

实用 D/A 变换器引起的信号抖动分析*

王莹

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

摘要 本文针对模拟信号数字化处理后,其信号会出现抖动这一实际现象,进行了深入的理论分析和计算,指出产生抖动的主要原因是数字离散信号在 D/A 变换器滤波后残留了部分高频分量。本文推导了残留高频分量引起幅度抖动和相位抖动的表达式,分析了影响幅、相抖动的主要因素,并提出了减小抖动的措施。本文得出的结论对数字化系统设计,具有实际指导意义。

关键词 数字信号处理,数/模变换,模/数变换,相位抖动

分类号 TN911

The Analysis of Signal Shaking Caused by Real D/A Transformer

Wang Ying

(Institute of Electronic Engineering, NU DT, Changsha, 410073)

Abstract This paper presents and analyses a practical phenomenon that digital processing of analogous signal brings about shaking. The cause of shaking is that some high frequencies are left over signal behind the D/A transformation filter. The formulas of amplitude shaking and phase shaking are derived. The factors which have an effect on the amplitude shaking and phase shaking are analyzed. The method to reduce shaking is given in this paper. The conclusion is of significance for designing a system of digital processing.

Key words digital signal processing, D/A transformation, phase shaking

在模拟信号进行数字化处理过程中,总是先将模拟信号经过 A/D 变换器,转换为数字信号进行处理,然后再将数字信号经 D/A 变换器,转换为模拟信号送至终端设备。根据著名的 Nyquist 采样定理,只要 A/D 变换时的采样频率 f_c 大于两倍以上模拟信号最高频率 f_m ,则数字离散信号的频谱就不会发生混叠,这样可以在 D/A 变换时,用理想的低通滤波器或带通滤波器恢复出原始的模拟信号。

但在实际应用中我们发现,对于数字离散信号,即便满足采样定理,经 D/A 变换后,还会出现较大的信号抖动现象。本文将对这一现象引起的原因及有关因素进行理论分析和计算,并进一步提出减小抖动的措施。

1 D/A 变换引起信号抖动的原因

设 $x(t)$ 为一个限带随机模拟信号,示意如图 1(a),假设其频谱函数为 $X(\Omega)$,如图 2(a)所示,图中 Ω_m 是模拟信号的最高角频率。若以 T 为采样周期对 $x(t)$ 进行取样,可得到时间序列离散信号 $x(nT)$,如图 1(b)所示。根据数字信号理论,采样后的离散信号频谱 $X(e^{j\Omega})$ 应是 $X(\Omega)$ 的周期性叠加函数,即

$$X(e^{j\Omega}) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}m\right) \quad (2-1)$$

其示意图由图 2(b)所示,图中 $\omega (= 2\pi/T)$ 是信号的采样角频率。

由 Nyquist 采样定理可知,当 $\omega > 2\Omega_m$ 时, $X(e^{j\Omega})$ 不会发生频率混叠,这时采用理想的矩形低通滤波器,可取出原始信号的频谱 $X(\Omega)$,恢复 $x(t)$,如图 2(b)中虚线所示。但在实际应用中,理想的矩形低通滤波器往往难以实现,一般采用的低通滤波器的矩形系数都大于 1,如图 3(a)中虚线所示,这就使提取出来的信号频谱 $X'(\Omega)$ 与原始信号频谱 $X(\Omega)$ 有所不同,在高频端残留了部分边频分量,见图 3

* 1998 年 7 月 22 日收稿
作者:王莹,女,1953 年生,副教授

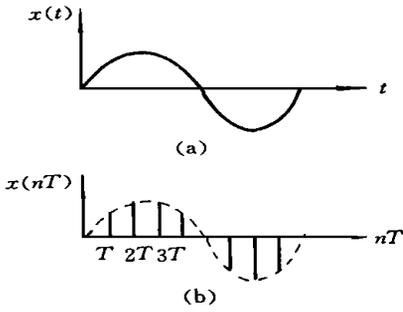


图1 (a)原始信号 (b)时间序列离散信号
Fig. 1 (a) Original signal
(b) Discrete-time signal

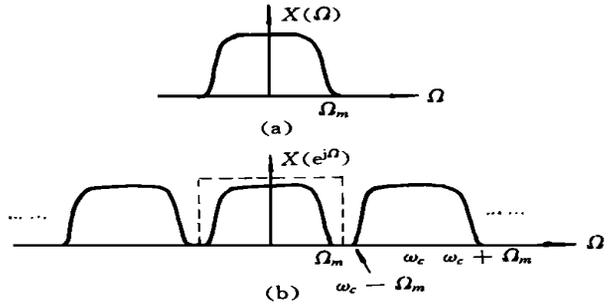


图2 (a)原始信号频谱 (b)时间序列离散信号频谱
Fig. 2 (a) Spectrum of original signal
(b) Spectrum of discrete-time signal

(b)。这些残留的高频分量就是引起信号抖动的根源。

2 幅度抖动和相位抖动分析

信号抖动分为幅度抖动和相位抖动两种,其幅度抖动指发生在信号幅值上的抖动,而相位抖动指发生在信号相位上的抖动。下面以一个简单的余弦信号为例,分析用实际的低通滤波器对时间序列离散信号进行频谱提取时,所产生的幅度抖动和相位抖动情况。

设原始模拟信号

$$x(t) = \cos \Omega t \quad (3-1)$$

信号频谱

$$X(\Omega) = \pi[\delta(\Omega - \Omega_0) + \delta(\Omega + \Omega_0)] \quad (3-2)$$

以 T 为采样周期对 $x(t)$ 进行取样时,得到的离散信号 $x(nT)$ 为

$$x(nT) = \cos(\Omega_0 nT) \quad n = 1, 2, 3, \dots; \quad (3-3)$$

$x(nT)$ 的频谱为

$$\begin{aligned} X(e^{j\Omega}) &= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X\left(\Omega + \frac{2\pi}{T}m\right) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(\Omega + \omega_m) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \pi[\delta(\Omega + \omega_m - \Omega_0) + \delta(\Omega + \omega_m + \Omega_0)] \end{aligned} \quad (3-4)$$

其中, Ω_0 是信号角频率; $\omega_m = \frac{2\pi}{T}m$ 是采样角频率。若用一个实际低通滤波器来提取原始信号频谱, 设低通滤波器的频谱函数为

$$F_L(j\Omega) = F_L(\Omega) e^{j\varphi(\Omega)} \quad (3-5)$$

其中 $F_L(\Omega)$ 是滤波器的模值(幅频函数); $\varphi(\Omega)$ 是滤波器的相移(相频函数)。滤波后得到的信号频谱为

$$\begin{aligned} X(\Omega) &= F_L(j\Omega) X(e^{j\Omega}) \\ &= F_L(\Omega) e^{j\varphi(\Omega)} \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \pi[\delta(\Omega + \omega_m - \Omega_0) + \delta(\Omega + \omega_m + \Omega_0)] \end{aligned} \quad (3-6)$$

$X(\Omega)$ 的时域表达式为

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega \quad (3-7)$$

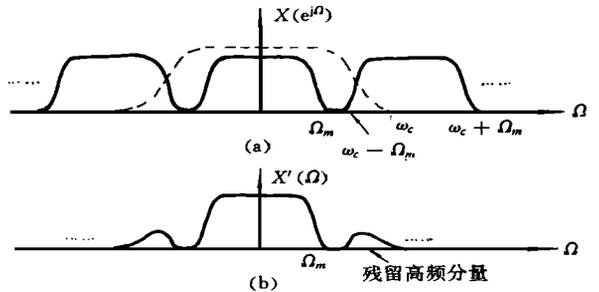


图3 (a)时间序列离散信号频谱
(b)滤波后提取信号频谱
Fig. 3 (a) Spectrum of discrete-time signal
(b) Spectrum of filtered signal

将(3-6)代入(3-7)经整理得

$$x(t) = A_0 \cos(\Omega t - \mathcal{Q}) + \sum_{k=1} \{A_{k1} \cos[(\Omega - \omega k)t - \mathcal{Q}_1] + A_{k2} \cos[(\Omega - \omega k)t - \mathcal{Q}_2]\} \quad (3-8)$$

其中

$$A_0 = F_L(\Omega); \quad (3-9)$$

$$A_{k1} = F_L(\omega k - \Omega) \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad (3-10)$$

$$A_{k1} = F_L(\omega k + \Omega) \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad (3-11)$$

$$\mathcal{Q} = \mathcal{Q}(\Omega); \quad (3-12)$$

$$\mathcal{Q}_1 = \mathcal{Q}(\omega k - \Omega) \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad (3-13)$$

$$\mathcal{Q}_2 = \mathcal{Q}(\omega k + \Omega) \quad k = 1, 2, 3, \dots; \quad (3-13)$$

由(3-8)式可知,滤波后得到的信号中除了含有所需的基频信号外,还有残留了高频分量 $k\omega \ll \Omega$; $k = 1, 2, 3, \dots$, 其高频分量的大小由低通滤波器在该分量处模值 A_{k1} 和 A_{k2} 确定, 见(3-10)和(3-11)式。

将(3-8)式展开,整理后可得

$$x(t) = B_1 \cos \Omega t + B_2 \sin \Omega t = B \cos(\Omega t - \phi) \quad (3-15)$$

其中

$$B_1 = A_0 \sin \mathcal{Q} + \sum_{k=1} A_{k1} \sin(\mathcal{Q}_1 + \omega k t) + \sum_{k=1} A_{k2} \sin(\mathcal{Q}_2 - \omega k t) \quad (3-16)$$

$$B_2 = A_0 \cos \mathcal{Q} + \sum_{k=1} A_{k1} \cos(\mathcal{Q}_1 + \omega k t) + \sum_{k=1} A_{k2} \cos(\mathcal{Q}_2 + \omega k t) \quad (3-17)$$

$$B = \sqrt{A_1^2 + B_2^2} \quad (3-18)$$

$$\phi = \arctg \frac{B_1}{B_2} \quad (3-19)$$

从(3-15)式可以看出, $x(t)$ 仍为余弦信号,但其幅值 B 和附加相移 ϕ 不再是常数,而是时间 t 的函数,见(3-16)、(3-17)、(3-18)和(3-19)式。我们把幅值 B 随时间变化的偏差称为幅度抖动;把相移 ϕ 随时间变化的偏差称为相位抖动。(3-16)和(3-17)式明显表明,无论是幅度抖动还是相位抖动,均由残留的高频分量引起。高频分量的幅值 A_{k1} 和 A_{k2} 越大时,抖动越厉害。而 A_{k1} 和 A_{k2} 为 0 时,抖动消失。可见,减小幅度抖动和相位抖动的关键,在于如何减小输出信号中残留高频分量的幅值 A_{k1} 和 A_{k2} 。由(3-10)和(3-11)式可知, A_{k1} 和 A_{k2} 是低通滤波器在 $k\omega \ll \Omega$ 角频率处的模值。为了保证信号带宽的前提下,尽量减小 $F_L(\omega k - \Omega)$, 则应选择矩形系数好的滤波器。

3 采样频率对抖动的影响

从以上分析知道, D/A 变换时选用满足信号带宽而且矩形系数好的滤波器,可以减小滤波后的残留高频分量,从而减小信号的幅、相抖动。但实际低通滤波器的矩形系数很难达到理想值,因此我们还必需通过其它途径来减小幅、相抖动。从图 3 可以看出,在滤波器参数一定时,采样角频率 ω 越大,离散信号频谱的重复周期就越大, $X(\Omega \pm \omega)$ 与 $X(\Omega)$ 之间就离得越远, $X(\Omega \pm \omega)$ 落入滤波器带内的部分也就越少。由此可见,提高采样角频率 ω , 同样可以减小残留高频分量,达到减小幅、相抖动的目的。

为了观察采样频率 $f_c (= 1/T)$ 对相位抖动的影响,我们根据(3-9) ~ (3-19)式分别计算了 D/A 变换中采用一阶 RC 低通滤波和二阶 RC 低通滤波时,输出信号最大相位抖动 ϕ_m 与采样频率 f_c 的关系,如图 4 所示。

从图 4 可以看出,在滤波器的参数选定时,输出信号的最大相位抖动 ϕ_m 随采样频率 f_c 的加大而减小。滤波器的阶数越高,即矩性系数越好, ϕ_m 随采样频率 f_c 下降得越快。

4 结论

在对模拟信号数字化处理的实际应用中,若 D/A 变换采用的实际低通或带通滤波器的参数不理想,同时 A/D 变换中采样频率又不够高时,输出信号将出现幅度抖动和相位抖动,其抖动大小与保证信号通带时滤波器的矩形系数以及信号的采样频率有关。在采样频率一定时,滤波器的矩形系数越接近1,产生的幅、相抖动越小;同样,在滤波器的参数一定时,信号采样频率越高,产生的幅、相抖动也越小。因此,在信号处理中,尤其是处理那些对抖动十分敏感的信号时,应十分注意选择 D/A 变换滤波器参数和 A/D 变换中的信号采样频率。例如,通信中的多相调制信号对相位抖动十分敏感,所以对其处理时,除了 D/A 变换滤波器的矩形系数要好外,其信号的采样频率还应比较高,一般为信号最高频率的4~6倍以上。

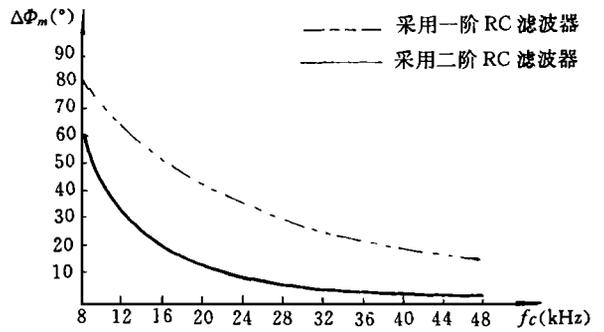


图4 原始信号频率 f_0 为 3kHz、滤波器带宽为 3.4kHz 时,输出信号最大相位抖动 $\Delta\phi_m$ 与采样频率 f_c 的关系
 Fig. 4 Relation of sampling frequency f_c to the most phase shaking $\Delta\phi_m$ for original signal frequency 3kHz filter band-pass 3.4kHz

参考文献

- 1 周耀华. 数字信号处理. 上海: 复旦大学出版社, 1991
- 2 Oppenheim, Schafer R W. Digital Signal Processing. Prentice Hall Inc., Engelwood Cliffs, N. J., 1975
- 3 Bellanger M. Digital Processoing of Signals (Theory and Practice). John Wiley & Sons, Inc., New. york, 1984