

文章编号: 1001-2486 (2000) 01-0040-03

## 卡尔曼滤波的心动阵列实现研究\*

兰海滨, 罗鹏飞

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 基于 Faddeeva 算法可以实现各种矩阵运算, 并且可以方便地映射到心动阵列结构上这一事实, 提出了一种基于 Faddeeva 算法的卡尔曼滤波心动阵列实现方法, 并在此基础上设计了两种处理器拓扑结构。分析结果表明, 这两种处理器结构具有效率高、规整性好和易于扩展等特点。

**关键词:** Faddeeva 算法; 心动阵列; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** TP392 **文献标识码:** B

## A Study of the Systolic Array Implementation on Kalman Filtering

LAN Hai-bin, LUO Peng-fei

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on the fact that the Faddeeva algorithm can practise various matrix manipulations and can be mapped easily into a systolic architecture, an approach of the systolic implementation on Kalman Filtering based on the Faddeeva algorithm is presented. Moreover, two architectures of processors were developed. The analysis results show that these two architectures are efficient, regular and expandable.

**Key words:** Faddeeva algorithm; systolic array; Kalman filtering

卡尔曼滤波已被广泛应用到信号处理、通信、工业控制等各个领域。但由于其计算量大, 同时受目前计算机结构及速度的限制, 卡尔曼滤波的实时在线应用受到了严重的制约。随着 VLSI (超大规模集成电路) 技术的飞速发展, 新一代 VLSI 设计和实现理论, 采用以互连网络为中心的结构, 突破了传统的冯·诺依曼结构, 为实现并行计算奠定了强有力的从硬件到软件的基础<sup>[1]</sup>。并行卡尔曼滤波及其心动阵列实现研究, 自 Andrews<sup>[2]</sup>和 Jover-Kailath<sup>[3]</sup>开拓性的工作以来, 已提出许多种不同结构形式的设计和实现方案<sup>[4]</sup>。由于卡尔曼滤波涉及到大量的矩阵运算, 而 Faddeeva 算法可以实现各种矩阵运算<sup>[5]</sup>, 并且可以方便地映射到心动阵列结构上, 因此本文提出了一种基于 Faddeeva 算法的卡尔曼滤波的心动阵列实现方法, 设计了两种处理器结构, 并且对其性能进行了讨论。

## 1 Faddeeva 算法及其心动阵列实现

设已知  $A, B, C, D$  四个矩阵, 其中方阵  $A$  是非奇异矩阵。记  $F = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & D \end{bmatrix}$ , 则 Faddeeva 算法是对  $F$  作如下变换: 使  $A$  变为上三角阵,  $-C$  变为零阵, 而  $D$  的下三角元素不再消去。这样的消去过程可由 Gauss 消去法来实现。在消去  $A, C$  的元素时,  $B, D$  的各行元素也进行相应的线性变换。即

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline -C & D \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c|c} A' & B' \\ \hline -C + WA & D + WB \end{array}$$

\* 收稿日期: 1999-05-24

基金项目: 国家部委基金资助项目 (97J 7.2 12 KG0128)

作者简介: 兰海滨 (1975-), 男, 硕士生。

其中  $W=CA^{-1}$ 。则  $D$  变为  $D+CA^{-1}B$ , 将其作为输出。这样, 只要给定矩阵  $A, B, C$  和  $D, CA^{-1}B+D$  就可以通过 Faddeeva 算法计算出来。从而只要适当地选择  $A, B, C$  和  $D$ , 就可以利用此算法解决诸如加(减)、乘、求逆等矩阵运算。图 1 说明了这一点。Faddeeva 算法的心动阵列实现见图 2<sup>[1]</sup>。

$\begin{array}{c c} A & I \\ \hline -I & 0 \end{array} \xrightarrow{A^{-1}}$	$\begin{array}{c c} I & B \\ \hline -C & 0 \end{array} \xrightarrow{CB}$
$\begin{array}{c c} I & I \\ \hline -C & D \end{array} \xrightarrow{C+D}$	$\begin{array}{c c} A & B \\ \hline -I & 0 \end{array} \xrightarrow{A^{-1}B}$

图 1 Faddeeva 算法可以实现的几种矩阵运算

Fig. 1 Examples of matrix operations with Faddeeva algorithm

## 2 卡尔曼滤波的处理器结构

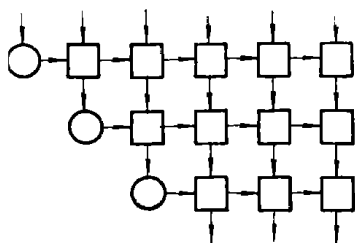
卡尔曼滤波经变形后可以用下列方程描述:

$$P(k/k-1) = \Phi(k) P(k-1/k-1) \Phi^T(k) + Q(k-1) \quad (1)$$

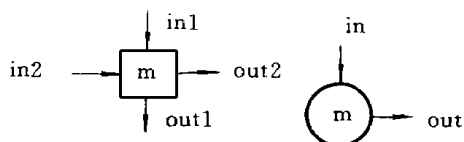
$$P^{-1}(k/k) = P^{-1}(k/k-1) + med_{rh} \quad (2)$$

$$med_{ph}(k/k) = P(k/k) H^T \quad (3)$$

$$X(k/k) = [\Phi(k) - med_{ph}(k/k) R^{-1}H] X(k-1/k-1) + med_{ph}(k/k) R^{-1}Z(k) \quad (4)$$



(a) 心动阵列 systolic array



if  $m=0$  then  $m=in1$   
 else  $out1=in1+in2 * m$ ;  
 $out2=in2$ ;

if  $m=0$  then  $m=in$   
 else  $out=-in/m$

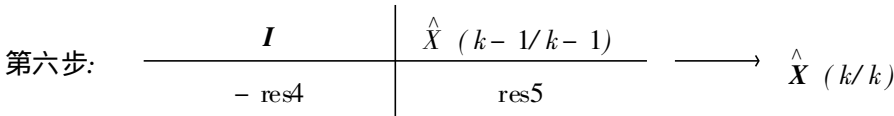
(b) 两种单元的操作 operations of two kinds of PE

图 2 实现 Faddeeva 算法的心动阵列

Fig. 2 Systolic array of Faddeeva algorithm

根据式 (1) ~ (4), 卡尔曼滤波在 Faddeeva 算法相应的二维心动阵列上的实现可以分为以下六个步骤:

第一步:	$\begin{array}{c c} P^{-1}(k-1/k-1) & \Phi^T(k-1) \\ \hline -\Phi(k-1) & Q(k-1) \end{array} \longrightarrow P(k/k-1)$
第二步:	$\begin{array}{c c} P(k/k-1) & I \\ \hline -I & med_{rh} \end{array} \longrightarrow P^{-1}(k/k)$
第三步:	$\begin{array}{c c} P^{-1}(k/k) & H^T \\ \hline -I & 0 \end{array} \longrightarrow med_{ph}(k/k)$
第四步:	$\begin{array}{c c} R & -H \\ \hline -med_{ph}(k/k) & \Phi(k) \end{array} \longrightarrow res4 = \Phi(k) - med_{ph}(k/k) R^{-1}H$
第五步:	$\begin{array}{c c} R & Z(k) \\ \hline -med_{ph}(k/k) & 0 \end{array} \longrightarrow res5 = med_{ph}(k/k) R^{-1}Z(k)$



本文根据上述六个步骤的计算相关性, 设计了两种处理器结构: 结构 A 使用了三块图 2 所示的心动阵列, 每一块阵列包含  $n(3n+1)/2$  个处理单元, 其中,  $n$  是状态矢量  $X(k)$  的维数。而结构 B 使用了两块。两种结构的计算流程分别见图 3 及图 4。

如果假设心动阵列中每一单元将输入数据处理完并把结果传递给相邻的单元所需时间为一个时间单位, 则每一步运算需要  $3n$  个时间单位。所以在结构 A

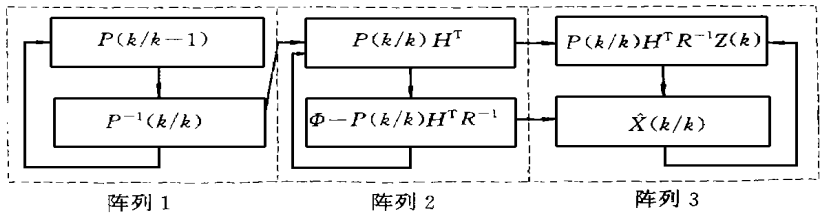


图 3 结构 A 计算流程

Fig. 3 Computing flow diagram of architecture A

中, 完成一次  $\hat{X}(k/k)$  的更新所需时间为  $6n$  个时间单位。而在结构 B 中, 由于第一步与第三步运算以及第四步与第六步运算之间相关性不强, 从而在第三步 (或第六步) 运算进行了  $2n$  个时间单位后, 第一步 (或第四步) 运算就可以开始, 因此完成一次更新需要  $8n$  个时间单位。而在串行卡尔曼滤波中, 完成一次状态更新至少需要  $5n^3$  个内积步。由此可以保守地计算两种结构的加速比、效率及速效积等性能指标。结构 A、B 的性能比较见表 1。从中可以看出结构 A 的加速比、效率及速效积均略优于结构 B。当  $n$  较大时, 两种结构的效率均接近  $1/2$ 。

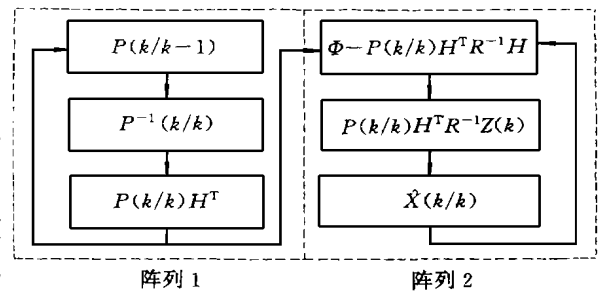


图 4 结构 B 计算流程

Fig. 4 Computing flow diagram of architecture B

表 1 两种处理器结构的比较

Tab. 1 Comparison of architecture A and B

	加速比	效率	速效积
结构 A	$5n^2/6$	$5n/(9n+3)$	$25n^3/(54n+18)$
结构 B	$5n^2/8$	$5n/(12n+4)$	$25n^3/(96n+32)$

### 3 结论

本文首先介绍了 Faddeeva 算法及其心动阵列实现, 然后提出了一种适合于 Faddeeva 算法处理的变形卡尔曼滤波。在此基础上, 设计了两种卡尔曼滤波处理器结构, 并对其性能进行了分析。分析结果表明, 这两种结构具有规整性好、加速比大、效率高等优点。

### 参考文献:

[1] 陈国良, 陈 棱. VLSI 计算理论与并行算法 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1991.  
 [2] Yeh H G. Systolic Implementation on Kalman Filters [J]. IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1988, 36 (9): 1514-1517.  
 [3] Andrews A. Parallel Processing of Kalman Filter [J]. Proc. Int. Conf. on Parallel Processing, 1981, 216-220.  
 [4] 张友民, 戴冠中, 张洪才. 并行卡尔曼滤波及其心动阵列实现综述 [J]. 控制理论与应用, 1993, 10 (1): 3-12.  
 [5] Nash J G, Hansen S. Modified Faddeeva algorithm for matrix manipulation [A]. in Proc. 1984 SPIE Conf. San Diego, CA, 39-46.