

电流变流体夹心梁的优化控制*

李道奎 张钟利

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

杨光松

(北京清河大楼子七 北京 100085)

摘要 电流变流体的流变性质和力学性质在电场里随电场强度的变化而实时地、可逆地发生变化,这一特点使得它在自适应结构中的应用受到越来越多的重视。电流变流体夹心梁是在两弹性层间夹入一层电流变材料,通过控制电流变材料屈服前的流变性质和力学性质来达到控制整个复合梁的动态响应。本文通过建立两端简支的电流变流体夹心梁的结构模型,模拟分析了复合梁的动态响应及不同激励频率下的优化电场。

关键词 电流变流体夹心梁, 模型, 复模量, 优化控制

分类号 O34

Optimal Controlling of Electrorheological sandwich beam

Li Daokui Zhang Zhongli

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

Yang Guangsong

(Qinghe Building Ziqi, Beijing, 100085)

Abstract Electrorheological (ER) materials experience real-time and reversible changes in rheological and mechanical properties when subjected to electrical fields, which draw much attention to the use of ER materials in adaptive structures recently. ER sandwich beam is composed of two elastic layers and sandwiched ER layer. By controlling the pre-yield rheological and mechanical properties of ER materials, the dynamical response of the composed beam is then controlled. In this paper, ER sandwich beam simply supported at two ends is modeled. The dynamical response of ER sandwich beam and the optimal electrical fields corresponding to different frequency are analyzed.

Key words electrorheological sandwich beam, model, complex module, optimal control.

各种结构中都有着一定的阻尼,且其形式有多种。粘弹性材料作为一种阻尼材料用于结构中就是其中之一。它有两种构型:剪切构型和拉伸构型。简言之,粘弹性材料主要发生剪切变形的结构构型称为剪切构型;粘弹性材料主要发生拉压变形的结构构型称为拉伸构型。本文用 RKU 模型研究电流变体作为粘弹性阻尼材料用于剪切构型的自适应结构梁。

RKU 模型考虑一个简单的 Euler-Bernoulli 梁的典型 Lagrangian 四阶微分方程,引进了阻尼复合结构复弯曲刚度的概念。电流变材料的流变性质研究至今,基本上认为:对于小变形,它具有与许多其他粘弹性材料相似的优秀的线性剪切特性。基于此认识,这个多年前发展的模型具有应用于电流变材料自适应结构的潜在可能。

RKU 模型中的三层梁构型如图 1,假定梁内没有剪切和旋转惯性效应。这个假设大大减小了拉格

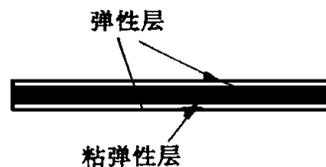


图 1 三层梁的 RKU 模型图

Fig. 1 RKU mode of three-layer beam

* 1998 年 9 月 20 日收稿
第一作者: 李道奎, 男, 1971 年生, 博士生

朗日形式微分方程的复杂性。并假定弹性层和粘弹性层间无滑移, 剪切变形在夹心层中是确定的, 两弹性层为同一材料且横向位移相同。由于弹性层的弹性模量比粘弹性层的高几个数量级, 因此作用在粘弹性层上的正应力与作用在弹性层上的正应力相比可以忽略不计。这个方法中, 横截面的中性轴随梁的振动频率而变化。

RKU 模型的应用很方便, 但也有它的局限性。它的主要局限性也在于它的基本假设——三层复合板承受同一运动。这个模型借用薄板理论, 即假设厚度比各种类型波动(包括弯曲、拉伸和剪切)的波长小得多。基于这个假设, RKU 模型能很好地预测低频响应, 而对高频响应的预测不够准确。

1 模型的建立

这里首先考虑一弹性梁, 它的宽度和厚度尺寸与跨度尺寸相比小得多。因此, 可忽略质量转动惯性和剪切惯性的影响。在拉格朗日运动方程中, 剪切变形的影响和转动惯性效应分别在势能项和动能项里。另外, 不考虑梁内的纵向位移。从而将推出梁的无阻尼横向振动微分方程表达式简化为:

$$B \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (1)$$

这里, $w(x, t)$ 是横向位移, B 是横截面的弯曲刚度, $m(x)$ 是单位长度的质量, $f(x, t)$ 是激励力函数。

对电流变材料夹心梁(下面简称电流变梁)如图 2, 还有另外一些基本假设: 1). 弹性层与电流变材料层之间没有滑移; 2). 三层的横向位移 $W(x, t)$ 相同; 3). 电流变材料层里没有正应力, 而弹性层内没有剪应力; 在满足这些基本假设的基础上, 为了将(1)应用于有阻尼的电流变梁, 必须考虑结构中的粘弹性耗损。在这里引进复弯曲刚度:

$$B^* = B_{re}(1 + i\beta) \quad (2)$$

B_{re} 作为 B^* 的实部, 反映复合梁的弹性特性; β 是结构耗损因子, 反映复合梁的阻尼性质。由于梁是由弹性层和电流变粘弹性层组成的复合梁, B_{re} , β 都是所有层的弹性模量、耗损模量和几何关系的函数。

在 RKU 模型分析中, 通过假定复合梁的各层皆为完全弹性层来推导梁的整体弯曲刚度。当考虑粘弹性层时, 将粘弹性层的实模量 G 用对应的复模量 G_2^* 代替即可。Ross^[7] 对三层夹心复合梁的复弯曲刚度有详细的推导, 在这里将它用于电流变梁。所得结果为:

$$B^* = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_1 H_1 H_{10}^2 + E_3 H_3 H_{30}^2 \frac{E_2 I_2 H_{31} - D}{H_2 (1 + g)} \left[\frac{E_2 H_2}{2} H_{20} + E_3 H_3 H_{30} \right] \frac{H_{31} - D}{1 + g} \quad (3)$$

这里, $D = \frac{E_2 H_2 (H_{21} H_{31} / 2) + g(E_2 H_2 H_{21} + E_3 H_3 H_{31})}{E_1 H_1 + E_2 H_2 / 2 + g(E_1 H_1 + E_2 H_2 + E_3 H_3)}$, $g = \frac{G_2^*}{E_3 H_2 H_3 \lambda^2}$, E_i 代表第 i 层弹性模量, H_i 代表第 i 层的厚度, g 是剪切参数, H_{ij} 是 i, j 两层中面间的距离, H_{i0} 是第 i 层中面与梁中性层间的距离, I_i 代表第 i 层的惯性矩, G_2^* 是电流变材料层的复剪切模量, 它将控制梁的振动响应。

用式(2)中的 B^* 代替式(1)中的 B , 就得到电流变梁横向振动的运动微分方程。

$$B_{re}(1 + i\beta) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (4)$$

2 模型的求解

为求得电流变梁各阶振型, 先考虑自由振动的情况, 即 $f(x, t) = 0$

$$B_{re}(1 + i\beta) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

设方程(5)的解为:

$$w(x, t) = W(x) e^{i\omega t}$$

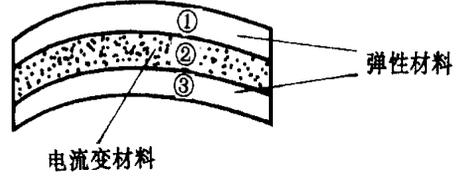


图 2 电流变材料夹心梁结构示意图

Fig. 2 Structure of electrorheological sandwich beam

代入(5)式,从而可得固有频率 $\omega = \lambda^2 \frac{Bre}{m(x)}$, 以及固有振型为

$$W(x) = A \sin \lambda x + B \cos \lambda x + C \sinh \lambda x + D \cosh \lambda x \tag{7}$$

其中, $\lambda = r\pi/L$, L 是梁的长度, r 为模态标示数。

考虑简支边界条件 $w(x, t) = 0, w'(x, t) = 0$, 即: $W(x, t) = 0, W'(x, t) = 0$, 可得 $B = 0, C = 0, D = 0$ 。式(5)变为

$$W(x) = A \sin \lambda x \tag{8}$$

为求出振动方程(4)的解,可采用振型叠加法。复合梁横向振动的通解可由下式表示:

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} W_r(x) \eta_r(t) \tag{9}$$

将上式代入振动微分方程(4),再由模态的正交性可得:

$$\eta_r(t) + (1 + i\beta) \omega^2 \eta_r(t) = \int_L f(x, t) W_r(x) dL(x) \tag{10}$$

由(10)的形式可以知道,无论激励力的形式如何(如:分布力、集中力等),只要方程(10)右端的积分存在,则就可解。这里假设激励力为多个不同频率的简谐集中力,即设:

$$f(x, t) = \sum_{j=1}^n F_j \delta(x_j) e^{i\Omega_j t} \tag{11}$$

将式(11)代入式(10)得:

$$\eta_r(t) + (1 + i\beta) \omega^2 \eta_r(t) = \sum_{j=1}^n [F_j W_r(x_j)] e^{i\Omega_j t} \tag{12}$$

设:
$$\eta_r(t) = \sum_{j=1}^n \eta_{rj} e^{i\Omega_j t} \tag{13}$$

代入方程(11)得:

$$\eta_{rj} = \frac{F_j W_r(x_j) e^{i\varphi_j}}{(\omega^2 - \Omega_j^2)^2 - (\omega^2 \beta)^2} \tag{14}$$

其中, $\varphi_j = \tan^{-1} \frac{\omega^2 \beta}{\omega^2 - \Omega_j^2}$ 。

对于宽度和厚度不变的梁来说, $m(x)$ 为常数。由模态的正交性可得: $A^2 = 2/Lm(x)$ 。将式(13)代入式(12)再代入式(6)得到三层夹心复合梁横向振动微分方程的解为:

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \sin \frac{r\pi x}{L} \sum_{j=1}^n \frac{2F_j \sin \left(\frac{r\pi}{L} x_j \right) e^{i\varphi_j} e^{i\Omega_j t}}{Lm(x) \left[(\omega^2 - \Omega_j^2)^2 + (\omega^2 \beta)^2 \right]} \tag{15}$$

3 模拟计算结果及讨论

在本文计算中,两弹性层厚度相同,且同为铝合金材料(LY-12),其弹性模量 $E = 7 \times 10^{10}$ Pa; 粘弹性层采用 Lord 公司的一种电流变材料,其弹性模量与弹性层的弹性模量相比可以忽略不计,复模量 G^* 是 Don^[8] 在 1993 年实验测定的。 G^* 由实部和虚部两部分组成,实部 G' 称为剪切贮能模量,虚部 G'' 称为剪切耗损模量。Don 测定的剪切贮能模量结果为: $G' = CV^2$ 其中, V 为施加在电流变材料上的电场强度,单位为 kV/mm, C 为材料常数。同时, Don 还测定剪切耗损模量 G'' , 当电场强度较大时,它相对于剪切贮能模量来说很小。本文剪切耗损模量将采用式 $G'' = 2600V + 1700$, 此关系式的计算结果与 Don 的实验结果相差不大,而且可以使阻尼效应实时地随电场强度的变化而变化。

计算中的电流变梁的基本尺寸为:梁的有效长度 $L = 318$ mm, 宽度为 $W = 25.4$ mm, 两层弹性层的厚度相同 $H_1 = H_2 = 0.79$ mm, 电流变层的厚度为 $H_3 = 0.38$ mm, 如图 2。

计算内容包括:同一电场下、不同时刻梁上各点的横向位移;不同电场中横向位移与激励频率的关系;不同激励频率下的优化电场。下面分别给出计算结果并加以讨论。

3.1 有场时不同时刻梁上各点的横向位移

当 $V = 2.5 \text{ kV/mm}$ 时, 在距电流变梁端点 110 mm 处施加频率为 100 Hz 的简谐力, 取材料常数 $C = 15340$, 计算在时刻 $T = 0.001, 0.003, 0.006, 0.01$ 和 0.03 s 时梁上各点的横向位移, 所得结果如图 3。从图中可以看出梁上各点的振动的振幅及其周期运动, 当两次时间差为一个或多个周期时, 梁上各点的位移是相同的 ($T = 0.01$ 与 $T = 0.03$ 相差两个周期)。由于 100 Hz 与梁的一阶固有频率最接近, 因此, 在振型叠加中, 一阶振型起了决定性作用, 梁上各点横向振动的位移构成了一个波长。

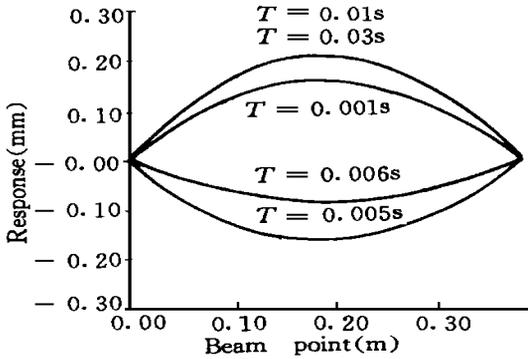


图 3 不同时刻梁上各点的横向位置

Fig. 3 Transversal displacement of beam point at varying time

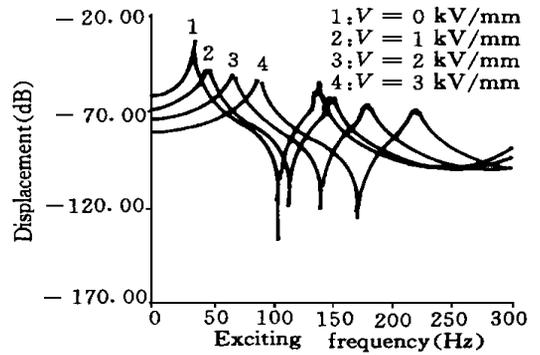


图 4 电流变梁的频率响应

Fig. 4 Frequency response of electrorheological beam

3.2 不同电场里横向位移与激励频率的关系

在距电流变梁端点 110 mm 处施加频率不同、振幅相同的简谐力, 对不同的电场 $V = 0, 1, 2, 3 \text{ kV/mm}$, 计算距梁端点 230 mm 处的响应。计算频率范围为 $0 \sim 300 \text{ Hz}$, 两点间隔 1.5 Hz , 取材料常数 $C = 15340$, 梁横向振动的响应作为激励频率的函数得出计算结果如图 4。在图 4 中, 各曲线的峰值对应的横坐标皆代表结构对应的共振频率。从图 4 中可以看出, 共振频率随着电场强度的增大而增大, 但振幅却随之降低。这说明了由于电流变效应的存在, 结构的实刚度和耗损因子随电场强度的增大而增大。

3.3 不同材料常数下横向位移与激励频率的关系

电流变材料的研究发展至今, 它的性能还不能完全确定。在这里, 结合本模型中的对电流变材料性能的假设, 仅对不同的材料常数 $C = 5000, 15340, 50000, 100000$, 分别计算梁的横向振动与激励频率的关系。计算中, 电场强度 $V = 2.5 \text{ kV/mm}$, 激励点 $x = 110 \text{ mm}$, 响应点 $x = 230 \text{ mm}$ 。计算结果如图 5。从图中看出, 材料常数对电流变梁的频率响应影响较大。随着 C 的增大, 梁的共振频率和响应的振幅皆增大, 共振频率增大得很快, 而响应的振幅增大很小。这是由于 C 增大时, 梁的实刚度增大, 而耗损因子减小。

3.4 各激励频率下的优化电场

建立电流变梁模型的最终目的是为了优化控制, 即在各种激励频率下, 寻求最优的控制电场, 使得电流变梁的固有频率远离激励频率, 避免出现共振现象, 从而减小梁的横向振动的幅度。本文的计算过程为: 对同一激励频率, 计算梁各点 (间隔 1 mm) 在不同电场下 ($0 \sim 3.5 \text{ kV/mm}$, 间隔 0.1 kV/mm) 横向振动振幅的最大值; 然后寻找这些最大值中的最小值对应的电场, 即为此激励频率下的最优电场; 增大激励频率 ($0 \sim 540 \text{ Hz}$, 间隔为 3 Hz), 再计算下一激励频率下的最优电场; 最后得到不同频率下的优化电场, 结果如图 6。从图中可以看出, 每一激励频率对应于一优化电场, 优化电场与激励频率之间的函数关系曲线为多个梯形状曲线, 且具有一定的周期性。可以预料, 如果计算中电场强度范围的上限更大一些时, 梯形状曲线将变成三角曲线, 但这样扩展的实际物理意义不大。

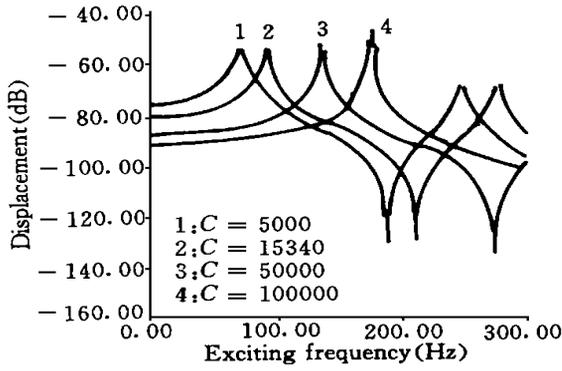
图5 不同材料常数下梁的频率响应($x = 230$)

Fig. 5 Frequency response of beam vs material constant

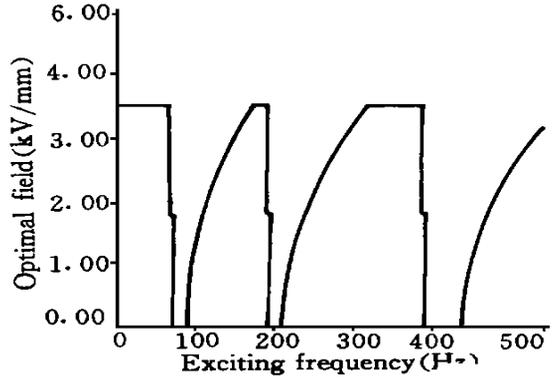


图6 各激励频率下对应的优化电场

Fig. 6 Optimal electric field vs exciting frequency

4 结论

电流变梁在外激励作用下的横向振动的波形由外激励频率决定, 振幅由激励频率和幅度共同决定; 电流变梁的共振频率随电场强度的增大而增大, 但振幅随之减小; 随着电流变流体材料常数的增大, 电流变梁的横向振动响应的共振频率和振幅皆增大, 但共振频率增大得很快, 而响应的振幅增大很小; 电流变梁在各激励频率下的优化电场具有一定的周期性, 每一周期内的曲线形状为一曲边梯形。

参考文献

- 1 Mead D J, Markus S. The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions. *J. Sound and Vib.* 1969, 2: 163 ~ 175
- 2 Mead D J, Markus S. The damping properties of elastically supported sandwich plate. *J. Sound and Vib.* 1972, 24: 275 ~ 295
- 3 Han L, Voloshin A, Yalcintas M, Counter J. Electrorheological adaptive structures with embedded sensing and control. *Proceedings of the SPIE Smart Structures and Intelligent Systems*, 1994: 2 ~ 12
- 4 Yalcintas M, Counter J, Don D L. Structural modeling and optimal control of electrorheological material based adaptive beams. *Smart Mat. Struct.* 1994, 4: 207 ~ 214
- 5 Yalcintas M, Counter J. An adaptive beams model with electrorheological material based applications. *J. Intell. Mat. Sys. Struct.* 1995, 4: 488 ~ 497
- 6 Lee C Y. Finite element formulation of a sandwich beam with embedded electro-rheological fluids. *J. Intell. Mat. Sys. Struct.* 1995, 5: 718 ~ 728
- 7 Ross D, Unger E E, Kerwin J E M. Damping of plate flexural vibration by means of viscoelastic lamina. *Structure Damping*, 1959, Section 3
- 8 Don D L. An investigation of electrorheological material adaptive structure. Master Thesis, Lehigh University, 1993
- 9 Don D L, Counter J. An analytical and experimental investigation of electrorheological material based adaptive beam structure. *J. Intell. Mat. Sys. Struct.* 1995, 6: 846 ~ 853