

加工复杂曲面的三阶切触原理*

李国顺 潘迪夫 刘鹤然

(长沙铁道学院机电工程学院 长沙 410075)

摘要 本文把微分几何中曲线与曲面之间的“切触”概念应用于复杂曲面的数控加工,提出用圆柱铣刀或圆锥盘铣刀的外圆在五坐标联动中加工三维自由曲面的最佳切触条件。

关键词 三维自由曲面, 三阶切触, 坐标联动

分类号 TH16

Third-order Contact Theory for Machining Sculpture Surface

Li Guoshun Pan Difu Lui Huran

(Electromechanic Engineering College, Changsha Railway University, Changsha, 410075)

Abstract This paper introduces a new theory that the concept in differential geometry of “contact” between curve and camber is applied to numerically controlled machining sculpture surface. It puts forward the optimum contact condition for machining sculpture surface using cylindrical tool or bevel cutter with five coordinates co-operating.

Key words sculpture surface, third-order contact, coordinates co-operating

三维自由曲面通常采用球头铣刀加工,但球头铣刀头部切削速度为零,刀槽很浅,切削条件差。另外球头刀成形很困难,需采用多坐标联动专用数控工具磨床。球头铣刀的加工余量也较大,因为在切削过程中,刀刃高速回转形成的回转面在每一次行程中产生一个条形包络曲面,整个被加工曲面就是这些条形包络曲面的包络。由于在垂直于进给方向的法截面上,条形包络面的法曲率无法随被加工曲面的几何形状而改变,为了避免在某些部位发生干涉,刀具半径一般取得较小,对于曲面的绝大部分面积来说,条形包络面与理论曲面间的诱导法曲率是较大的,为获得较小的残留面积高度,刀具的轨迹就必须在曲面上排得很密,占用大量昂贵机时,并使数控程序变得冗长而易于出现错误。文献[1]提出用圆柱铣刀或圆锥盘铣刀的外圆周在三坐标联动机床上加工自由曲面的理论,但在三坐标下加工时切削余量比球头刀大。

目前五坐标数控机床正越来越多地被应用于加工复杂曲面,并取得一定成效^[2~4]但缺乏系统的严密的理论和确切的算法。诚然有些文献提出“后跟角”的确定等,也能获得一些规律性和指导性的原则,但基本上依赖计算机大量试算,因而远未能发挥五轴联动机床的潜力。本文利用曲线与曲面之间可以比曲面与曲面之间贴得更紧密的特点,创造性地把微分几何曲线与曲面之间的“切触”概念应用于曲面数控加工,提出用圆柱铣刀或圆锥盘铣刀的外圆周加工复杂曲面的三阶切触原理(如图1)。

1 曲线与曲面之间的切触

由微分几何,设曲面

$$F(x, y, z) = 0$$

和曲线

$$x = x(\theta) \quad y = y(\theta) \quad z = z(\theta)$$

建立函数

$$(\theta) = F(x(\theta), y(\theta), z(\theta))$$

* 1998年12月17日收稿

第一作者:李国顺,男,1962年生,讲师

如在某一点 $\theta = \theta_0$, $(\theta) = 0$, 则说明在点 $[x(\theta), y(\theta), z(\theta)]$ 曲线与曲面有公共点, 又称 θ 阶“切触”; 如 $(\theta) = 0$, 则说明在点 $[x(\theta), y(\theta), z(\theta)]$ 曲线与曲面相切, 又称1阶“切触”。

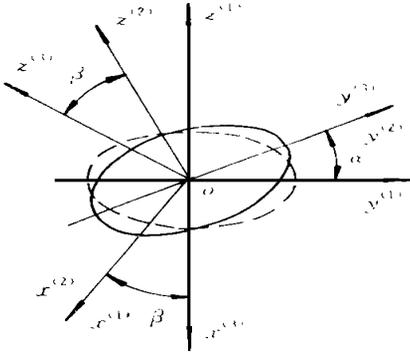


图1 刀具与曲面的三阶切触

Fig1. Third-order contact between cutter and camber

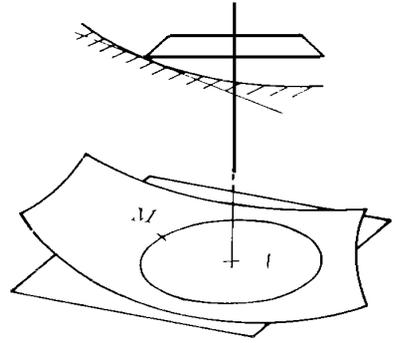


图2 坐标系

Fig2. System of coordinates

推而广之, 如从1阶直到 N 阶导数均为0,

$$(\theta) = (\theta) = \dots \dots \dots (n)(\theta) = 0$$

而 $N+1$ 阶导数不为0, 即 $(n+1)(\theta) \neq 0$, 则曲线与曲面在 $\theta = \theta_0$ 点 N 阶切触。

2 加工坐标系的设定

为了确定工件与刀具的相对运动, 建立如图2固定坐标系: $\theta^{(0)} x^{(0)} y^{(0)} z^{(0)}$, 曲面在该坐标系下的方程可表示为

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) = \theta$$

$\theta^{(1)} x^{(1)} y^{(1)} z^{(1)}$: 刀心动坐标系, $\theta^{(1)}$ 点的坐标为 (x_c, y_c, z_c) , $x^{(1)}$ 、 $y^{(1)}$ 、 $z^{(1)}$ 与 $x^{(0)}$ 、 $y^{(0)}$ 、 $z^{(0)}$ 轴分别平行。

$\theta^{(2)} x^{(2)} y^{(2)} z^{(2)}$: 辅助动坐标系, $x^{(2)}$ 与 $x^{(1)}$ 重合, $y^{(2)}$ 与 $y^{(1)}$ 夹 α 角 $\theta^{(3)} x^{(3)} y^{(3)} z^{(3)}$: 刀具固联坐标系, $y^{(3)}$ 与 $y^{(2)}$ 重合, $x^{(3)}$ 与 $x^{(2)}$ 夹 β 角坐标变换矩阵为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(3)} \\ y^{(3)} \\ z^{(3)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha & -\sin\alpha\cos\beta \\ -\cos\alpha\sin\beta & \sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(3)} \\ y^{(3)} \\ z^{(3)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

其他类型机床, 均可转换成上述相对运动关系。

铣刀外圆在刀具固联坐标系下表示为

$$x^{(3)} = R\sin\theta, \quad y^{(3)} = R\cos\theta, \quad z^{(3)} = \theta \quad (2)$$

3 加工运动方程及其解法

将刀具外圆方程 (2) 变换到固定坐标系 (1)

$$\begin{cases} x^{(0)} = \cos\beta R\sin\theta + x_c \\ y^{(0)} = \sin\alpha\sin\beta R\sin\theta + \cos\alpha R\cos\theta + y_c \\ z^{(0)} = -\cos\alpha\sin\beta R\sin\theta + \sin\alpha R\cos\theta + z_c \end{cases} \quad (3)$$

采用五坐标联动加工, 依次给出被加工曲面上一系列加工点 $M(x_M, y_M, z_M)$, 根据刀具与曲面的接触

条件:

$$x^{(0)} = x_M, \quad y^{(0)} = y_M, \quad z^{(0)} = z_M \tag{4}$$

由于 $M(x_M, y_M, z_M)$ 为 $F(x, y, z) = 0$ 上的点, 故代入曲面方程

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) \dots 0$$

3阶切触条件:

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)})_{\theta_0} = 0 \tag{5}$$

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)})_{\theta_0} = 0 \tag{6}$$

$$F_{\theta} x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}_{\theta_0} = 0 \tag{7}$$

式 (4) ~ (7) 共6个方程, 可求解 $x_c, y_c, z_c, \theta, \alpha, \beta$ 六个未知量, 加工时需 $x_c, y_c, z_c, \alpha, \beta$ 五坐标联动。

采用四坐标半加工时, 每一行程取 z_c 为常量,

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) = 0 \tag{8}$$

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) = 0 \tag{9}$$

$$F(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}) = 0 \tag{10}$$

$$F_{\theta} x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)} = 0 \tag{11}$$

式 (8) ~ (11) 4个方程里包含 $x_c, y_c, \theta, \alpha, \beta$ 五个未知量, 其中一个为参变量, 依次代表一系列加工位置, 不妨取 x_c 作参变量, 故方程组有定解, 加工时需 x_c, y_c, α, β 四坐标联动, 完成一个行程后, 改变 z_c 再重新计算下一个行程。

4 几个比较更深入的问题

4.1 隐形数表示法

工程中的大多数曲面都是用参变量的形式: $x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v)$ 表示, 如何将其化成隐函数形式呢? 可以用二阶近似曲面的概念, 设有一个理想曲面, 它的方程为

$$z = f(x, y)$$

把 $z = f(x, y)$ 在 M 点的邻域展开

$$z = f(0, 0) + f_{xx}x + f_{yy}y + 1/2 f_{xx}x^2 + f_{xy}xy + 1/2 f_{yy}y^2 + \dots$$

略去三阶以上各项, 由于 $f_x = f_y = 0, f_{xx} = k_x, f_{xy} = \tau, f_{yy} = k_y$, 其中 k_x, k_y 分别为沿 x, y 方向法曲率, τ 为测地挠率, 故

$$z = 1/2 k_x x^2 + \tau xy + 1/2 k_y y^2$$

$$F(x, y, z) = z - 1/2 k_x x^2 - \tau xy - 1/2 k_y y^2 \tag{12}$$

4.2 加工螺旋面时的四阶切触

加工普通曲面时, 刀具只有 α, β 两个参数, 调整它与曲面之间的位置姿态, 最多只能达到3阶切触。要达到4阶切触, 只有再改变刀的半径, 但曲面形状处处不一样, 而刀的半径不可能时时改变, 故最多只能达到3阶切触。

不过在加工螺旋面时, 相对运动是螺旋面相对于自身的运动, 在空间的位置就像没运动一样。故可事先选择最佳刀盘半径, 可达到4阶切触。

4.3 圆角铣刀加工的切触

利用圆柱铣刀或圆锥盘铣刀的外圆加工有一个缺点, 即刀尖易磨损, 一般刀尖磨损后形成圆角。有的刀本身就带一定圆角, 刀具表面其实是圆环面, 但圆环面的中心线仍为圆周, 故可采用如下方法: 先作被加工曲面的等距曲面, 称为理论曲面, 两曲面间距等于圆环的截面半径 (如图3)。根据等距共轭曲面的性质, 当理论曲面与圆环中心圆切触时, 圆环面与实际曲面切触。

5 算例

现有一如图4所示曲面:

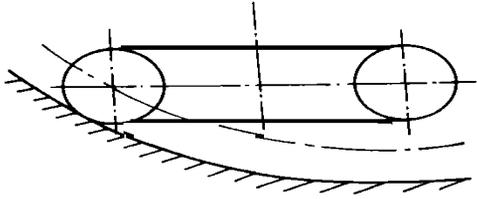


图3 两曲面间距

Fig. 3 Distance between cambers

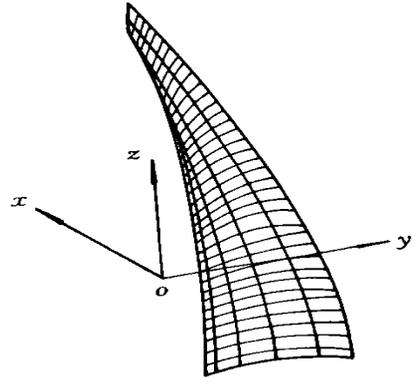


图4 加工曲面

Fig4. Machining camber

$$\begin{aligned}
 x &= u \cos v - (a + u) \frac{(a + u)/(a - u)}{\sqrt{(a + u)^2 + (a - u)^2}} \sin v \\
 y &= u \sin v + (a + u) \frac{(a + u)/(a - u)}{\sqrt{(a + u)^2 + (a - u)^2}} \cos v \\
 z &= -pv
 \end{aligned}$$

其中, $a = 10\text{mm}$, $p = 100\text{mm}$, 刀具半径 $R = 16\text{mm}$. 采用五坐标联动加工, 被加工点坐标 $M(x_M, y_M, z_M)$ 刀具中心坐标 (x_c, y_c, z_c) , 刀具轴线方向余弦 $(1, m, n)$ 的计算结果如附表所示。

附表 计算结果

Table Calculation results

x_M	y_M	x_c	y_c	z_c	1	m	n
- 1. 0833	9. 0281	- 5. 449	23. 360	5. 616	- 0. 823	- 0. 0823	- 0. 568
2. 8434	12. 8091	- 1. 126	24. 500	11. 223	- 0. 915	0. 086	- 0. 404
5. 6800	20. 8212	4. 779	29. 814	13. 203	- 0. 992	0. 060	- 0. 109
7. 9884	33. 8884	8. 025	43. 410	12. 859	- 0. 993	- 0. 097	0. 074
7. 2685	28. 2757	8. 362	37. 477	13. 044	- 0. 997	- 0. 006	0. 079

采用3阶切触方法, 使加工余量小于 0.01mm , 需走刀5次, 而采用球头刀需走刀53次, 故本文方法确实可使行程次数大幅减少。

6 结论

本文为复杂曲面加工方法的研究提出了一种新方法, 奠定了数学基础。本文所提出的理论完备、系统严谨, 改变了以往研究中靠反复试算的模式。按本文所得到的刀具运动是确定的, 同时也是余量较小和行程较少的。

参考文献

- 刘鹤然. 用圆柱铣刀和圆锥盘铣刀加工三维自由曲面的理论分析与计算. 组合机床与自动化加工技术, 1996 (11): 13~15
- 袁哲俊等. 五坐标端铣数控加工计算理论分析. 机械工程学报, 1993, 29 (1): 31~37
- Marciniak K. Influence of Surface Shape in Admissible Tool Position in S-Axis Face Milling Computer Aided Design. 1987, 19 (5): 233~236
- Kim K, Biegel J E. Integrated Approach to Sculptured Surfaces Design and Manufacture. Computer and Industrial Engineering, 1988, 14 (3): 187~192