文章编号: 1001-2486 (2000) 02-0050-05

基于形态滤波的地形粗糙度计算*

高国华, 沈林成, 常文森

(国防科技大学机电工程与自动控制系, 湖南 长沙 410073)

摘 要: 研究新的地形粗糙度定义与算法; 基于数学形态滤波方法, 定义了一种新的地形粗糙度; 讨论了新粗糙度的性质与计算方法; 通过对典型地形计算结果的分析, 表明该新粗糙度定义是可行的, 具有直观形象、计算简单的优点。

关键词: 地形粗糙度; 数学形态学; 数字滤波器

中图分类号: TN91107 文献标识码: A

Terrain Roughness Measure Based on Mathematical Morphological Filter

GAO Guo-hua, SHEN Lin-cheng, CHANG Wen-sen

(College of Mechaeronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A new method to measure the terrain roughness is given, which is based on mathematical morphological filter. Compared with the current ones, measurement by this new method is vivid and audio-visual, and simple to calculate. The simulating test results are also given.

Key words: terrain roughness; mathematical morphology; digital filter

地形粗糙度是反映地形局部起伏剧烈程度的特征量, 对评价和选择地形匹配区有重要意义。试验表明适于匹配的地区起伏不能太剧烈, 也不能太平坦, 否则匹配性能将会迅速降低[1]。地形粗糙度通常分为两类: 特定方向的剖面粗糙度和特定区域的表面粗糙度。地形粗糙度目前还没有统一的计算方法。以地形剖面粗糙度为例, 设采样分辨率为 S, 高程采样序列为 $Z = \{z_i \mid i = 1, 2, \cdots, N\}$, 常见的方法有:

A. 单位投影直线上的地形剖面长度: $R_1 = \dfrac{1}{(N-1)S}\sum_{i=1}^{N-1}\sqrt{(z_i - z_{i+1})^2 + S^2}$;

B. 地形高程的平均局部变化: $R_2 = \dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N-1}\left|z_{i+1} - z_i\right|$;

C. 地形剖面的分形维数[2];

其中分形维数狡算复杂, 且并非所有地形都具有分形特征; A、B 两种定义虽在一定程度上能反映地形的起伏, 但存在与几何直观不符的情形。如图 1 所示, 显然直观上剖面 C1、C3 应比 C2、C4 平滑, 但由于 $R_1(C1) > R_1(C2)$, $R_2(C3) = R_2(C4)$, 却得出了相反的结论。

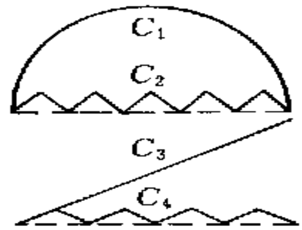

图 1 粗糙度计算与直观不符情形示例

Fig. 1 An example of not rightroughness calculation

在机械加工中, 粗糙度是指加工表面上具有的较小间距和峰谷所组成的微观几何形状特性, 采用机械或电气滤波法进行评定[3]。这启发我们可用类似的思路计算地形粗糙度: 构造原有地形表面或剖面的光滑逼近, 用它们之间的差异来表征地形粗糙度。

利用数学形态学的膨胀、腐蚀及其复合运算, 可以实现图像平滑、去噪等功能[4][5]。数学形态算子以几何方式进行刻画, 具有直观形象的优点。我们采用形态滤波构造地形表面或剖面的光滑逼近, 给出了一种新的地形粗糙度定义, 克服了原有粗糙度定义的缺陷。

* 收稿日期: 1999-08-10
作者简介: 高国华 (1970-), 男, 讲师。

1　多值图像的数学形态运算

一个地形剖面或表面可用函数 $z = f(x)$ 表示，其中 $x \in R^n, n = 1, 2$。而函数可看作一般意义下的多值图像。数学形态学处理是基于集合运算建立的，因此需要将函数转化为集合。这通过定义函数的阴影集实现，而函数反过来亦可由阴影集重构[4][5]。

设 $f(x)$ 为 $R^n(n \geq 1)$ 中实值函数，约定函数定义域外取值 $-\infty$，保证函数定义域为全空间 R^n。

定义 1.1　函数支持域：$SUPP(f) = \{x \mid s \in R^n, f(x) \neq -\infty\}$；

定义 1.2　函数阴影集：$U(f) = \{(x, t) \mid x \in R^n, t \leq f(x)\}, U(f) \subset R^n \times R$；

定义 1.3　表面函数：任给集合 $A \subset R^n \times R$，其表面函数定义为

$$G(A)(x) = \begin{cases} \sup\{y \mid (x, y) \in A, x \in R^n\}, \exists\, y \in R, (x, y) \in A \\ -\infty, \text{其他} \end{cases};$$

下面给出基本的形态运算定义。设 f 是一图像，g 是任一给定的函数，称为结构函数。$\hat{g}(x) = g(-x)$ 表示函数在其定义域中的反射。

定义 1.4　腐蚀运算：用 g 对 f 的腐蚀为，

$$f \ominus \hat{g} = G(U(f) \ominus \hat{U}(g)),\ (f \ominus \hat{g})(x) = \inf_{y \in SUPP(g)}\{f(x + y) - g(y)\}$$

定义 1.5　膨胀运算：用 g 对 f 的膨胀为，

$$f \oplus g = G(U(f) \oplus U(g)),\ (f \oplus g)(x) = \sup_{y \in SUPP(g)}\{f(x + y) + g(-y)\}$$

定义 1.6　开运算和闭运算：由形态腐蚀和膨胀的级联定义，

开运算：$f \circ g = (f \ominus \hat{g}) \oplus g$；闭运算：$f \bullet g = (f \oplus \hat{g}) \ominus g$

开运算和闭运算对结构元具有单调性：

$g \geq g' ; g \circ g' = g \Rightarrow f \circ g \leq f \circ g' ; f \bullet g \leq f \bullet g'$

上述定义是在连续空间中给出的，均可自然引伸到离散空间中。

2　连续地形粗糙度定义

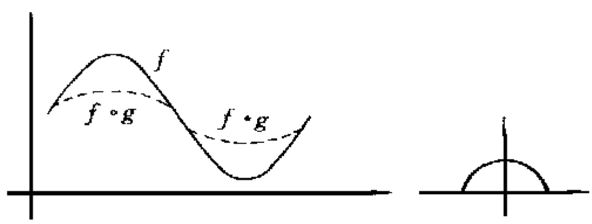

图 2　多值开、闭变换示例

Fig. 2　Multi-value open and close translation example

如图 2 所示，形态开运算去掉了函数上与结构函数形态不相吻合的凸结构，而闭运算则填充那些与结构函数不相吻合的凹结构，因而可用来有效地提取特征或平滑函数。可以认为开、闭运算给出了原有函数基于所选结构函数的光滑逼近的下限和上限。

为不失一般性，设地形区域 A 的高程为连续函数 $f(x) \geq 0, x \in A$，结构函数 $g(x) \geq 0$，则区域 A 的地形粗糙度为：

$$R_G^p(A, g) = \frac{\| f \bullet g - f \circ g \|_p}{\int \mathrm{d}x}$$

$$r_G^p(A, g) = \frac{\| f \bullet g - f \circ g \|_p}{\| f \bullet g_\infty - f \circ g_\infty \|_p} = \frac{R_G^p(A, g)}{R_G^p(A, g_\infty)}, \text{若 } R_G^p(A, g_\infty) = 0, \text{则令 } r_G^p(A, g) = 0 \qquad (1)$$

其中 $\| h(x) \|_n = \left(\int (|h(x)|^p)\,\mathrm{d}x\right)^{\frac{1}{p}} (1 \leq p < +\infty)$ 表示 p 阶范数，$\int \mathrm{d}x$ 表示区域的投影测度，$g_\infty(x) = \sqrt{\delta^2 - x^2}$ 于 $\delta \to +\infty$ 时表示半径足够大的上半超球面。$R_G^p(A, g)$ 记为区域 A 的 p 阶绝对粗糙度，而 $r_G^p(A, g)$ 区域 A 的 p 阶归一粗糙度。

由开闭运算的单调性易知，上述定义满足下述性质：

性质 1：$0 \leq r_G^p(A, \mathring{g}) \leq 1$

性质 2：若 $g_1 \geq g_2$，则 $R_G^p(A, g) \geq R_G^p(A, g_2), r_G^p(A, g_1) \geq r_G^p(A, g_2)$

定义地形区域中某点的局部地形粗糙度为其一小邻域的粗糙度:

$$R^p_L(x,g) = R^p_G(B(x),g),\ r^p_L(x,g) = r^p_G(B(x),g),\ B(x)\ 为\ x\ 的小邻域; \tag{2}$$

3 数字地形粗糙度计算

上述的粗糙度定义是针对连续地形空间的,在实际计算时需要转换到离散数字采样空间中进行。设地形为均匀网格采样,采样分辨率为 v 。为便于叙述,我们以地形剖面粗糙度的计算为例说明如下:令 $Z = \{z_i\ \ i = 1,\cdots,N\}$ 为剖面采样序列。

(1) 结构函数离散序列构造

将连续结构函数 $g(x), x \in [a,b]$ 按与地形采样相同分辨率进行采样,得到如下的采样序列:

$$G = \{g_j\ \ g_j = g(jv), j = k_l,\cdots,k_r\},\ k_l = \left[\frac{a}{v}\right],\ k_r = \left[\frac{b}{v}\right] \tag{3}$$

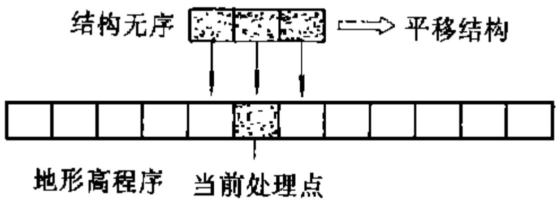

图 3 数字空间中形态腐蚀、膨胀处理示意图

Fig.3 A sketch map of morphological corrisionand silation opreartion on digital space

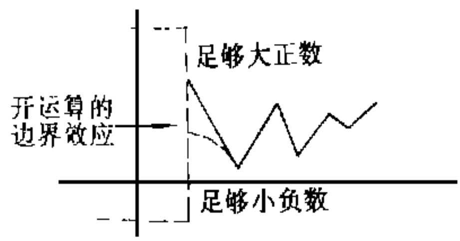

图 4 有限地形开运算的边界效应及消除对策

Fig. 4 Open operation´s boundary effect on finite terrain and avoiding method

(2) 数字空间中的形态运算

由 2 中连续空间的定义,立即可得数字空间中形态腐蚀、膨胀变换公式 (参见图 3):

$$(Z \ominus \hat{G})_i = \min_{k_l \le j \le k_r}\{z_{i+j} - g_j\}$$

$$(Z \oplus G)_i = \max_{k_l \le j \le k_r}\{z_{i+j} + g_{-j}\},\ i = 1,\cdots,N \tag{4}$$

开、闭运算则由上述腐蚀和膨胀运算表示如下:

$$(Z\ \ G)_i = ((Z \ominus \hat{G}) \oplus G)_i,$$

$$(Z\ \ G)_i = ((Z \oplus G) \ominus \hat{G})_i,\ i = 1,\cdots,N \tag{5}$$

(3) 形态运算边界效应处理

因为实际地形剖面总是有限长度的,在边界以外不能推测地形的变化,第 2 节中所述将其赋值为 $-\infty$, 因而使得在边界处总是凸的。形态开运算是消除将与结构元形态不相吻合的凸结构,故用较大结构元时会产生大的偏差,如图 4 所示。

为消除这种边界效应,可以将地形向边界以外扩展适当长度,扩展部分的高程赋值为一足够大正数,使得在边界处总是凹的。在扩展后的地形上执行开运算即可消除边界效应。

(4) 离散地形粗糙度

$$R^p_G(Z,G) = \frac{1}{(N-1)\sqrt[p]{v^{p-1}}}\left(\sum_{i=1}^{N-1}\epsilon_i^{\,p}\right)^{\frac{1}{p}},\ r^p_G(Z,G) = \frac{R^p_G(Z,G)}{R^p_G(Z,G_\infty)}$$

$$R^p_L(z_i,G) = R^p_G(B_i,G),\ R^p_L(z_i,G) = R^p_G(B_i,G)$$

$$其中\ \epsilon_i = \frac{1}{2}((Z\ \ G)_i - (Z\ \ G)_i + (Z\ \ G)_{i+1} - (Z\ \ G)_{i+1}),\ B_i\ 为\ z_i\ 的某一小邻域 \tag{6}$$

4 仿真实验

针对上述定义的地形粗糙度,我们进行了大量的仿真计算。

实验一: 单位区间上不同仿真"地形剖面"粗糙度的对比实验。地形剖面分别为: ① 斜直线, ④

低频正弦曲线，㈣高频正弦曲线，¼ 随机折线，采样分辨率 $v = 0.005$。结构元取为中心在原点、半径为 r 的上半圆：$g(x) = \sqrt{r^2 - x^2}, x \in [-r, r]$。分别计算它们在不同结构元半径下的一阶粗糙度，计算结果见图 5。

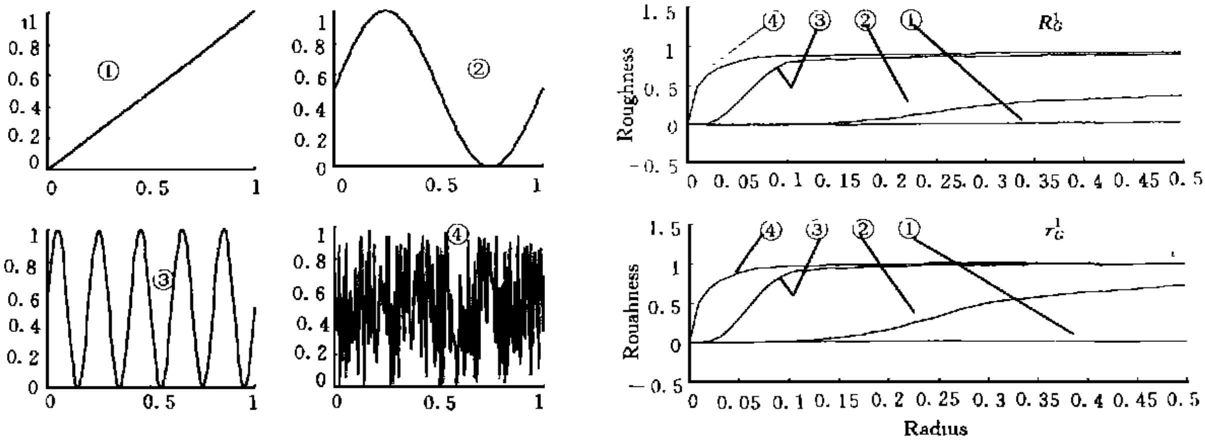

图 5 不同剖面的粗糙度对比

Fig. 5 Difference in different profiles´ roughness

从图 5 可以看出，第三节中的粗糙度定义较好地刻画了不同剖面的粗糙差异，与几何直观相吻合。粗糙度是结构元大小的非减函数，剖面愈粗糙，上升的速率愈快。形态开闭运算具有单调性质，因而粗糙度不减。直线剖面的粗糙度始终为 0，与结构元大小无关，因为直线具有无穷大的曲率，是最平滑的图形。

实验二：不同分辨率的同一真实地形剖面粗糙度计算，结果如图 6 所示。地形采样间距为 25m 和

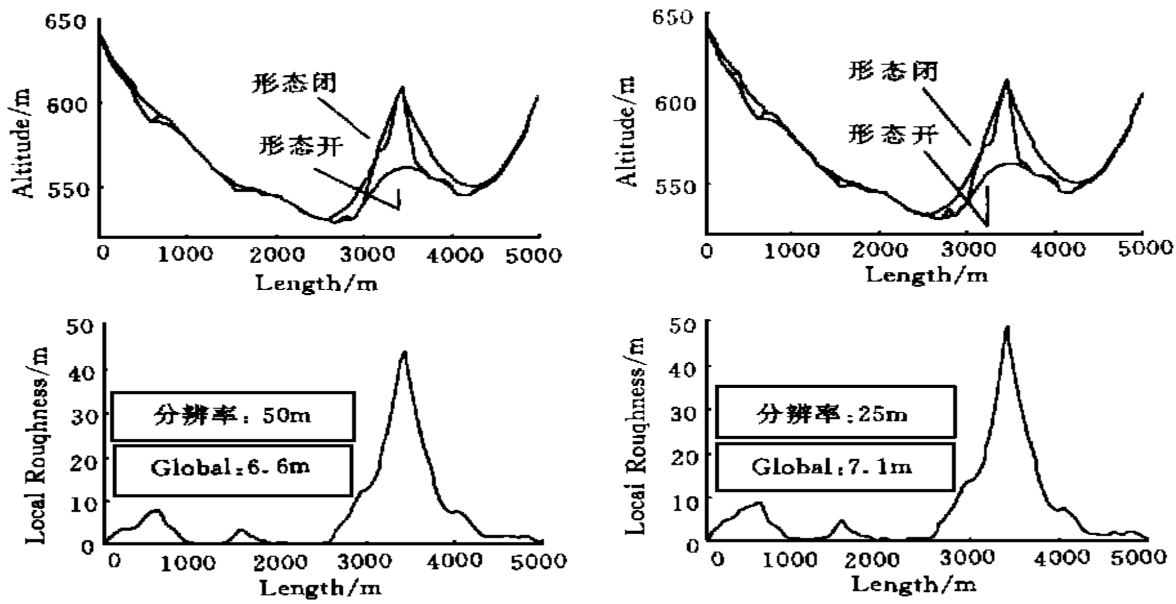

图 6 不同分辨率地形剖面的粗糙度比较

Fig. 6 Difference in different resolution terrain profiles´ roughness

50m；结构元与实验一中相同，半径为 5 000m；实验中分别计算了一阶全局和局部绝对粗糙度。实验表明，地形分辨率降低，则其粗糙度相对减小。这也与几何直观相吻合，降低采样分辨率，相当于从更远的地方观察地形，忽略更多地形起伏细节，地形变得相对平坦了。

5 结论

讨论了当前各种流行的地形粗糙度定义方法所存在的缺陷；利用数学形态学中开、闭运算平滑滤波特性，提出了一种新的地形粗糙度定义。新的粗糙度通过比较已知地形与它的光滑逼近之间的差异来定义和计算。实验表明，新的粗糙度定义，较好地刻画了各种地形的局部起伏特征，具有简单直观、便于计算的优点。

参考文献:

[1] 黄宸，柳健，张继贤．均匀设计用于地形特征与匹配性能关系的研究［J］，华中理工大学学报，1998，26（8）：74～76.

[2] Dubuc B，Quiniou J F．Evaluating the fractal dimension of a profiles [J]，Physical Review A，1989，39（3）：1500-1512.

[3] 吴松青．表面粗糙度应用指南［M］．北京：机械工业出版社，1990.

[4] Serra J．Image analysis and mathematical morphology [M]，Academic Press，London，1982.

[5] 龚炜，石青云．数字空间中的数学形态学－理论及应用［M］，科学出版社，1997.