

## 一种多目标跟踪航迹起始新算法及其性能评估\*

罗鹏飞 张文明

(国防科技大学电子技术系 长沙 410073)

**摘要** 文中提出了一种多目标跟踪的航迹起始新算法,并对算法的性能进行了详细的理论推导,得出了正确航迹建立概率和虚假航迹建立概率的解析表达式,蒙特卡洛仿真验证了分析的正确性。

**关键词** 多目标跟踪,航迹起始,雷达数据处理

**分类号** TN959.17

## A New Algorithm of Track Initiation for Multiple Target Tracking and Performance Evaluation

Luo Pengfei Zhang Wenming

(Department of Electrical Engineering, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** This paper proposes a new algorithm of track initiation for multiple target tracking. It derives the track detection probability and the false track probability. The analytical expressions for the track detection probability and false track probability are obtained. Monte Carlo simulation is performed to confirm the analysis.

**Key words** Multiple Target Tracking, Track initiation, Radar Data Processing.

多目标跟踪技术在军用和民用方面都有着广泛的应用,航迹起始是多目标跟踪系统的关键技术之一,在密集回波环境下,航迹起始算法应具有较高的真实目标航迹起始概率和较低的虚假航迹起始概率。本文中提出了一种多目标跟踪的航迹起始新算法,并对算法进行了详细的理论推导,得出了正确航迹建立概率和虚假航迹建立概率的解析表达式。

## 1 算法描述

航迹起始常用的方法有基于规则和基于逻辑两种方法,基于规则的方法是假定目标的速度和加速度约束在最大值和最小值之内,然后在给定的数据窗内,根据获得的数据对目标的速度和加速度进行估计。如果估计的速度和加速度在指定的数据范围内,则起始一条新航迹。而基于逻辑的方法则是在给定的数据窗内,根据获得的数据对目标的速度进行估计。如果估计的速度在指定的取值范围内,则注册一条暂时航迹,然后对第三次扫描的位置进行预测,并以预测位置为中心,确定一个关联区域,任何落在关联区域的点迹将扩展一条暂时航迹,继续估计速度值并估计加速度值,然后再根据速度和加速度的估计值对下一次扫描的位置进行预测并建立相应的关联区域,任何落在关联区域的点迹将起始一条新的航迹。以上步骤中有一次不满足关联逻辑就注销暂时航迹。

本文提出的算法,采用了基于逻辑的航迹起始方法的思想,但在具体步骤上是不同的,见图1。具体步骤是:首次获得的量测均注册一条暂时航迹:

①以暂时航迹的第一个点  $P_1[z_x(1), z_y(1)]$  (假定考虑在  $x, y$  坐标系里的量测) 为中心,  $V_{\max}T$  ( $V_{\max}$  为最大速度,  $T$  为雷达的扫描周期) 为半径构成的圆形区域。如果在下一个扫描周期雷达在此区域观测到新的点迹,则暂时航迹形成了第二个点  $P_2[z_x(2), z_y(2)]$ , 否则将删除该暂时航迹,关联域 1 由下式确定,

$$[z_x(2) - z_x(1)]^2 + [z_y(2) - z_y(1)]^2 \leq (V_{\max}T)^2 \quad (1)$$

\* 国家部委预研基金项目资助

1999年3月10日收稿

第一作者:罗鹏飞,男,1962年生,副教授

②在获得  $P_1[z_x(1), z_y(1)]$ 、 $P_2[z_x(2), z_y(2)]$  点后, 可将该两点连成一条可能航迹, 利用两个点的数据, 可以形成暂时航迹的状态估计,

$$\hat{X}(2/2) = \begin{bmatrix} z_x(2) \\ [z_x(2) - z_x(1)]/T \\ z_y(2) \\ [z_y(2) - z_y(1)]T \end{bmatrix}, P(2/2) = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_x^2/T & 0 & 0 \\ \sigma_x^2/T & 2\sigma_x^2/T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y^2 & \sigma_y^2/T \\ 0 & 0 & \sigma_y^2/T & 2\sigma_y^2/T^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

然后对第三个点进行预测,

$$\hat{X}(3/2) = \Phi\hat{X}(2/2), P(3/2) = \Phi P(2/2)\Phi^T \quad (3)$$

其中  $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 以预测点  $P_3$  为中心, 确定关联区域 2,

$$d(3) = v^T(3)S^{-1}(3)v(3) - c \quad (4)$$

其中  $v(3) = Z(3) - \hat{Z}(3/2) = Z(3) - H\hat{X}(3/2)$ ,  $S(3) = H^T P(3/2)H + R$ ,  $R$  为测量误差协方差阵, 门限  $c = 9.21$ , 如果有一个观测值 ( $P_3$  点) 满足 (4) 式 (如有多个观测值满足上式, 则选择  $d(3)$  值最小的观测值), 则该暂时航迹得到确认, 转化为可靠航迹。

③如果没有观测值满足上式, 则外推一个点, 即

$$\hat{X}(3/3) = \hat{X}(3/2), P(3/3) = P(3/2) \quad (5)$$

然后再作预测,

$$\begin{aligned} \hat{X}(4/3) &= \Phi\hat{X}(3/3) = \Phi\hat{X}(3/2), \\ P(4/3) &= \Phi P(3/2)\Phi^T \end{aligned} \quad (6)$$

以预测点  $P_4$  为中心, 确定关联区域 3,

$$d(4) = v^T(4)S^{-1}(4)v(4) - c \quad (7)$$

其中  $v(4) = Z(4) - \hat{Z}(4/3) = Z(4) - H\hat{X}(4/3) = Z(4) - H\hat{X}(3/2)$ , 门限  $c = 9.21$ 。如果有一个观测值满足 (7) 式 (如有多个观测值满足上式, 则选择  $d(4)$  值最小的观测值), 则该暂时航迹得到确认, 转化为可靠航迹。如果没有观测值满足 (7) 式, 则删除该暂时航迹。

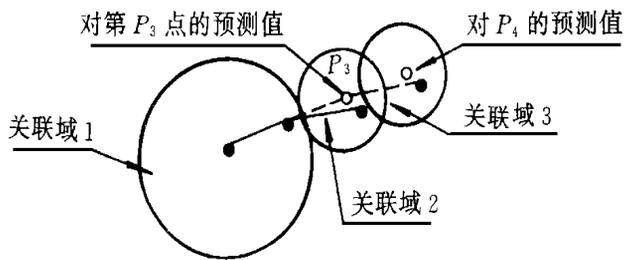


图 1 航迹起始示意图

Fig. 1 Diagram of track initiation

## 2 正确航迹建立概率

不失一般性, 假定在  $x-y$  平面有一个目标沿着  $x$  轴运动, 起点与原点重合, 那么, 在第  $k$  测量到目标位置数据为:

$$z_x(k) = (k-1)TV + w_x(k), z_y(k) = w_y(k) \quad (8)$$

其中  $w_x(k)$ 、 $w_y(k)$  是测量噪声, 它们的均值为零, 方差为  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ , 目标的检测概率假定为  $P_D = 1$ , 那么正确航迹起始概率为

$$P_T = P_{D1}P_{D2}P_{D3} \quad (9)$$

$P_{D1}$ 是在第一次扫描中空域中有一个点迹的概率;  $P_{D2}$ 是在第二次扫描中目标被检测到, 且落在关联区域 1 中的概率;  $P_{D3} = P_{D3+} + P_{D3}^0$ ,  $P_{D3+}$ 是在第三次扫描中目标被检测到且落在关联域 2 中的概率,  $P_{D3}^0$ 为在第三次扫描中目标没有被检测到或目标检测到但没有落在关联域 2 中、而在第四次扫描中目标检测到且落在关联域 3 中的检测概率。

显然  $P_{D1} = P_D = 1$ , 而  $P_{D2} = P\{\text{第二次扫描中被检测到的目标落在关联区域 1 的概率}\}$ , 设

$$\rho = (z_x(2) - z_x(1))^2 / (2\sigma^2), \eta = (z_y(2) - z_y(1))^2 / (2\sigma^2) \quad (10)$$

显然,  $\rho$  为自由度为 2 的非中心  $\chi^2$  变量, 而  $\eta$  为自由度为 2 的  $\chi^2$  变量, 则

$$f_\rho(\rho) = \rho^{-1/2} [e^{-(\rho-u)^2/2} + e^{-(\rho+u)^2/2}] / (2\sqrt{\pi}) \quad (11)$$

$$f_{\eta}(\eta) = \eta^{-1/2} e^{-\eta/2} / \sqrt{2\pi} \quad (12)$$

令  $B = V_{\max}T / \sqrt{2\sigma^2}$ , 则

$$\begin{aligned} P_{D2} &= P\{\rho + \eta < B^2\} \\ &= \int_{\rho_+ \eta < B^2} f_{\rho}(\rho) f_{\eta}(\eta) d\rho d\eta = \int_{-\rho}^{B^2-\rho} \int_0^{B^2-\rho-\rho} f_{\rho}(\rho) f_{\eta}(\eta) d\eta d\rho \\ &= (2\pi)^{-1/2} \int_0^B \text{erf}\left(\frac{B^2 - x^2}{2}\right) \{e^{-[(z-u)^2/2]} + e^{-[(z+u)^2/2]}\} dz \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$  为误差函数。

$$\begin{aligned} P_{D3}^1 &= P\{\text{在第三次扫描中点迹落在关联域 2 中的概率}\} \\ &= P\{d(3) = v^T(3)S^{-1}(3)v(3) < c\} \end{aligned} \quad (14)$$

由于  $d(3)$  是自由度为 2 的  $\chi^2$  随机变量, 其概率密度为

$$f[d(k)] = e^{-d(k)/2} / [(2\pi) S(k)] \quad (15)$$

$$P_{D3}^1 = 1 - e^{-c/2} \quad (16)$$

同理

$$P_{D3}^0 = e^{-d^2}(1 - e^{-c/2}) \quad (17)$$

所以

$$P_{D3}^1 + P_{D3}^0 = (1 - e^{-c/2}) + e^{-c/2}(1 - e^{-c/2}) = 1 - e^{-c} \quad (18)$$

由(13)和(18)式, 得

$$P_T = (1 - e^{-c})(2\pi)^{-1/2} \int_0^B \text{erf}\left(\frac{B^2 - x^2}{2}\right) \{e^{-[(z-u)^2/2]} + e^{-[(z+u)^2/2]}\} dz \quad (19)$$

### 3 虚假航迹建立概率

由于虚警和背景杂波的存在, 会产生虚假点迹, 一方面会影响目标点迹的关联, 另一方面也会形成虚假航迹, 虚假航迹形成的概率是航迹起始方法的重要指标。

为了分析虚假航迹建立概率, 假定杂波点数和杂波的位置在每次扫描中是随机的且统计独立, 在每次扫描中杂波点数假定是服从泊松分布,

$$P_{N_c}(m) = \lambda^m e^{-\lambda} / m! \quad (20)$$

其中  $\lambda$  是杂波点的期望数。与正确航迹建立概率的计算类似, 虚假航迹建立概率为,

$$P_{TF} = P_{f1}P_{f2}P_{f3} \quad (21)$$

$P_{f1}$ 是在第一次扫描中空域中至少有一个杂波点的概率;  $P_{f2}$ 是在第二次扫描中至少有一个杂波点落在关联区域 1 中的概率;  $P_{f3} = P_{f3}^1 + P_{f3}^0$ ,  $P_{f3}^1$ 是在第三次扫描中至少有一个点落在关联域 2 中的概率,  $P_{f3}^0$ 为在第三次扫描中没有杂波点落在关联域 2 中、但在第四次扫描中至少有一个杂波点落在关联域 3 中的检测概率。

很显然

$$P_{f1} = \sum_{m=1}^{\infty} \lambda^m e^{-\lambda} / m! = 1 - e^{-\lambda} \quad (22)$$

在第一次扫描获得点迹  $P_1(x_1, y_1)$  后, 以  $P_1(x_1, y_1)$  为圆心,  $V_{\max}T$  为半径构成圆形区域 1, 由于杂波空间上是均匀分布的, 那么杂波点落在区域 1 上的概率  $p_2$  等于区域 1 的面积  $S_1$  与整个监视空域面积  $S_0$  之比, 即

$$p_2 = S_1 / S_0 = \pi(V_{\max}T)^2 / S_0 \quad (23)$$

假定在第二次扫描中有  $n$  个杂波点, 那么在  $n$  个点中至少有一个点落在区域 1 上的概率为

$$p_2(n) = \sum_{k=1}^n C_n^k p_2^k (1 - p_2)^{n-k} = 1 - (1 - p_2)^n \quad (24)$$

由于  $n$  是随机的, 且服从泊松分布, 那么在第二次扫描中接受一个或多个杂波点(取与  $P_1(x_1, y_1)$  点距离最近的点)的概率为

$$P_{f2} = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^n / n!) e^{-\lambda} p_2(n) = 1 - e^{-\lambda p_2} \quad (25)$$

同理 
$$P_{f3}^1 = 1 - e^{-\lambda p_3} \tag{26}$$

其中 
$$p_3 = S_1/S_0 \tag{27}$$

$$P_{f3}^0 = P\{\text{第三次扫描没有一个杂波点落在区域 2 的概率}\} * (1 - e^{-\lambda p_4}) \tag{28}$$

上式中 
$$p_4 = S_3/S_0 \tag{29}$$

$$P\{\text{第三次扫描没有一个杂波点落在区域 2 的概率}\} = e^{-\lambda p_3} \tag{30}$$

所以 
$$P_{f3}^0 = e^{-\lambda p_3}(1 - e^{-\lambda p_4}) \tag{31}$$

跟据<sup>11</sup>, 
$$S_2 = \pi c \overline{S(3)}, S_3 = \pi c \overline{S(4)} \tag{32}$$

为了简单起见,我们假定  $Q=0$ , 由于滤波初始化方法如(2)式所示, 因此

$$S(3) = (6\sigma^2)^2, S(4) = (10\sigma^2/3)^2 \tag{33}$$

也即 
$$S_2 = 6\pi c\sigma^2, S_3 = 10\pi c\sigma^2/3 \tag{34}$$

由此我们可得 
$$P_{FT} = (1 - e^{-\lambda})(1 - e^{-\lambda\pi(V_{max}T)^2/S_0})(1 - e^{-28\pi\lambda\sigma^2/3S_0}) \tag{35}$$

### 4 仿真分析

为了验证理论推导的结果, 对航迹建立概率和虚假航迹建立概率分别进行了仿真分析。仿真的参数设置如下:

(1) 航迹建立概率仿真: 目标是速度为 0.4km/s 的匀速直线运动目标, 雷达扫描周期为 5s, 测量误差标准差以 50m 为间隔从 100m 增加到 1000m, 目标最大速度设为 0.7km。结果

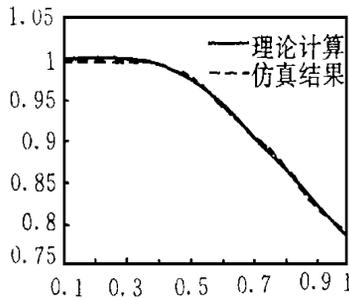


图2 航迹建立概率  
Fig.2 Probability of track establish

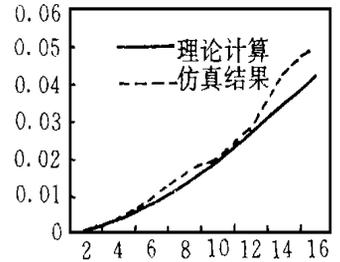


图3 虚假航迹建立概率  
Fig.3 Probability of false track establish

果如图 3 所示, 横坐标为测量误差标准差, 纵坐标为航迹建立概率。

(2) 虚假航迹建立概率: 杂波分布区域为  $25 \times 25(\text{km})^2$ , 杂波个数从每周期 2 个到每周期 16 个(对应杂波密度每平方公里从 0.0032 个到 0.0255 个), 结果如图 4 所示, 横坐标为杂波个数, 纵坐标为虚假航迹建立概率。

从图 2 可以看出, 当测量误差标准差小于 400m 时, 航迹建立概率几乎为 1, 而当测量误差标准差大于 400m 时, 随着标准差的增大, 航迹建立概率逐步减小。理论计算的结果与仿真结果能够很好地吻合。从图 3 可以看出, 随着杂波密度的增加, 虚假航迹建立概率逐步增加, 理论计算与仿真结果都反映了这一共同的变化趋势。当杂波个数小于 12 时, 理论计算与仿真结果能够很好地吻合, 而当杂波个数大于 12 时, 理论计算与仿真结果略有偏差, 但变化趋势是相同的。

### 5 结论

本文提出了一种多目标跟踪的航迹起始新算法, 并对算法的性能进行了详细的理论推导, 得出了正确航迹建立概率和虚假航迹建立概率的解析表达式。仿真分析验证了理论结果的正确性, 这种算法已应用于我们研制的组网雷达多目标跟踪仿真系统, 取得了在杂波环境下起始 1000 批以上目标航迹的良好效果, 是一种有效的多目标跟踪的航迹起始方法。

### 参考文献

- 1 Samuel S. Blackman. Multiple-Target Tracking with Radar Application. Artech House, INC, 1986
- 2 A. Farina, Dr. E. E. F. A. Studer. Radar Data Association. Research Studies Press LTD. and Jone Wiley&Sons INC.
- 3 Zhijian Hu, Henry Leunge, Martin Blanchette. Statistical Performance Analysis of Track Initiation Techniques. IEEE Transactions of Signal Processing, 1997, 45(2)