

# 利用 GPS 载波相位测量快速确定动态载体姿态及精度分析\*

赵健康

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

**摘要** 本文针对高动态飞行器的姿态测量中,采用 GPS 载波相位测量来确定姿态的原理,以及相关关键技术问题作了深入研究,提出了利用空间几何约束原理来实现高动态飞行器等载体的姿态快速测量,从而达到实时定姿的目的。同时本文针对动态仿真数据进行了大量的仿真计算及精度分析。

**关键词** 载波相位, 高动态, 姿态测量

**分类号** V249

## Precision Analyse and Speed Determining Attitude of High Dynamic Carrier Using GPS Carrier Wave Measuring

Zhao Jiankang

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** In this paper, the principle of determining attitude of high dynamic carrier with GPS carrier-wave phase measurement, and its pivotal correlation technology has been deeply studied. In order to achieve the aim of synchronism, a method of realizing the speedy determining attitude with space geometry restrain has been presented. Moreover, we carry out a large number of simulation calculation and precision analyse.

**Key words** carrier-wave phase, high dynamic carrier, determining attitude

目前卫星导航定位系统具有很大的应用前景, GPS 导航、定位应用已进入到相当成熟的阶段。国外有关利用 GPS 载波相位测量进行姿态确定也日趋成熟, 开发了三维姿态确定的一些成果。国内也有一些研究者在研究 GPS 姿态确定的算法方面的工作。就国内目前研究报道情况来看, 对高动态载体而言, 其实时性较差。而飞机、卫星、导弹等飞行器, 特别是导弹这样的高动态飞行器, 在姿态控制方面, 若利用 GPS 来确定其姿态就必须保证全面实时。国外对于 3DF ADU 的 GPS 姿态测量虽然解决了一些难题, 但在初始时候以及周跳发生时, 必须在  $1 \sim 2s$  确定其整周模糊数, 这样, 对于很高动态情况下就不是很适合了。为此, 本文针对导弹等极高动态飞行器的姿态确定的实时性要求, 采用几何约束原理解决了影响 GPS 对高动态载体姿态测量技术中的难题: 载波相位整周模糊数的快速确定问题, 因而避免了由丢失卫星引起的周跳的修正等问题。就目前大量的仿真结果来看, 其实时性可满足高动态载体的姿态确定的要求。

### 1 姿态确定原理

本文主要就三天线 GPS 载波相位测量来确定载体姿态的情况进行研究。若每副天线都安装在载体刚性平台上, 同时, 为了确定载体姿态, 三副天线中每副天线都必须同时测量四颗以上卫星, 这样, 通过测量四颗的载波相位来确定天线阵的姿态就可以知道载体平台的姿态。

#### 1.1 定姿原理

由观察时刻  $T_i$  以及卫星星历可以求出卫星的位置, 加上 A 天线的 C/A 码测量的位置, 这样就可以列出如下表达式。

\* 1998 年 4 月 15 日收稿

第一作者: 赵健康, 男, 1966 年生, 讲师

天线  $A$ 、 $D$  相对于卫星  $i$  的载波相位单差

$$\phi_D = \frac{1}{\lambda} \mathbf{r}_A^i \cdot \mathbf{X}_{AD} + N_{AD}^i + \epsilon_{iD}^i$$

式中,  $\phi_D$  为天线  $A$ 、 $D$  的载波相位测量值的小数位之差,  $\lambda$  为载波波长,  $\mathbf{r}_A^i$  为天线  $A$  到卫星  $i$  的单位矢量,  $N_{AD}^i$  为天线  $AD$  基线与卫星  $i$  的载波相位偏差的整周模糊数,  $\epsilon_{iD}^i$  为天线  $AD$  相对于卫星  $i$  的载波相位测量误差。

同理天线  $A$ 、 $D$  相对于卫星  $j$  的载波相位单差

$$\phi_D = \frac{1}{\lambda} \mathbf{r}_A^j \cdot \mathbf{X}_{AD} + N_{AD}^j + \epsilon_{iD}^j$$

由此可知, 天线  $A$ 、 $D$  相对于卫星  $i$ 、 $j$  的载波相位双差

$$DD_1 = \frac{1}{\lambda} (\mathbf{r}_A^i - \mathbf{r}_A^j) \cdot \mathbf{X}_{AD} + N_{AD}^{ij} + \epsilon_{iD}^{ij}$$

式中

$$N_{AD}^{ij} = N_{AD}^i - N_{AD}^j, \quad \epsilon_{iD}^{ij} = \epsilon_{iD}^i - \epsilon_{iD}^j$$

若由基线  $AD$  同时测量 4 颗以上卫星 ( $i, j, k, \dots$ ) 载波相位, 那么, 就可以得到如下矩阵方程:

$$DD = \mathbf{H} \mathbf{X}_{AD} + \mathbf{N} + \epsilon$$

式中

$$DD = \begin{bmatrix} DD_1 \\ DD_2 \\ DD_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_A^i - \mathbf{r}_A^j)^T \\ (\mathbf{r}_A^i - \mathbf{r}_A^k)^T \\ (\mathbf{r}_A^i - \mathbf{r}_A^m)^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_{AD} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X}$  为基线  $AD$  的矩阵。这样, 有估计值与方差:

$$\mathbf{X}_{AD} = (\mathbf{H}^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{G}^{-1} (DD - \mathbf{N})$$

$$\Sigma_{AD} = (\mathbf{H}^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{H})^{-1}$$

其中,  $G = \text{Var}[\epsilon]$

对于  $AC$  基线而言, 同样可有上述表达式, 这样, 当知道相位偏差整周模糊数就可以确定基线  $AD$ 、 $AC$  的方位, 可求天线阵(载体)的姿态。

载体姿态定义为载体平台坐标系相对于当地东北上坐标系的方位, 且定义载体平台坐标系与当地东北上坐标系重合时为零姿态。设平台固连的坐标系为  $BCS$ , 平台纵轴为  $X$  轴 ( $AD$  基线), 如图 2。当地东北上坐标系为  $BDS$ , 它的  $Y$  轴指正北,  $Z$  轴指上。这样, 载体平台姿态 ( $\varphi, \psi, \gamma$ ) 为  $BCS$  和  $BDS$  之间的旋转角 ( $\varphi$  为俯仰角,  $\psi$  为偏航角,  $\gamma$  为滚动角)。

若  $AD$  基线在  $BCS$  中坐标为  $(L_{AD}, 0, 0)$ , 则在  $BDS$  中坐标为  $(X_{AD}, Y_{AD}, Z_{AD})$ 。  $AC$  基线位于  $BCS$  坐标系  $XY$  平面内, 在  $BDS$  中坐标为  $(X_{AC}, Y_{AC}, Z_{AC})$ , 故有:

$$\begin{cases} \phi = \arctan \left( \frac{Y_{AD}}{X_{AD}} \right) \\ \psi = \arctan \left( \frac{Z_{AD}}{X_{AD} \cos \phi + Y_{AD} \sin \phi} \right) \\ \gamma = \arctan \left( \frac{Z_{AC}}{Z' - L_{AD}} \right) \end{cases}$$

式中,  $L_{AD}$  为基线  $AD$  长度;  $X', Y', Z'$  为  $F'$  的坐标分量;  $F' = X_{AD} \times X_{AC}$ ;  $X, Y, Z$  为  $F$  的坐标分量;  $F = X_{AD} \times F'$ 。

定义

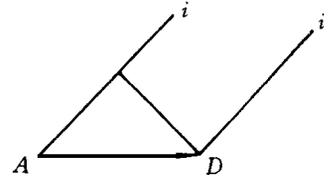


图 1 天线  $AD$  与卫星的方位图  
Fig. 1 The orientation relation of antenna  $AD$  and satellite

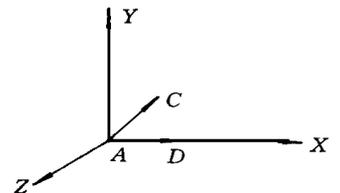


图 2 载体平台坐标系  
Fig. 2 carrier flat coordinate system

$$M_\phi = \frac{\partial \phi}{\partial X_{AD}^T}, M_\Psi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi}{\partial A_D} & \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \end{bmatrix}$$

$$M_{y1} = \frac{\partial Y}{\partial Z'} \frac{\partial Z'}{\partial X_{AD}^T}, M_{y2} = \frac{\partial Y}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial X_{AD}^T}$$

$$M_{y3} = \frac{\partial Y}{\partial Z'} \frac{\partial Z'}{\partial X_{AC}^T}, M_{y4} = \frac{\partial Y}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial X_{AC}^T}$$

则有姿态角的精度

$$\sigma_\phi = (M_\phi \Sigma_{AD} M_\phi^T)^{1/2}, \sigma_\Psi = \left( M_\Psi \begin{bmatrix} \Sigma_{AD} & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 \end{bmatrix} \right)^{1/2}, \sigma_Y = (\sigma_{y1} + \sigma_{y2})^{1/2}$$

$$\sigma_{y1} = (M_{y1} + M_{y2}) \Sigma_{AD} (M_{y1} + M_{y2})^T, \sigma_{y2} = (M_{y3} + M_{y4}) \Sigma_{AD} (M_{y3} + M_{y4})^T$$

### 1.2 相位偏差整周模糊数的快速选取

从上述原理可知,求解载体姿态的关键就是求解相位偏差整周模糊数的问题。就目前的方法主要有:(1)搜索与已知数据最优拟合的相位偏差模糊数。(2)利用载波相位平滑伪距求解。第一种方法,就目前而言,如果不改变构成模糊数的解集的结构,其搜索时间很长。而第二种方法,对于高动态而言,不易满足平滑数据的条件,而且,它只是缩小了模糊数解集的范围,并没有改变模糊数解集的结构,因而其实时性也很差。为了快速求解模糊数,本文开发了一条快速而简易的方法:利用空间几何约束原理对模糊数的解集结构进行改进,使得其组合框架简单明了。

对于三天线A、D、C构成的天线阵而言,若选取A天线为主天线,且知道A天线的C/A码相位测量值。对于*i,j*卫星构成的卫星阵而言,因为天线阵和卫星阵的空间结构为已知,利用这两个空间结构就可以得到基线AD、AC与*A<sub>i</sub>*、*A<sub>j</sub>*的几何约束关系,这样就形成了求解姿态的模糊解集的约束条件。

例如基线AD、AC与卫星*i,j*的约束关系图如图3所示。图中*i,j*、D、C分别为*A<sub>i</sub>*、*A<sub>j</sub>*、AD、AC在以主天线A为中心的天球上的像点。定义*iD*、*jD*、*iC*、*jC*为基线AD、AC对卫星*i,j*的单差距离像。这样,我们可有约束关系:

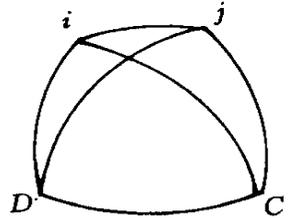


图3 天线、卫星关系图  
Fig. 3 The relation of antenna and satellite.

$$\left| \frac{\cos(iD) - \cos(jD)\cos(ij)}{\sin(jD)\sin(ij)} \right| \leq 1$$

$$\left| \frac{\cos(iC) - \cos(jC)\cos(ij)}{\sin(jC)\sin(ij)} \right| \leq 1$$

$$\cos(jC) = \cos(iD)\cos(ij) + \sin(iC)\sin(ij)\cos < Cij$$

类似,其它两两卫星可分别形成一系列的空间几何约束,通过约束就可以建立单差距离像的解集,从而转换成单差模糊数的解集。这样,我们把模糊数组合框架由多维框架改变为三维框架,而且三维框架也有空间约束。从而实现了模糊数快速选取的目的。对于2m长的基线,它们的解集可以减小到100个元素以内,即只需搜索不到100次。

因为不合适的载波相位偏差模糊数的组合会产生不良的残差,根据基线长度以及相位残差,就可以确定正确的相位偏差整周模糊数组合以及各基线的方位。

### 2 仿真实例

假设有一高动态载体,它的变化情况为

$$\begin{cases} \phi = 15 \sin i \\ \Psi = 3.6 \text{ } \rho \\ Y = 3.6 \text{ } \rho \end{cases}$$

为了仿真计算简单,本文在某一空域上有六颗卫星且知道它们的位置。同时假设主天线A的C/A码测量的误差为100m左右,载波相位测量误差为0.01周。在仿真计算中,每次对整周模糊数搜索来进

行计算。这样,得到如下结果:

1) 各姿态角的精度分析如表 1, 姿态角计算偏差如图 4 所示。

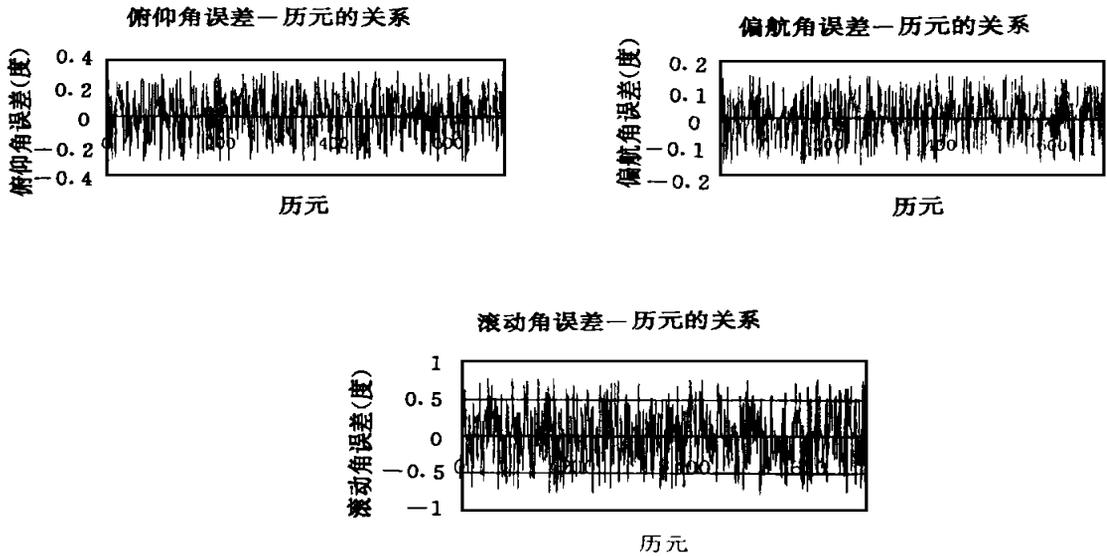


图 4 姿态角偏差差图

Fig. 4 The error of attitude

表 1 精度分析

Table 1 Precision analyse

$\sigma_\phi$	$\sigma_\psi$	$\sigma_\gamma$
$0.05^\circ$	$0.11^\circ$	$0.41^\circ$

2) 每次计算都对模糊数进行搜索, 定姿成功率在 96% 以上。同时, 每次定姿时间在 0.02s 以内。

### 3 结束语

利用 GPS 定姿在模糊数选取方面, 采用空间几何约束, 不仅可以提高计算速度, 而且省去周跳判断与修正。这样, 任何时刻只要各天线有四颗以上卫星的载波相位测量值, 就能对载体进行定姿, 也没有必要满足跟踪卫星的测量数据。同时, 由于模糊数搜索数次少, 大大地提高定姿成功率。

### 参考文献

- 1 许其凤. GPS 卫星导航与精密定位. 北京: 解放军出版社, 1994
- 2 GPS 卫星定位技术 (译文专辑). 总参测绘研究所出版, 1988
- 3 Frank Van Graas, Michael Braasch. GPS Interferometric Attitude and Heading Determination: Initial Flight Test Results JTIN, 1991, 38(4)