

流动相似律研究*

陈伟芳 石于中 曹登泰 吴其芬

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

摘要 有别于经典的量纲分析方法和对流动控制方程及其定解条件的无量纲化分析方法, 论文给出了一种分析流动相似律的新思路, 亦即将复杂的流动过程分解为若干个子过程, 然后分析每一个子过程中反映其本质性态的特征量。依据这一思路导出的高超声速热化学非平衡流动相似律与文献采用经典分析方法得到的流动相似律一致。

关键词 高超声速, 热化学, 非平衡流动, 相似律, 气动物理

分类号 V211

Study of Flow's Similitude Law

Chen Weifang Shi Yuzhong Cao Dengtai Wu Qifeng

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract Being different from classic dimension analysis method and dimensionless method of flow's governing equations and its certain resolving conditions, this paper presents a new method to analyze flow's similitude law, scilicet decomposing complicated flow process to some sub-processes and analyzing characteristic quantity which represents sub-process' essence nature. According to this new method this paper presents law of similitude in non-equilibrium thermo-chemistry hypersonic flows, which is consistent with the law of similitude obtained by classic method in reference.

Key words hypersonic, thermo-chemistry, non-equilibrium flows, law of similitude, aero-physics

1 流动相似律分析方法的基本思想

以往关于流动相似律的研究是从控制方程及定解条件出发, 并正确地选取特征参考量构造定解问题的无量纲形式。在无量纲形式的表述中必然会出现一些特征参考量的无量纲组合数作为定解问题的系数。于是, 倘若存在有几何相似的两个流动, 如果作为系数的这些无量纲组合数对应相等, 那么这两个流动的定解问题的提法也相同; 因而, 定解问题的解在无量纲意义下也相等。称这样的两个流动是力学相似的。由此可知, 两个流动的力学相似律是: 出现在定解问题中的特征参考量的无量纲组合数对应相等。

存在另一种研究方法, 称为量纲分析方法。这个方法不是从定解问题提法出发, 而是基于对流体本质的认识, 将流动过程所涉及到的物理量划分成被定量和主定量两类。主定量确定了流动过程所有性态, 因此也确定了流动的解。量纲分析方法是主定量之间存在的度量关系的本质性联系出发, 确定出主定量的最大独立无关的无量纲组合作为流动相似的准则。因此, 两个流动的力学相似律是: 主定量的最大独立无关的无量纲组合相同。

事实上, 数学模型是依据于物理模型的。控制方程及定解条件仅仅是流动过程的数学表述。数学形式是否能反映物理本质, 在于它对物理过程内在规律性联系是否作出了正确的表述。当仅当数学形式反映了物理本质, 数学提法才是正确的。基于这一观点, 特别是受到量纲分析方法的启发, 论文试

* 国家部委基金项目

1998年12月5日收稿

第一作者: 陈伟芳, 男, 1970年生, 博士

质总是满足 $Pr \sim Le \sim O(1)$ 的量阶估计; 又由于 Pr 和 Le 数的小差别对流动解无明显影响, 因此粘性流体流动的粘性和传热效应以及多组元之间的扩散效应, 都仅需要考虑一个相似参数 Re 。

非平衡耗散效应是由分子热运动引起的。温度 T 是分子热运动状态的一个重要的特征量。温度越高, 分子热运动的平均速度越大, 因而耗散效应也将越显著。因此表征耗散效应的特征量必然是温度 T 的函数。在高超声速再入飞行状态下, 目标流场的温度变化很大, 因此考虑耗散随温度的变化是必要的。由分子动力论得知, 粘性系数与气体温度之间存在以下关系

$$\frac{\mu}{\mu} = C \left[\frac{T}{T} \right]^n \quad (3)$$

式中, C 是无量纲的物性常数, 对于不同介质取不同的值。指数 n 是与分子模型相关联的常数, 对于硬球分子模型 $n = 0.5$, 对于经常出现于理论研究的麦克斯韦分子模型 $n = 1$, 而对应于数值计算采用的萨斯兰公式 $n \sim 1.5$ 。为了简便, 取 $n = 1$, 并将(3)式代入 $\frac{\mu}{\rho}$ 中, 用 $\frac{U^2}{L}$ 作为温度 T 的特征参考量, 得以下组合相似参数

$$\bar{U} = \frac{\overline{C M}}{Re} \quad (4)$$

这是在高超声速实验模拟中通常应用的相似参数。值得提请注意的是, 即使在高温状态下, 仍有 $Pr \sim Le \sim O(1)$, 因而 Pr, Le 通常不当作为重要的相似参数进行模拟。

3 热化学非平衡流动

从化学动力论考察, 包括振动能量松弛、电子能量松弛在内的化学反应是由分子间碰撞引起内自由度的激发。能量松弛、离解、电离以及交换原子反应是二体碰撞过程; 单原子分子的复合反应则是三体碰撞过程。这些热化学反应的非平衡过程可用松弛时间 τ 表征。

二体碰撞化学反应的动力学方程可表示成以下形式

$$\frac{dn_a}{dt} = K_f n_a n_m \quad (5)$$

式中, K_f 为化学反应速率常数, n 表示化学反应物的数密度, 下标 a 表示反应物, m 表示催化物。由(5)式得知, 反应速率常数越大, 反应几率越大, 反应过程越快; 催化物的数密度越大, 碰撞几率越大, 反应过程也越快。因此二体碰撞化学反应特征时间 τ 与 $K_f n_m$ 成反比例, 亦即

$$\tau = (K_f n_m)^{-1} = \left(n_m C_f T^a e^{-\frac{E_f}{kT}} \right)^{-1} \quad (6)$$

在得到(6)式时, 已用到了化学反应速率常数 K_f 的表达式 $K_f = C_f T^a e^{-\frac{E_f}{kT}}$, 式中 C_f, a, E_f 对于不同的化学反应物和化学反应取不同值。分别取 ρ, U, L, T 作为特征参考量无量纲化(6)式, 得

$$\bar{\tau} = \frac{\rho L T^a}{U} \frac{M_m^{-1} e^{\frac{E_f}{kT}}}{n_m C_f T^a} \quad (7)$$

式中, 上标“ $\bar{\quad}$ ”表示无量纲量, M_m 为催化物分子量。由(7)式立即得到二体碰撞化学反应的相似参数是

$$H_2 = (\bar{\tau})_2 = \frac{\rho L T^\alpha}{U} \quad (8)$$

三体碰撞化学反应的动力学方程可表示成以下形式

$$\frac{dn_a}{dt} = K_b n_a^2 n_m \quad (9)$$

类似于对二体碰撞化学反应的分析, 可以得到化学反应松弛时间 τ 和 K_b, n_a 和 n_m 的关系为

$$\tau = (K_b n_a n_m)^{-1} = \left(n_a n_m C_b T^\beta e^{-\frac{E_b}{kT}} \right)^{-1} \quad (10)$$

式中, $K_b = C_b T^\beta e^{-\frac{E_b}{kT}}$, C_b, β, E_b 对于不同的化学反应物和化学反应取不同值。用特征参考量无量纲化

(10) 式得

$$\bar{\tau} = \frac{\rho^2 L T^\beta}{U} \frac{M_a^{-1} M_m^{-1} e^{\frac{E_f}{kT}}}{\bar{n}_a \bar{n}_m \bar{C}_b T^\beta} \quad (11)$$

式中, M_a 为反应物分子量。

由 (11) 式得三体碰撞化学反应的相似参数是

$$H_3 = (\bar{\tau})_3 = \frac{\rho^2 L T^\beta}{U} \quad (12)$$

高超声速再入流场的高温气体是多组元气体, 经历有许多种可能的二体和三体碰撞反应。对于如此众多的化学反应, 要同时满足相似参数 (8)、(12), 首先的必要条件是组成高温气体的组元必须完全相同。这一条件要求来流温度 T 、来流马赫数 M 和来流流动介质必须相同。在这一前提下, 由 (8) 和 (12) 式分别得到

$$\text{二体碰撞化学反应相似参数: } H_2 = \rho L \quad (13)$$

$$\text{三体碰撞化学反应相似参数: } H_3 = \rho^2 L \quad (14)$$

一般来说, 除了来流密度 ρ 和物体特征长度 L 对应相等, 即同一一流场流动之外, 同时满足相似参数 (13)、(14) 是不可能的, 这就证明了 Gibson 和 Marrone^[2] 关于热化学非平衡流动相似律的观点。由 (13)、(14) 式表示的化学反应流动相似参数与文献 [1] 得到的结果相一致。由于在这里并没有将能量松弛过程排除在化学反应之外, 也没有针对具体化学反应数目以及化学反应物数目, 因此这一结论适合于热化学非平衡的任何组元和任何化学反应类型。

4 相似律研究在气动物理地面模拟试验中的应用

对于高超声速再入流场, 按照上面各节的讨论, 为了模拟最为关心的再入飞行器流场的光电特性, 必须满足的相似参数有

$$M, \frac{\bar{C}M}{Re}, T, \rho L, \rho^2 L \quad (15)$$

正如 Gibson 等人已指出的那样, 除非进行全尺寸的模拟, 即实际飞行试验, 同时满足 (15) 式给出的所有相似参数的地面模拟试验是不可能的。在高超声速再入流场中, 热化学非平衡反应是以二体碰撞为主导的反应, 因而在实施地面模拟试验时, 可以不考虑流场中存在着弱的三体碰撞引起的化学复合反应。这样, (15) 式中最后一个相似参数可不必考虑。将前四个相似参数改写成等价的形式

$$U, T, \rho L \quad (16)$$

在特定的试验设备, 比如弹道靶中, 同时满足 (16) 式给出的相似参数还是有一定可能的。

5 结论

所有流动过程总可以分解为若干个相互联系而又相对独立的子过程, 每一个子过程都存在描述这一过程的特征量。倘若存在有几何相似的两个流动, 那么这两个流动同时又是力学相似的充分必要条件是描述整个过程的所有子过程的无量纲特征量对应相等。这样两个流动的力学相似律也可表述为所有子过程的无量纲特征量对应相等。论文依据这一思路导出了高超声速热化学非平衡流动的相似律。其内容为: 在相同流动介质条件下, 同时考虑二体和三体碰撞反应的相似参数为: $M, \frac{\bar{C}M}{Re}, T, \rho L, \rho^2 L$; 忽略三体碰撞的相似参数为 $U, T, \rho L$ 。上述相似律与文献 [1] 得到的相似律一致。

参考文献

- 张涵信. 真实气体流动的相似规律. 空气动力学学报, 1990, 8 (1)
- Gibson W E, Marrone P V. A Similitude for Non-equilibrium Phenomena in Hypersonic Flows. AGAR Dograph 68, Pergamon Press, 1964
- 泽尔道维奇 Π , 莱依捷尔 III . 激波和高温流体动力学现象物理学. 张树材译, 北京: 科学出版社, 1980