

## 无源时差定位系统的模糊无解问题\*

邓勇 周一宇

(国防科技大学电子工程学院 长沙 410073)

**摘要** 本文对平面三站无源时差定位系统的定位过程中可能出现的无解和模糊现象进行了探讨, 找出了无解分布与布站以及观测噪声方差大小之间的规律, 得出了模糊分布与布站之间的关系, 并提供了一些解决方法。

**关键词** 时差定位, 模糊, 无解, 布站

**分类号** TN92

## An Study of Ambiguity and Non-solution of Passive TDOA Location Systems

Deng Yong Zhou Yiyu

(Electronic Engineering Institute, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** The problems of possible ambiguity and non-solution in 2D, 3-Station TDOA Location systems are discussed. We find out the relation between ambiguity and the placement of stations, and the laws of the placement of non-station and the placement of stations, the intention of measuring noise. Furthermore, We present several solutions.

**Key words** passive TDOA location, ambiguity, non-solution, the placement of stations

时差定位是一种重要的无源定位方法, 它是通过处理三个或更多个测量站采集到的信号到达时间数据对辐射源进行定位的。在二维平面中, 辐射源信号到达两测量站的时间差规定了一对以两站为焦点的双线, 利用三站可形成两条单边双曲线来产生交点, 以确定辐射源的位置。时差定位系统具有精度高, 定位快和“四抗”能力强等优点, 但在定位过程中也会出现多值现象, 同时由于噪声和误差的存在, 可能在某些点上出现无解的情况。

本文利用一种时差定位的非线性方程组精确求解方法(见文献[2]), 对平面中已知布局的三站时差定位系统的模糊区域进行了探索, 对模糊分布规律进行了探索, 并提供了一些处理模糊的方法; 对二维平面中噪声条件下进行时差定位系统可能出现的无解现象进行了研究, 对其规律进行了一些探讨, 并提出了一些处理方法。

## 1 时差定位原理

在平面中, 如图1.1所示的时差定位系统, 以主站站址为 $O(x_0, y_0)$ , 两辅助站分别位于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 设辐射源的位置为 $E(x, y)$ , 则可得其定位方程组为:

$$ct_{01} = c(t_0 - t_1) = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2} - [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]^{1/2} \quad (1)$$

$$ct_{02} = c(t_0 - t_2) = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2} - [(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2]^{1/2} \quad (2)$$

其中 $t_0, t_1, t_2$ 分别为辐射源 $E$ 信号到达辅助站 $O, A, B$ 的时间,  $t_{01}, t_{02}$ 分别为辐射源信号到达主站 $O$ 与到达站 $A$ 、站 $B$ 的时间之差,  $c$ 为电磁波在空气中的速率。

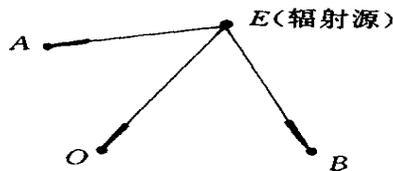


图1.1 三站时差定位系统布站示意图  
Fig. 1.1 Station TDOA location system

\* 1998年10月5日收稿  
第一作者: 邓勇, 男, 1974年生, 硕士

## 2 模糊研究

### 2.1 模糊产生的条件

由文献[2] §2.2.2节中式(23)可知, 当  $\beta^2 > \alpha\gamma$  时, 方程组将有双解。由于  $r_0$  必须是正数, 所以当两根一正一负时, 可以舍去其负根, 正根为非模糊的定位解。而当两根为正时, 则出现模糊解。

### 2.2 模糊分布与布站的关系

平面中, 三站时差定位系统的模糊分布取决于三站的布局, 即基线长度与基线夹角决定该系统的模糊区。以下利用图2.1所示的时差定位系统, 对其模糊分布规律进行探讨。图2.1中,  $O$  为主站,  $A$ 、 $B$  为辅助站, 设基线长度相等, 且为  $d$ , 两基线  $OA$ 、 $OB$  的夹角为  $\alpha$  分别改变基线的长度与夹角, 得到对应的模糊分布图如2.2~2.6, 图中阴影部分为模糊区。

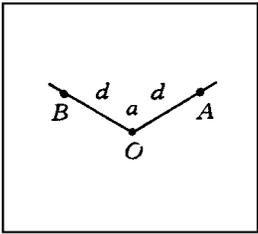


图2.1 三站时差定位系统

Fig. 2.1 Station TDOA location system

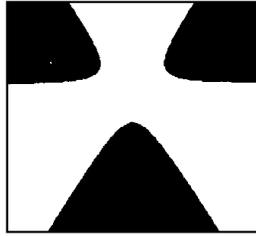


图2.2  $\alpha=60^\circ, d=30\text{km}$

Fig. 2.2  $\alpha=60^\circ, d=30\text{km}$

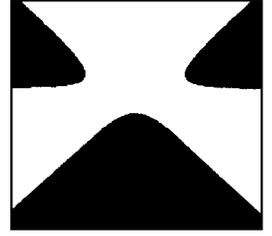


图2.3  $\alpha=90^\circ, d=30\text{km}$

Fig. 2.3  $\alpha=90^\circ, d=30\text{km}$

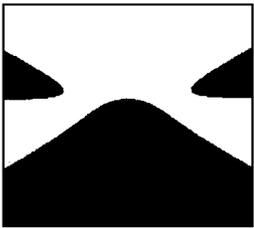


图2.4  $\alpha=120^\circ, d=30\text{km}$

Fig. 2.4  $\alpha=120^\circ, d=30\text{km}$



图2.5  $\alpha=120^\circ, d=50\text{km}$

Fig. 2.5  $\alpha=120^\circ, d=50\text{km}$

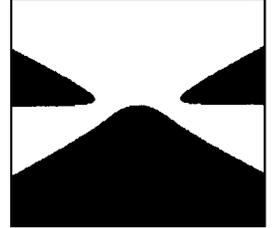


图2.6  $\alpha=120^\circ, d=20\text{km}$

Fig. 2.6  $\alpha=120^\circ, d=20\text{km}$

根据以上模糊分布图, 我们可以得出以下结论:

1) 基线延长线附近区域及其延长线所夹区域内存在定位模糊。

2) 随着基线夹角增大, 两辅助站的模糊区张角有变小的趋势, 主站前方, 受控区面积增大, 而主站的模糊区张角增大并向受控区延伸; 当基线夹角为180度时, 即三站处于一条直线上时定位模糊分布于三站两侧, 此时无法进行无模糊定位, 夹角越接近180度模糊程度越严重。反之, 基线夹角变小, 则会使辅站的模糊区张角增大, 系统的无模糊受控区面积变小。

3) 基线越长, 各辅站的模糊区随之向外延伸, 时差定位系统的无模糊受控区域面积增大; 反之, 基线越短, 则各辅站的模糊区也随之内移, 系统的无模糊受控区面积减小。

### 2.3 模糊处理方法

对于定位模糊, 可以通过增加获取辐射源的信息来去除。比如利用主站测得辐射源的方位角为  $A$ , 再用由时差求得的定位点算出角度  $A_i (i=1, 2)$ , 与  $A$  相比较, 则可认为  $\min\{A - A_i\} (i=1, 2)$  所对应的位置为无模糊定位解。对于图2.1所示的三站系统, 也可增加一个侦察站  $C$ , 与其它两站  $O$ 、 $A$  ( $B$ ) 组合, 从而得到一个新的时差数据子集, 它最多可得到两个解, 记为  $X_{AOC}(j) (j=1, 2)$ , 将这组解与  $AOB$  三站获取的时差数据子集对应的定位解  $X_{AOB}(i) (i=1, 2)$  进行最小距离配对, 可认为  $\min\{X_{AOB}(i) -$

$X_{A\alpha}(j) \} (i, j = 1, 2)$  对应的位置为所求的无模糊定位解, 从而消除定位模糊。

此外, 我们也可根据实际情况和先验信息来排除模糊点。

(1) 时差定位系统一般部署在对敌前沿, 敌方辐射源一般处于阵地前方, 而对应同一位置的辐射源时差信息, 所得到的单边双曲线最多有两个交点, 有两个交点即为模糊出现, 且它们分布在基线的两侧, 那么我们就可认为在基线后方的点为虚假定位点, 从而将其去除。

(2) 如辐射源由非模糊区进入模糊区, 可将当前模糊点与前一点相关联, 从而认为两点中发生了突变的点为虚假定位点, 与前一点相匹配的点为所求之定位点。

### 3 无解研究

#### 3.1 无解产生的条件

由文献[2]中§2.2.2节式(23)可知, 当  $\beta^2 < \alpha^2$  时,  $r_0$  无实数解, 从而方程组无实数解。这是因为噪声干扰和测量误差存在的缘故, 其使得原本可以相交的两条双曲线(如图3.1)产生了偏移, 偏移大至它们之间没有交点(如图3.2)。

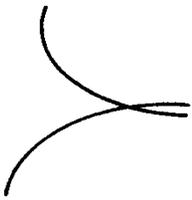


图3.1 两条单边双曲线相交

Fig.3.1 Two hyperbolsae can intersect

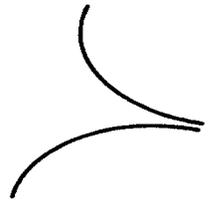


图3.2 两条单边双曲线不能相交

Fig3.2 Two hyperbolsae can't intersect

#### 3.2 具体布站条件下噪声强度与无解的关系

对于具体的布站, 观测噪声对无解分布影响很大。假定观测噪声均值为零的高斯噪声, 以图2.1中所示的三站布局为例, 来探讨噪声强度与无解区域分布的关系。图3.3~3.5中黑点部分分别表示噪声标准差  $\sigma$  为0.1km、0.5km、1km 时的无解分布区域。

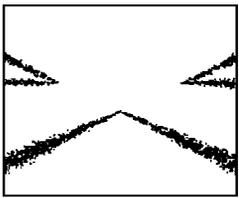


图3.3 ( $\sigma = 0.1\text{km}$ )

Fig.3.3 ( $\sigma = 0.1\text{km}$ )

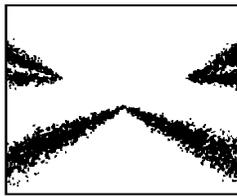


图3.4 ( $\sigma = 0.5\text{km}$ )

Fig3.4( $\sigma = 0.5\text{km}$ )

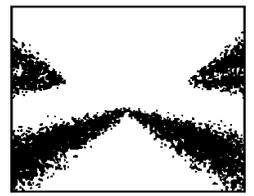


图3.5 ( $\sigma = 1\text{km}$ )

Fig3.5( $\sigma = 1\text{km}$ )

从图3.3~3.5可以看到: 无解区主要分布在三站连线的延长线两侧, 以延长线为中心, 呈三角向外延伸; 越靠近延长线, 无解出现越密, 亦即发生概率越大, 越远离延长线, 无解出现越稀, 亦即发生概率越小; 随着延长线向外延伸, 无解分布越广; 随着噪声的标准差的增大, 亦即噪声方差的增大, 各无解区域的张角有增大的趋势, 平面上相应位置出现无解的概率也相应增大, 时差定位系统的受控区面积减小。

#### 3.3 噪声一定情况下, 布站与无解的关系

当观测噪声不变时, 观测站的布局对无解的分布也有一定的影响。假定观测噪声为均值为零, 标准差为  $\sigma = 0.5\text{km}$  的高斯噪声, 对于如图2.1所示的三站时差定位系统, 可通过改变基线夹角和基线长度的方法来研究无解的分布规律。

比较图3.6与图3.4, 我们可以发现: 基线长度增大, 辅站无解区域随之外移, 时差定位系统的受控区

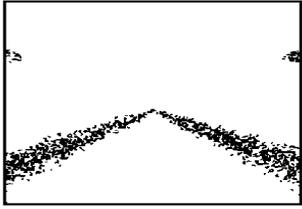


图3.6 ( $\alpha=120^\circ, d=50\text{km}$ )  
Fig. 3.6 ( $\alpha=120^\circ, d=50\text{km}$ )

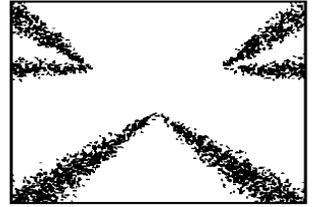


图3.7 ( $\alpha=90^\circ, d=30\text{km}$ )  
Fig. 3.7 ( $\alpha=90^\circ, d=30\text{km}$ )

域增大; 基线长度缩小, 辅站无解区域随之向主站靠拢, 受控区域变小。

比较图3.4与图3.7, 我们可以发现: 基线夹角增大, 辅站相邻无解区域张角变小, 受控区域增大; 基线夹角变小, 辅站相邻无解区域张角增大, 受控区域变小。

### 3.4 处理方法

由于观测噪声的影响, 对应某些位置的时差形成的两条定位双曲线可能不能相交, 定位方程组没有确定的实数解。此时, 可以依据适当的准则, 找到合适的某一点来作为定位点。以下提出三种处理方法:

- (1) 到这两条单边定位双曲线距离和最小的点

如图3.8, 设平面上一点  $p(x, y)$  到这两条双曲线的距离分别为  $d_1(x, y)$ 、 $d_2(x, y)$ , 令:

$$F(x, y) = d_1^2(x, y) + d_2^2(x, y) \tag{8}$$

对  $F(x, y)$  求偏导, 并设其等于零, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

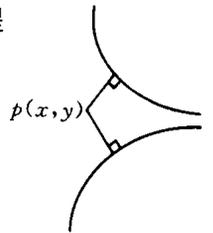


图3.8 无解处理  
Fig. 3.8 Solution of no solution

所得解即可认为是定位方程组对应测量值的次优解。

- (2) 在其中一条双曲线上且到另一条双曲线的距离最小的点

设其中之一的双曲线上任一点为  $(x, y)$ , 其到另一双曲线的距离为  $d(x, y)$ , 对  $d(x, y)$  求偏导并设其等于零, 使  $d(x, y) = \min$ , 所得解则可认为是方程组的次优解。

- (3) 两条双曲线间最短线段的中心, 亦即(2)中两点连线的中点

## 4 小结

本文对平面三站时差定位系统的模糊及无解问题进行了研究, 探讨了模糊和无解的分布规律, 并提供了一些处理方法。对于时差定位系统的布局, 考虑定位精度的同时, 必须考虑到模糊和无解分布。我们可以根据模糊和无解的分布规律和特点, 分析不同布站条件下模糊及无解的分布, 使需要重点控制的区域尽量避开模糊区和无解区, 不可避免的模糊和无解情况可用本文提供的方法进行适当的处理, 合理选择站址, 找到最佳布局方案。

## 参考文献

- 1 孙仲康, 周一宇等著. 单、多基地有源无源定位技术. 北京: 国防工业出版社, 1996
- 2 杨林. 无源时差定位及其信号处理研究. 国防科技大学电子工程学院[ 博士论文], 1999
- 3 程洪玮. 双基地系统定位算法及研究. 国防科技大学电子工程学院[ 硕士论文], 1995
- 4 孙仲康等著. 定位、导航与制导. 北京: 国防工业出版社, 1985