实例[1], 对上述论述做一仿真, 故障树如图1所示。图2(a)～(e)为三角形模糊数(Triangular Fuzzy Number, 简记为TFN, 下同)时模糊重要度的计算结果示意图, 图3(a)～(e)为正态型模糊数(Normal Fuzzy Number, 简记为NFN, 下同)时模糊重要度的计算结果示意图。正态型模糊数参数为 (a_i,k_i), 表示为 $\exp(-k_i(x-a_i)^2)$, 其中 a_i 表示模糊数中心值的大小, k_i 表示模糊数的"胖瘦"程度, 即模糊度的大小。

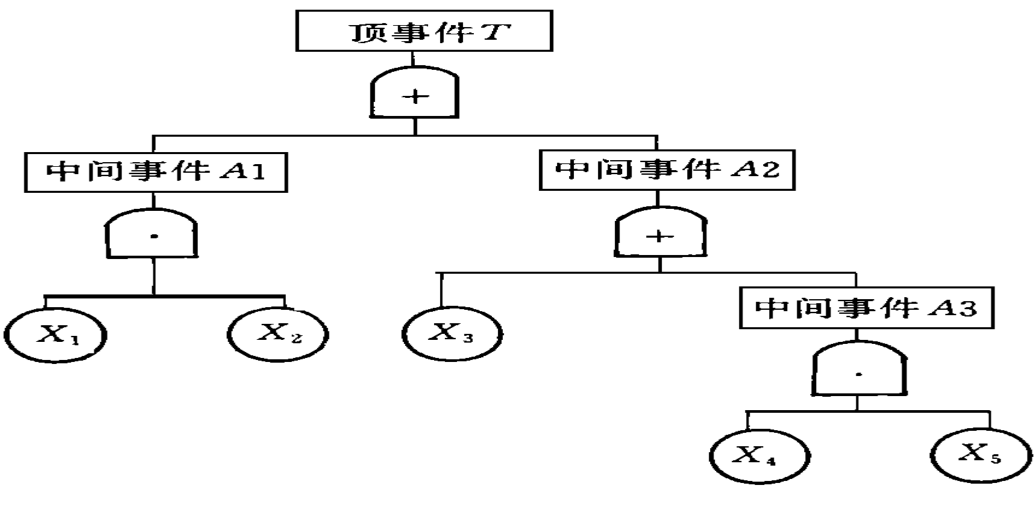

图1 一个故障树的实例

Fig. 1 An example of FTA

各底事件模糊数类型、参数和模糊重要度如表1所示。

表 1 各底事件模糊重要度(正态型和三角形模糊数)

Table. 1 Fuzzy Importance of each basic event(NFN and TFN)

底事件	正态型模糊概率 (a_i, k_i)	模糊重要度	三角形模糊概率 (a_i, b_i, c_i)	模糊重要度
X_1	(0.175, 1000)	0.0389	(0.165, 0.175, 0.185)	0.0389
X_2	(0.04, 10000)	0.1702	(0.03, 0.04, 0.05)	0.1702
X_3	(0.0255, 500)	0.9903	(0.015, 0.025, 0.035)	0.9903
X_4	(0.30, 1000)	0.0087	(0.20, 0.30, 0.40)	0.0087
X_5	(0.009, 1000)	0.2905	(0.008, 0.009, 0.01)	0.2905

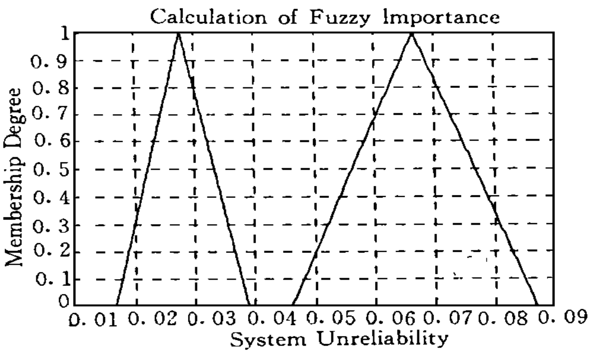

图 2(a) 三角形模糊数 $\tilde{P}_{T_{11}}, P_{T_{10}}$ 示意图

Fig. 2(a) $\tilde{P}_{T_{11}}, P_{T_{10}}$ on case of TFN

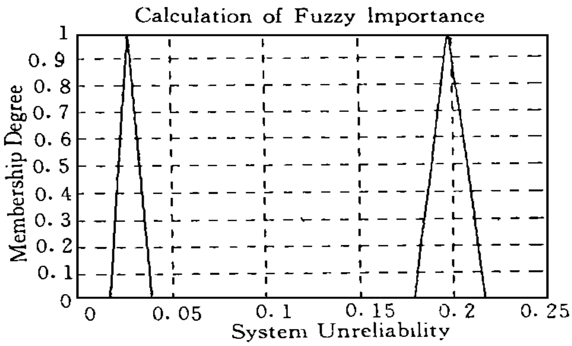

图 2(b) 三角形模糊数 $\tilde{P}_{T_{21}}, \tilde{P}_{T_{20}}$ 示意图

Fig. 2(b) $\tilde{P}_{T_{21}}, \tilde{P}_{T_{20}}$ on case of TFN

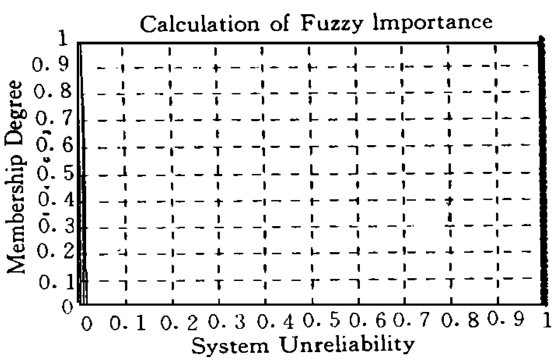

图 2(c) 三角形模糊数 $\tilde{P}_{T_{31}}, \tilde{P}_{T_{30}}$ 示意图

Fig. 2(c) $P_{T_{31}}, P_{T_{30}}$ on case of TFN

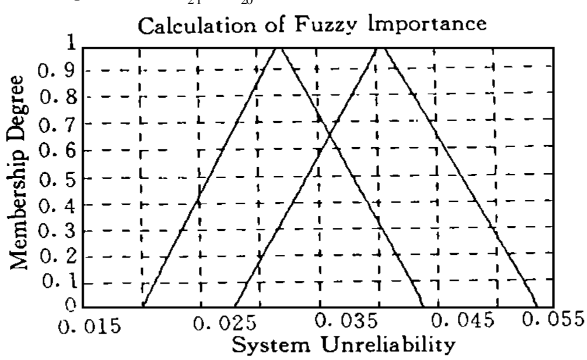

图 2(d) 三角形模糊数 $\tilde{P}_{T_{41}}, \tilde{P}_{T_{40}}$ 示意图

Fig. 2(d) $P_{T_{41}}, P_{T_{40}}$ on case of TFN

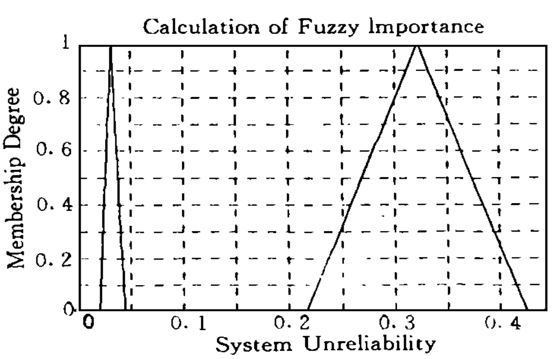

图 2(e) 三角形模糊数 $P_{T_{51}}, P_{T_{50}}$ 示意图

Fig. 2(e) $P_{T_{51}}, P_{T_{50}}$ on case of NFN

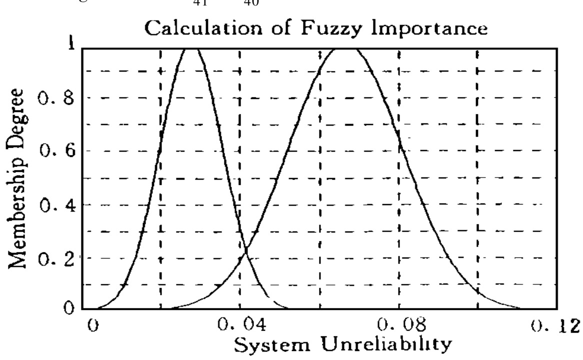

图 3(a) 正态形模糊数 $P_{T_{11}}, P_{T_{10}}$ 示意图

Fig. 3(a) $P_{T_{11}}, P_{T_{10}}$ on case of NFN

由上述图表所示仿真结果可以看出,各底事件的模糊重要度大小依次为 $x_3 > x_5 > x_2 > x_1 > x_4$, 即 $FI_3 > FI_5 > FI_2 > FI_1 > FI_4$,其中, x_3 的模糊重要度 FI_3 为 0.9903, 几乎达到 1, 这是因为 x_3 在最小割集

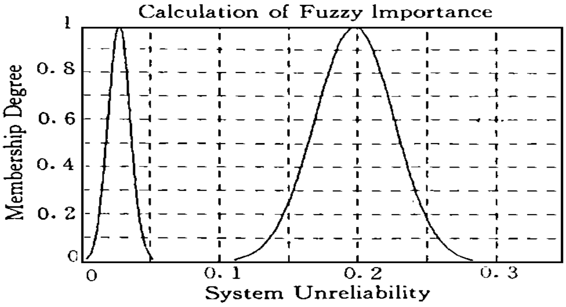

图 3(b) 正态形模糊数 $\tilde{P}_{T_{21}}, \tilde{P}_{T_{20}}$ 示意图

Fig. 3(b) $\tilde{P}_{T_{21}}, \tilde{P}_{T_{20}}$ on case of NFN

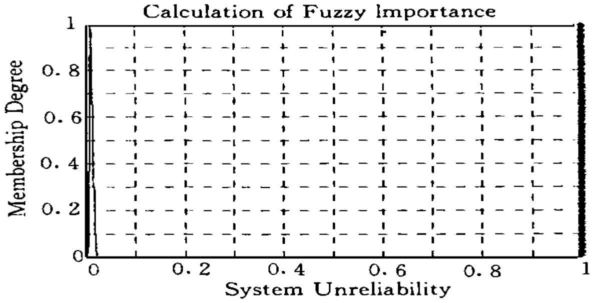

图 3(c) 正态形模糊数 $\tilde{P}_{T_{31}}, \tilde{P}_{T_{30}}$ 示意图

Fig. 3(c) $\tilde{P}_{T_{31}}, \tilde{P}_{T_{30}}$ on case of NFN

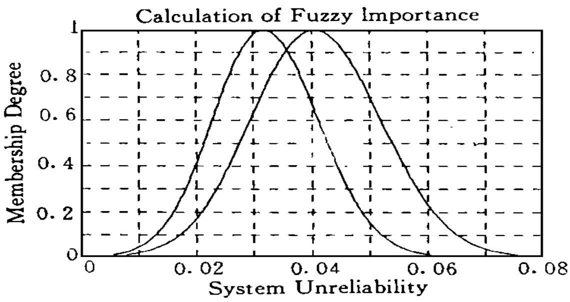

图 3(d) 正态形模糊数 $\tilde{P}_{T_{41}}, \tilde{P}_{T_{40}}$ 示意图

Fig. 3(d) $\tilde{P}_{T_{41}}, \tilde{P}_{T_{40}}$ on case of NFN

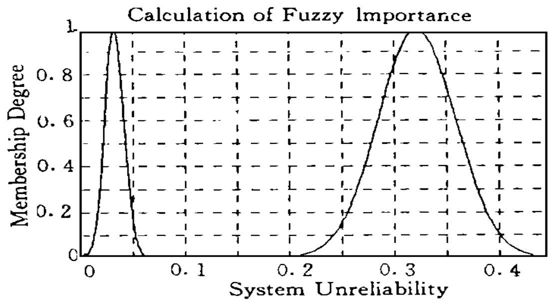

图 3(e) 正态形模糊数 $\tilde{P}_{T_{51}}, \tilde{P}_{T_{50}}$ 示意图

Fig. 3(e) $\tilde{P}_{T_{51}}, \tilde{P}_{T_{50}}$ on case of NFN

中的阶数为 1, 而其它底事件在最小割集中的阶数均为 2, 底事件 x_3 对整个系统的可靠性影响最大, 这与传统的重要度分析方法所得结果是类似的。另一方面, 故障树底事件所选用的模糊数类型对重要度分析的结果没有影响。这可以解释为, 模糊重要度指标是利用了 i 部件状态取 1 值时顶事件模糊概率和 i 部件取 0 值时顶事件模糊概率之 '差'的数学期望值为定义的, 只要底事件模糊概率的中心值相同, 则由此而得到的顶事件模糊概率之 "差"的数学期望值也相同。物理意义上可解释为, 尽管我们在确定底事件发生概率时存在着模糊性因素, 但是, 系统各部件的重要度可以通过各底事件模糊概率的中心值(隶属度为 1m) 来 '精确'地确定, 这也是事物客观性的一种反映。

上述所分析的模糊重要度结果与文献[1]的不同。文献[1]采用的是梯形模糊数, 各底事件模糊重要度以 $\tilde{P}_{T_{i1}}$ 和 $P_{T_{i0}}$ 两个梯形模糊数的 4 个参数差值之和来表征, 且底事件 x_1 和 x_2 的模糊重要度相同, 均为 0. 035, 底事件 x_4 和 x_5 的模糊重要度也相同, 均为 0. 012, 底事件 x_3 的模糊重要度为 0. 099。显然, 这种模糊重要度的定义方法很粗糙, 计算结果也不是很合理的。

3 小结

综上所述, 重要度分析中引入模糊集合理论, 可以很好地解决可靠性工程领域中因数据不充分而带来的模糊性。同时, 数字仿真表明, 这种分析方法有较强的适用性, 有效地弥补了经典概率分析方法的不足。

参考文献

1 Hideo Tanaka et al. Fuzzy-Tree Analysis by Fuzzy Probability. IEEE Transaction on Reliability, December 1983, 32(5)
2 Singer D. A Fuzzy Set Approach to Fault Tree and Reliability Analysis. Fuzzy Sets and Systems, 1990, 34: 145
3 Misra K B, Weber G G. A New Method for Fuzzy Fault Tree Analysis. Microelectron and Relialbility 1989, 29(2): 195
4 Furuta H, Shiraishi N. Fuzzy Importance in Fault Tree Analysis. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12: 205
5 郭桂蓉, 庄钊文. 信息处理中的模糊技术. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993