

# BTT 导弹自动驾驶仪的多变量频域法解耦设计\*

郭鸿武 刘明俊

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

**摘要** 研究了一种耦合严重的BTT 导弹偏航-滚动通道非方阵模型的自动驾驶仪的设计问题。首先采用内闭环回路法对模型进行了方阵化,然后采用基于奈奎斯特阵列法思想的多变量频域法进行了设计。仿真表明了自动驾驶仪设计的解耦效果明显。

**关键词** 倾斜转弯, 自动驾驶仪, 多变量频域法, 解耦设计

**分类号** V448.12, TP273

## Decoupling Design for Bank-to-turn Missile Autopilot Using Multivariable Frequency-domain Approach

Guo Hongwu Liu Mingjun

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** In this paper the method of a bank-to-turn missile autopilot design is studied. The unsquared yaw-roll channel model with serious coupling is squared by first using inner closed-loop method firstly. Then the autopilot is designed using the multivariable frequency-domain approach based on the Nyquist array method. The simulation shows the efficient decoupling.

**Key words** bank-to-turn, autopilot, multivariable frequency-domain approach, decoupling design

现代战争的技术、战术对各种机动飞行器的作用特性提出更高的要求。对于高速度、高机动的导弹,传统的侧滑转弯(STT)控制技术已不能满足其性能要求。一种新的导弹控制技术——倾斜转弯(BTT)技术,正在受到重视。

BTT 导弹能提供较大的机动过载,能提高导弹的气动稳定性,能与冲压发动机兼容进而增大射程。同时,由于这种控制技术需要导弹绕纵轴快速旋转,也导致了导弹动力学模型三通道间产生很强的耦合作用,这使得BTT 导弹自动驾驶仪的解耦设计成为亟待解决的关键问题之一。

目前,对于自动驾驶仪的解耦设计方法有多种:一是采用经典控制理论,对各通道进行独立设计后,再引入交联进行补偿<sup>[1]</sup>;二是采用各种现代控制理论进行设计,包括LQG/LTR<sup>[2]</sup>、GSLQ、H<sup>[3]</sup>、变结构自适应<sup>[4]</sup>等多种方法;三是采用多变量频域理论,将耦合的MIMO系统化为一系列的SISO系统,再用经典频域法分别设计<sup>[5]</sup>。

本文通过对某型BTT 导弹耦合严重的偏航-滚动通道自动驾驶仪设计的研究,阐述了先对模型进行方阵化,而后采用奈奎斯特阵列法进行动态预补偿器设计的方法。这种方法物理概念清晰,设计出的控制器性能良好,且结构简单、工程上易于实现。

## 1 模型方阵化

某型BTT 导弹在标称条件下俯仰通道与偏航-滚动通道耦合程度较小,可分离研究。偏航-滚动通道传递函数模型为

\* 1999年3月22日收稿

第一作者:郭鸿武,男,1973年生,博士生

$$\begin{bmatrix} \omega(s) \\ \omega_x(s) \\ \beta(s) \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \delta_y \\ \delta_x \end{bmatrix}$$

其中,  $\omega$ 、 $\omega_x$  分别为导弹偏航、滚动转动速率,  $\beta$  为侧滑角,  $\delta_y$ 、 $\delta_x$  分别为偏航、滚动舵偏角。

该导弹传递函数  $G(s)$  为  $3 \times 2$  维的非方阵。由于模型输出量多于输入量, 需要将模型传递函数化为方阵形式<sup>[6]</sup>。将  $G(s)$  表示为由主传递函数  $G_p(s)$  和辅传递函数  $G_a(s)$  组成的分块矩阵:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_p(s)_{2 \times 2} \\ G_a(s)_{1 \times 2} \end{bmatrix}$$

将由  $G_a(s)$  的输出引反馈  $F_a(s)$  至  $G(s)$  的输入, 形成内闭环回路(图1)。利用多余的输出量信息  $\beta$ , 可以改善被控对象本身的特性。

图1中,  $\delta(s)$  为舵机传递函数, 当忽略舵机惯性时, 可认为  $\delta(s) = 1$ 。

由图1, 可得到二输入、二输出的主传递函数阵为:

$$R(s) = G_p(s)(I + F_a(s)G_a(s))^{-1}K_d(s)$$

其逆为:

$$\begin{aligned} \hat{R}(s) &= \hat{K}_d(s) (\hat{G}_p(s) + F_a(s)\hat{G}_a(s)\hat{G}_p(s)) \\ &= \begin{bmatrix} \hat{k}_{d11} & \hat{k}_{d12} \\ \hat{k}_{d21} & \hat{k}_{d22} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} \hat{g}_{p11} & \hat{g}_{p12} \\ \hat{g}_{p21} & \hat{g}_{p22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{f}_{a11} \\ \hat{f}_{a21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_{a11} & \hat{g}_{a12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_{p11} & \hat{g}_{p12} \\ \hat{g}_{p21} & \hat{g}_{p22} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

考虑三角阵模型的解耦设计总是较一般矩阵要方便一些, 故  $F_a(s)$  阵的选取应使  $\hat{R}(s)$  成为一个下三角阵。

由式(1), 要使  $\hat{R}(s)$  矩阵的右上角元素为零, 即要

$$k_{d11}[\hat{g}_{p12} + f_{a11}(\hat{g}_{a11}\hat{g}_{p12} + \hat{g}_{a12}\hat{g}_{p22})] + k_{d12}[\hat{g}_{p22} + f_{a21}(\hat{g}_{a11}\hat{g}_{p12} + \hat{g}_{a12}\hat{g}_{p22})] = 0$$

适当选择  $k_{d11}$ ,  $k_{d12}$ , 可求得  $F_a(s)$ , 使  $R(s)$  成为下三角阵。

## 2 多变量频域法解耦设计

奈奎斯特阵列法是多变量频域法中应用较为广泛的一种, 这种方法首先要对被控对象进行预补偿器  $K_p(s)$  的设计, 使系统传递函数  $Q(s) = R(s)K_p(s)$  成为对角优势矩阵, 从而减弱各回路间的相互关联。于是可将  $Q(s)$  作为对角阵看待, 用经典频域法进行单变量独立设计控制器  $K_c(s)$ , 使系统满足动态品质的要求<sup>[7]</sup>。

图2为导弹偏航-滚动通道自动驾驶仪的系统结构图, 偏航通道采用加速度反馈, 滚动通道采用滚动角反馈, 图中,  $V_g(s) = n_z(s)/\omega(s)$ 。

矩阵的对角优势程度可以用行(或列)对角优势度

$$ND_i = \frac{\sum_{j=1}^n r_{ij}(s)}{r_{ii}(s)} \quad \text{或} \quad ND_i = \frac{\sum_{j=1}^n r_{ji}(s)}{r_{ii}(s)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

来衡量。它是非对角元素模的和与对角元素模的比值,  $n$  为维数。当  $ND_i < 1$  时,  $R(s)$  为行(或列)对角优势的。

以  $R(s)$  的对角元素  $r_{ii}(s)$  为圆心, 以第  $i$  行的非对角元素模之和为半径作圆, 称为第  $i$  行的行格希高林圆。当  $s$  从  $-j$  到  $+j$  变化一周时, 这些圆扫出的带称为行格希高林带。显然, 当行格希高林带不包含复平面原点时,  $R(s)$  为行对角优势的。

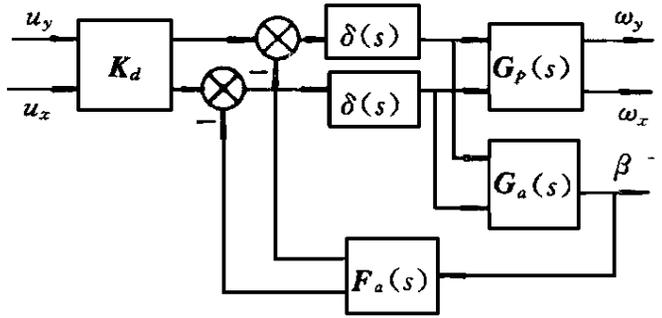


图1 内闭环结构图

Fig. 1 Inner closed-loop structure

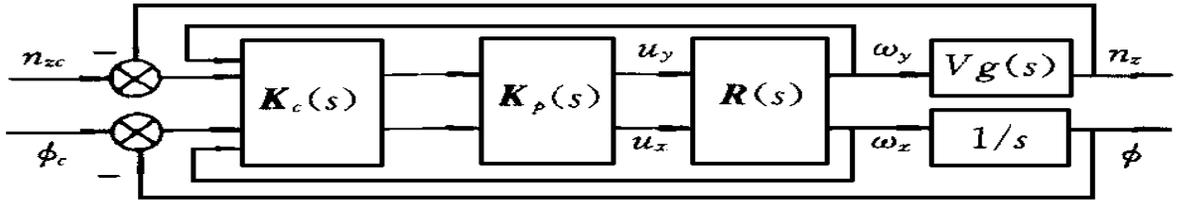


图2 自动驾驶仪结构图

Fig. 2 Autopilot structure

同样,也可绘制出列格希高林圆(带),不论是行对角优势还是列对角优势,都可以认为是对角优势的。

当  $Q(s)$  为对角优势时,有如下的稳定性判据:

定理:若  $Q(s)$  的所有对角元素  $q_{ii}(s)$  的格希高林带都不包含相应的  $(-f_i^{-1}, 0)$  点,那么,闭环系统稳定的充分必要条件是  $q_{ii}(s)$  的格希高林带顺时针包围  $(-f_i^{-1}, 0)$  点的圈数之和等于  $-n_0$ , 即

$$\sum_{i=1}^n \text{enc}(-f_i^{-1})q_{ii}(s) = -n_0$$

其中,  $n_0$  为开环系统在右半平面的极点数,  $f_i$  为反馈系数。

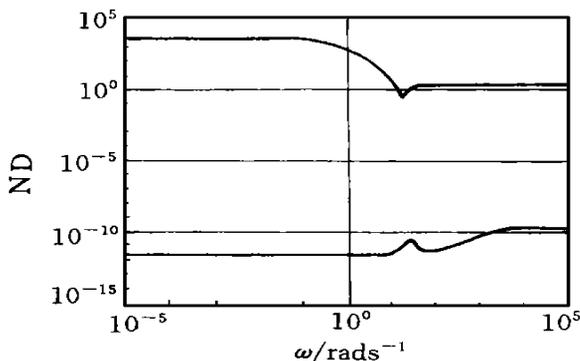
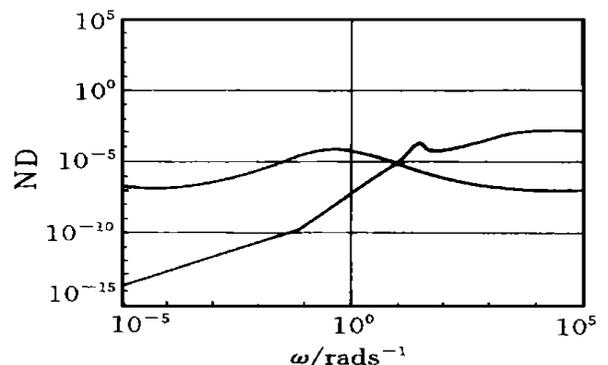
奈奎斯特阵列法设计多变量系统的一般步骤是:

1. 确定控制对象的传递函数矩阵  $R(s)$ ;
2. 计算并绘制附有格希高林带的  $R(s)$  的奈奎斯特图, 以及其对角优势度曲线图, 从图上判断是否已经为对角优势阵;
3. 若  $R(s)$  不是对角优势阵, 则要设计预补偿器使其实现对角优势;
4. 根据多变量系统的奈奎斯特稳定性判据选择反馈增益矩阵  $F$ , 再根据对系统的品质要求, 用单变量系统的设计方法, 确定各回路的动态补偿器  $k_{ai}(s)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ );
5. 仿真: 计算并绘制闭环系统的阶跃响应图, 评价所设计系统的性能是否合乎设计要求, 若不满意, 则返回步骤 4, 直至最后达到设计要求为止。

预补偿器  $K_p(s)$  的设计是解耦设计的关键。由于导弹模型的耦合程度比较严重, 需要采用动态预补偿阵, 同时考虑到预补偿器在工程上的实现, 采用低阶动态预补偿阵

$$K_p(s) = K_0 + K_1/s$$

为保证工作频段内的对角优势, 选取多个频率点, 将  $R(s)$  的对角优势度作为加权系数, 在对角元素模的平方和为常数的条件下, 构造表征各频率点在相应的加权系数下非对角元素模的平方和的目标函数  $J_r$ , 运用最优化方法使  $J_r$  最小, 从而求得预补偿阵  $K_p(s)$  [8]。

图3  $R(s)$  对角优势度曲线图Fig. 3 Normalized diagonal dominance of  $R(s)$ 图4  $Q(s)$  对角优势度曲线图Fig. 4 Normalized diagonal dominance of  $Q(s)$

### 3 仿真结果

对导弹模型  $G(s)$  进行方阵化, 得到  $F_a$  和  $K_d$ ; 再对方阵化后的模型  $R(s)$  设计预补偿器  $K_p(s)$ , 对比系统传递函数  $R(s)$ 、 $Q(s) = R(s)K_p(s)$  的对角优势度曲线图(图3、图4)。可见, 已实现了  $Q(s)$  的对角优势化。

最后, 对偏航-滚动通道进行独立的单变量回路设计, 得到控制器  $K_c(s)$ 。

对系统进行标称条件下的仿真, 图5为  $\Phi_c = 30^\circ, n_{zc} = 0$  时系统的响应, 图6为  $\Phi_c = 0, n_{zc} = 10$  时系统的响应。可以看出, 系统偏航-滚动通道的耦合作用已相当小, 自动驾驶仪解耦设计的性能是令人满意的。

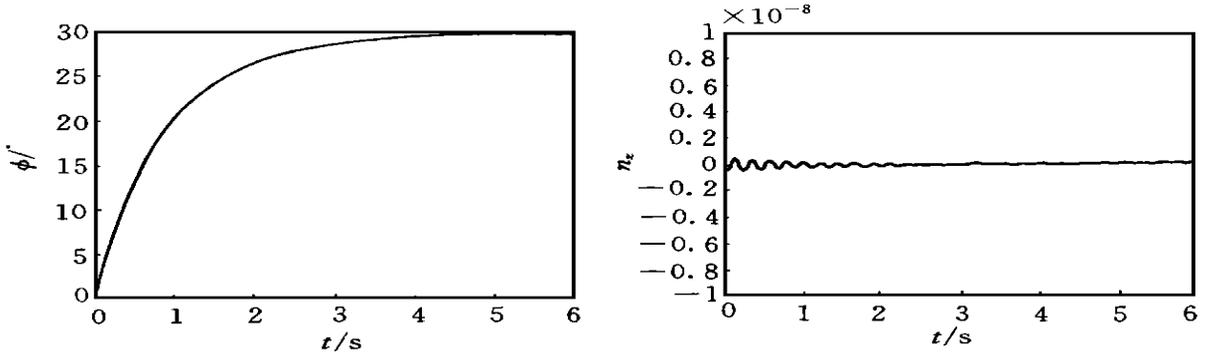


图5  $\Phi_c = 30^\circ, n_{zc} = 0$  时的系统响应

Fig. 5 Time histories,  $\Phi_c = 30^\circ$  and  $n_{zc} = 0$

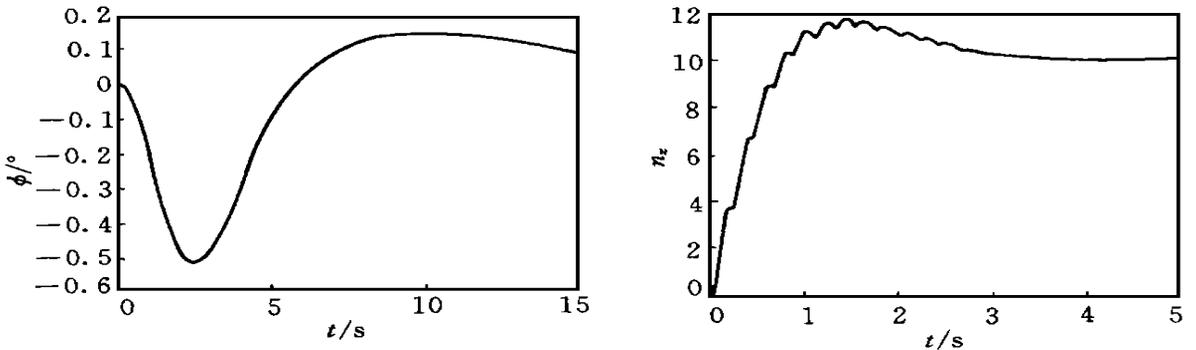


图6  $\Phi_c = 0, n_{zc} = 10$  时的系统响应

Fig. 6 Time histories,  $\Phi_c = 0$  and  $n_{zc} = 10$

### 参考文献

- 1 Kovach M J Stevens T R, Arrow A. A Bank-to-Turn Autopilot Design for an Advanced Air-to-air Interceptor. AIAA, 1987: 2579
- 2 Wise K A., Bank-to-Turn Missile Autopilot Design Using Loop Transfer Recovery. Journal of Guidance, Control and Dynamics, JAN-FEB, 1990, 15 (1)
- 3 Lin C F. High-Performance, Robust, Bank-to-Turn Missile Autopilot Design. Journal of Guidance, Control and Dynamics, JAN-FEB, 1995, 18 (1)
- 4 周军, 陈新海等. 变结构自适应控制在 BTT 导弹中的应用. 航空学报, 1994, 15 (8)
- 5 郑建华, 栾泽威等. BTT 导弹自动驾驶仪多变量频域设计方法. 宇航学报, 1994 (3)
- 6 郑家声, 诸静. 非方阵多变量系统解耦设计与 Fa 阵参数的确定. 浙江大学学报, 1989, 23 (4)
- 7 古孝鸿, 周立峰. 线性多变量系统频域法. 上海: 上海交通大学出版社, 1990
- 8 白方舟, 庞国仲. 多变量频域理论与设计技术. 北京: 国防工业出版社, 1988