

文章编号: 1004-2486 (2000) 03-0020-05

采用  $M$  阶正交信号的 DS-CDMA 系统性能分析\*

朱江, 张尔扬

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 随着移动通信的迅速发展, 码分多址技术受到越来越多的关注。为了提高系统的抗干扰性能, 在 CDMA 系统中采用了  $M$  阶正交信号。通过分析采用  $M$  阶正交信号的 DS-CDMA 系统基带接收信号的统计性能, 文中得出了多址、多径干扰下系统的误码率计算公式, 并详细分析了系统的抗干扰性能。

**关键词:** 正交信号; Walsh 序列; CDMA; 性能分析

**中图分类号:** TN914.5      **文献标识码:** A

### Performance Evaluation of DS-CDMA System with $M$ -ary Orthogonal Signaling

ZHU Jiang, ZHANG Er-yang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** With the development of the mobile communication, the CDMA techniques has attracted more and more attention. To reduce interference,  $M$ -ary orthogonal signaling is employed. In this paper, the performance of the DS-CDMA system with  $M$ -ary orthogonal signaling is analyzed in terms of the bit error probability by analysing the statistics of the received baseband signal.

**Key words:** orthogonal signaling; Walsh sequence; CDMA; performance evaluation

CDMA 通信系统具有频谱利用率高、发射功率低、抗多径衰落性能、越区软切换、与模拟系统兼容等优点, 已被广泛认为是第三代移动通信系统的主流空中接口。在采用  $M$  阶正交信号调制的扩频系统中, 扩频、解扩都是按符号进行处理而不是基于比特进行处理, 因而可以获得更高的处理增益。Enge 和 Sarwate 证明了直接采用  $M$  阶正交信号进行扩频调制可以提高频谱效率<sup>[1]</sup>。Chase 和 Pahlavan 分析了在衰落信道下上述结论依然成立<sup>[2]</sup>。Een Kee Hong 分析了在多址干扰下采用  $M$  阶 Walsh 信号时 DS-CDMA 系统的性能。文中的扩频序列采用短码, 其周期与正交信号的周期相同<sup>[3]</sup>。

上述文献都是基于连续信号对系统进行的性能分析。本文在前人的基础上, 对采用  $M$  阶 Walsh 正交信号的 DS-CDMA 长码系统, 分析了在基带进行采样处理后, 系统在多址干扰及多径干扰下的性能; 建立了 DS-CDMA 系统模型; 分析了采用  $M$  阶正交信号的 DS-CDMA 长码系统的误码性能; 最后给出了数值计算结果和结论。

## 1 系统模型

### 1.1 发射模型

采用  $M$  阶正交信号的 DS-CDMA 系统发射端的调制过程如图 1 所示: 第  $k$  个用户输入的  $m$  个比特被映射为  $M(M = 2^m)$  个 Walsh 函数中的一个, Walsh 函数再经过扩频及四相调制产生发射信号。假设 Walsh 函数的周期为  $T$ , 将第  $k$  个用户的  $M$  维正交信号表示为  $W^k(t)$ , 则有:

$$W^k(t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} W_v^k(t) \cdot P_T(t - vT) \quad (1)$$

其中,  $P_T(t)$  在  $[0, T)$  区间内为 1, 在此区间之外等于 0。在(1)式中,  $W_v^k(t)$  是第  $k$  个用户的第  $v$  个 Walsh 符号, 其取值范围为  $\{W_0(t), W_1(t), \dots, W_{M-2}(t), W_{M-1}(t)\}$ , 由输入的  $m$  个数据比特决定。Walsh 符号  $W_i(t)$  ( $i = 0, 1, \dots, M-1$ ) 由  $M$  个周期为  $T_w = T/M$  的 Walsh 码片  $w_{i,j}$  ( $j = 0, 1, \dots, M-1$ ) 组成, 即:

\* 收稿日期: 1999-09-01  
作者简介: 朱江 (1973), 男, 博士生。

$W_i(t) = \sum_{j=0}^{M-1} w_{i,j} \cdot P_{T_w}(t - jT_w)$ 。其中  $w_{i,j}$  是 Walsh 符号  $W_i(t)$  的第  $j$  个 Walsh 码片, 满足  $w_{i,j} \in \{-1, +1\}$ 。 $a_{I,k}(t)$ 、 $a_{Q,k}(t)$  分别为第  $k$  个用户同相支路和正交支路的伪随机扩频序列, 假设其周期远远大于 Walsh 符号周期, 码片速率为  $1/T_c$ 。则在一个 Walsh 符号周期中包含  $N = T/T_c$  个扩频码码片, 在一个 Walsh 码片中包含  $n = T_w/T_c$  个扩频码码片。

若系统中同时有  $K$  个用户发射信号, 发射端发送

的信号为  $s(t) = \sum_{k=1}^K y_k(t) + n(t)$ 。其中  $n(t)$  为功率谱密度为  $N\sigma^2/2$  的高斯白噪声, 由两个低通高斯随机过程  $n_c(t)$  和  $n_s(t)$  组成, 令  $n(t) = \text{Re}\{n(t)e^{j\omega_c t}\}$ , 则有  $n(t) = n_c(t) + jn_s(t)$ ,  $n_c(t)$ 、 $n_s(t)$  的均值为零方差为  $N\sigma^2/2$ 。 $y_k(t)$  为第  $k$  个用户的发射信号, 可表示为  $y_k(t) = \sqrt{P} \cdot W^k(t) \cdot (a_{I,k}(t) \cdot \cos(\omega_c t) + a_{Q,k}(t) \cdot \sin(\omega_c t))$ 。其中  $\omega_c$  是载波频率,  $P$  为第  $k$  个用户的发射功率, 为分析简单假设每个用户的发射功率相同。

## 1.2 信道模型

DS-CDMA 系统中第  $k$  个用户信道的等效冲激响应为:

$$h_k(t) = \sum_{l=1}^{L_k} \alpha_{kl} \delta(t - \tau_{kl}) \exp(-j\varphi_{kl}) \quad (2)$$

其中,  $L_k$  表示第  $k$  个用户的路径数, 为简单起见, 这里假设每个信道的多径数相同, 都为  $L$ 。 $\alpha_{kl}$ 、 $\tau_{kl}$  和  $\varphi_{kl}$  分别表示第  $k$  个用户经过第  $l$  条路径到达接收端所引起信号的幅度、时延和相位的随机变化。经过上述信道到达接收端的接收信号  $r(t)$  为:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{P} \cdot W^k(t - \tau_{kl}) \cdot (a_{I,k}(t - \tau_{k,l}) \cdot \cos(\omega_c t - \theta_{kl}) + a_{Q,k}(t - \tau_{k,l}) \cdot \sin(\omega_c t - \theta_{kl})) \quad (3)$$

上式中, 随机相位  $\theta_{kl} = (\omega_c \tau_{kl} + \varphi_{kl}) \bmod 2\pi$  相互独立且均匀分布于  $[0, 2\pi)$ 。 $\tau_{kl}$  相互独立且均匀分布于  $[0, T)$ , 同时假设  $|\tau_{lm} - \tau_{ln}| > T_c$ ,  $m \neq n$ 。各径信号幅度的衰减  $\alpha_{kl}$  是相互独立且服从 Rayleigh 分布的随机变量, 即  $\alpha_{kl}$  的概率密度函数  $f_R(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$ ,  $x \geq 0$ 。

## 1.3 接收模型

对于异步 DS-CDMA 系统反向信道采用非相干接收。若接收第  $i$  个用户的第一到达路径 (FA), 并假设  $l = 1$  为 FA 路径, 则有,  $\theta_{kl} = 0$ ,  $\tau_{kl} = 0$ 。图 2 显示了接收端的接收机结构。

接收信号经混频后获得两路正交信号, 假设经过低通滤波后的基带信号以采样速率  $1/T_c$  进行采样, 则获得的低通采样信号在  $t = m \cdot T_c$  时刻的采样值见式 (4)、(5)。不失一般性, 假设在一个 Walsh 符号期间  $\alpha_{kl}$ 、 $\tau_{kl}$  和  $\theta_{kl}$  保持不变。将  $d_I(m)$ 、 $d_Q(m)$  与本地扩频码相乘并经过如图 2 的交叉连接, 将得到的  $y_I(m)$ 、 $y_Q(m)$  分别进行快速哈达玛变换 (FHT), 则与 Walsh 符号  $W_P(t)$  相匹配的一径的输出  $y_{P,I}$ 、 $y_{P,Q}$  可以表示为 (6)、(7) 两式。其中  $\delta(W_v^i(t) \cdot W_P(t) \cdot)$  在  $W_v^i(t)$ 、 $W_P(t)$  相等时等于 1, 否则为零。 $I_{II}$ 、 $I_{IQ}$  分别为同相支路和正交支路的多址干扰,  $I_{II}$ 、 $I_{IQ}$  分别为同相支路和正交支路中由用户  $i$  的多径分量引起的多径干扰, 白噪声引起的干扰分别表示为  $n_{II}$ 、 $n_{IQ}$ 。

$$d_I(m) = \frac{\sqrt{P}}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} W^k(mT_c - \tau_{kl}) (a_{I,k}(mT_c - \tau_{kl}) \cos \theta_{kl} + a_{Q,k}(mT_c - \tau_{kl}) \sin \theta_{kl}) + \frac{n_c(mT_c)}{2} \quad (4)$$

$$d_Q(m) = \frac{\sqrt{P}}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \alpha_{kl} W^k(mT_c - \tau_{kl}) (a_{Q,k}(mT_c - \tau_{kl}) \cos \theta_{kl} - a_{I,k}(mT_c - \tau_{kl}) \sin \theta_{kl}) + \frac{n_s(mT_c)}{2} \quad (5)$$

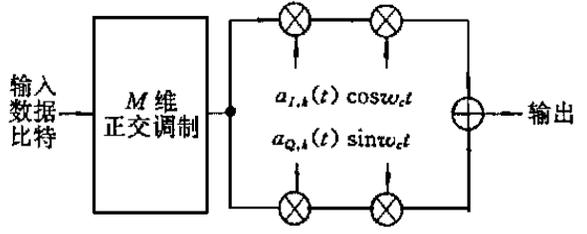


图 1 发射模块

Fig. 1 Transmitter block

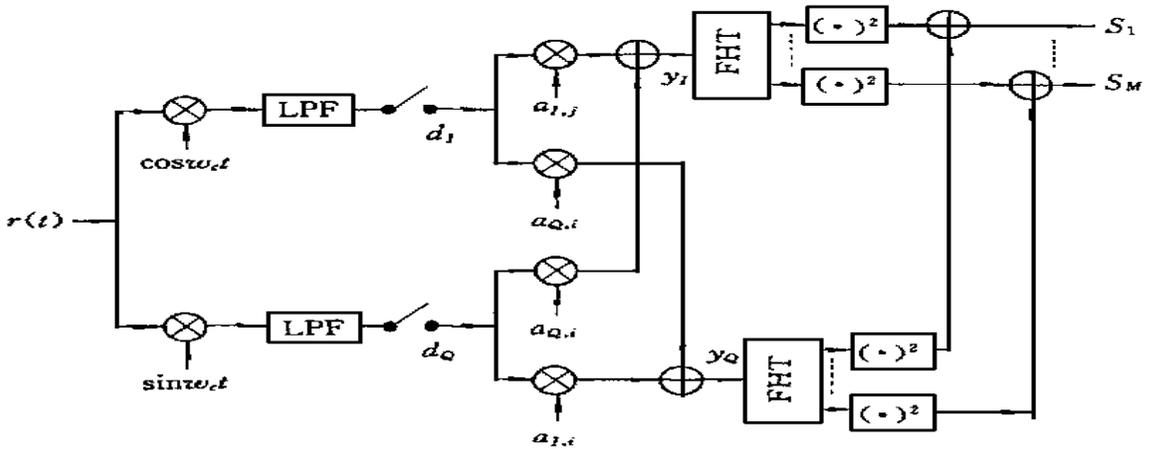


图2 接收机模型

Fig 2 Receiver model

$$y_{P,I} = N \cdot \alpha_{I1} \cdot \sqrt{P} \cdot \delta(W_v^i(t), W_P(t)) \cdot \cos \theta_k + I_{II} + I_{LI} + n_{II} \quad (6)$$

$$y_{P,Q} = N \cdot \alpha_{I1} \cdot \sqrt{P} \cdot \delta(W_v^i(t), W_P(t)) \cdot \sin \theta_k + I_{IQ} + I_{LQ} + n_{IQ} \quad (7)$$

## 2 系统性能分析

为了分析采样后的多址干扰，对于  $0 \leq l_k \cdot T_c \leq \tau_{kl} \leq (l_k + 1)T_c \leq T$  定义离散 Walsh 序列的相关序列  $CW_{k,i}(l_{kl})$ ：

$$CW_{I,I}^k(l_{kl}) = \alpha_{kl} \cdot \sum_{j=0}^{l_{kl}} w_{v-1}^k([N-1-l_{kl}+j/n]) \cdot w_p^i([j/n]) \cdot a_{I,k}(p_{k,I}-l_{kl}+j) \cdot a_{I,i}(j) \\ + \alpha_{kl} \cdot \sum_{j=0}^{N-1-l_{kl}} w_v^k([j/n]) \cdot w_p^i([(j+l_{kl})/n]) \cdot a_{I,k}(j) \cdot a_{I,i}(j+l_{kl}) \quad (8)$$

上式中， $0 \leq l_k \leq N-1$ ， $[u]$  表示小于等于  $u$  的最大整数， $p_{k,I}$  为第  $k$  个用户  $I$  支路扩频序列的周期。则有：

$$I_{II} = \frac{\sqrt{P}}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (CW_{I,I}^k(l_{kl}) + CW_{Q,Q}^k(l_{kl})) \cdot \cos \theta_{kl} + (CW_{Q,I}^k(l_{kl}) - CW_{I,Q}^k(l_{kl})) \sin \theta_{kl} \quad (9)$$

$$I_{IQ} = \frac{\sqrt{P}}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L (CW_{I,Q}^k(l_{kl}) + CW_{Q,I}^k(l_{kl})) \cdot \cos \theta_{kl} + (CW_{Q,Q}^k(l_{kl}) - CW_{I,I}^k(l_{kl})) \sin \theta_{kl} \quad (10)$$

考虑 (8) 式，假设采用的长码是随机二进制序列，同一用户不同间隔的 Chip 码被认为是相互独立的，不同用户使用的长码也是相互独立的。同时假定各条路径上的衰落都为独立同分布的变量。由中心极限定理可以得到， $CW_{I,I}^k(l_{kl})$  服从均值为零，方差为  $N \cdot E[\alpha_{kl}^2]$  的高斯分布。由 (9)、(10) 式容易得到  $I_{II}$ 、 $I_{IQ}$  的均值为零，方差如下：

$$\text{Var}\{I_{II}\} = \text{Var}\{I_{IQ}\} = N \cdot \frac{P}{2} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L E[\alpha_{kl}^2] \quad (11)$$

同理可以求得  $I_{LI}$ 、 $I_{LQ}$  的均值为零，方差为  $\text{Var}\{I_{LI}\} = \text{Var}\{I_{LQ}\} = N \cdot \frac{P}{2} \sum_{l=2}^L E[\alpha_{il}^2]$ 。  $n_{II}$ 、 $n_{IQ}$  服从均值为零，方差为  $N \cdot N/2$  的高斯分布。

如果  $W_P(t)$  与输入信号相匹配，则第  $P$  支路的输出  $y_{P,I}$ 、 $y_{P,Q}$  的条件均值及方差如下：

$$E\{y_{P,I} | \alpha_{I1}\} = N \cdot \alpha_{I1} \cdot \sqrt{P} \cdot \cos \theta_k \quad (12)$$

$$E\{y_{P,Q} | \alpha_{I1}\} = N \cdot \alpha_{I1} \cdot \sqrt{P} \cdot \sin \theta_k \quad (13)$$

$$\text{Var}\{y_{P,I}\} = \text{Var}\{y_{P,Q}\} = \frac{N}{2} \left( N_0 + P \sum_{k=2}^K \sum_{l=1}^L E[\alpha_{kl}^2] + P \sum_{l=2}^L E[\alpha_{il}^2] \right) \quad (14)$$

如果  $W_P(t)$  与输入信号不匹配, 则第  $P$  支路的输出  $y_{P,I}$ 、 $y_{P,Q}$  的均值及方差如下:

$$E\{y_{P,I}\} = E\{y_{P,Q}\} = 0 \quad (15)$$

$$\text{Var}\{y_{P,I}\} = \text{Var}\{y_{P,Q}\} = \frac{N}{2} \left( N_0 + P \sum_{k=2}^K \sum_{l=1}^L E[\alpha_{kl}^2] + P \sum_{l=2}^L E[\alpha_{il}^2] \right) \quad (16)$$

令  $Z_P = y_{P,I}^2 + y_{P,Q}^2$ , 则最终的输出  $Z_P$  在  $W_P(t)$  与输入信号相匹配的条件下满足如下分布:

$$f(Z_P | \alpha_{i1}) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp(- (Z_P + S^2)/2D^2) \cdot I_0(S \cdot \sqrt{Z_P/D^2}) \quad (17)$$

式中  $D^2 = \frac{N}{2} \left( N_0 + P \sum_{k=2}^K \sum_{l=1}^L E[\alpha_{kl}^2] + P \sum_{l=2}^L E[\alpha_{il}^2] \right)$ ,  $S = N \cdot \alpha_{i1} \cdot \sqrt{P}$ 。在  $W_P(t)$  与输入信号不匹配时,  $Z_P$  满足如下分布:

$$f(Z_P | \alpha_{i1}) = \frac{1}{2D^2} \exp(- Z_P/2D^2) \quad (18)$$

由 (17)、(18) 两式就可以得到正确判决的条件概率:

$$p_c = \frac{1}{2D^2} \int_0^{\infty} \left( 1 - e^{-\frac{x}{2D^2}} \right)^{M-1} \cdot e^{-\frac{x+S^2}{2D^2}} \cdot I_0\left(\frac{S\sqrt{x}}{D^2}\right) dx \quad (19)$$

相应的符号差错概率  $p_f = 1 - p_c$ , 则可以得到误比特率<sup>[3]</sup>:  $p_b = \frac{2^{m-1}}{M-1} p_f$ 。已知  $\alpha_{i1}$  服从 Rayleigh 分布, 则

得到如下的平均比特差错概率:  $\hat{p}_b = \int_0^{\infty} p_b(x) \cdot f_R(x) dx$ , 式中  $x = \alpha_{i1}$ 。为减小计算量, 可用 Taylor 级数将  $p_b(x)$  展开为如下形式:

$$p_b(x) = p_b(\mu) + (x - \mu) p'_b(\mu) + \frac{(x - \mu)^2}{2!} p''_b(\mu) + \dots + \frac{(x - \mu)^n}{n!} p^n_b(\mu) + R_n \quad (20)$$

其中  $\mu$  为  $x$  的均值,  $p^n_b(x)$  是  $p_b(x)$  的  $n$  阶导数,  $R_n$  为余项。忽略  $R_n$  不计, 则有:

$$\hat{p}_b \approx p_b(\mu) + \frac{\sigma_c^2}{2!} p''_b(\mu) + \dots + \frac{\sigma_c^n}{n!} p^n_b(\mu) \quad (21)$$

其中  $\sigma_c^n$  为  $x$  的  $n$  阶中心矩。直接计算 (21) 式非常复杂, 需要计算函数  $p_b(x)$  的各阶微分项。如果忽略二次项以上的高阶项, 将二阶微分用线性方程来近似, 则可以得到以下的近似解<sup>[4]</sup>:

$$\hat{p}_b \approx p_b(\mu) + \frac{1}{2} \frac{p_b(\mu+h) - 2p_b(\mu) + p_b(\mu-h)}{h^2} \sigma_c^2 \quad (22)$$

由参考文献 [4] 可知, 选取  $h = \sqrt{3} \sigma_c$  可以获得较好的精度。此时, 上式可以近似表示为:

$$\hat{p}_b \approx \frac{2}{3} p_b(\mu) + \frac{1}{6} p_b(\mu + \sqrt{3} \sigma_c) + \frac{1}{6} p_b(\mu - \sqrt{3} \sigma_c) \quad (23)$$

### 3 数值结果分析

为比较不同长度 Walsh 函数条件下系统的性能, 选取 DS-CDMA 系统的扩展比为 64, 取 Rayleigh 分布的参数  $\sigma^2 = 0.637$ 。由图 3 (a) 可见增大  $M$  可以明显改善 DS-CDMA 系统的误码性能。但随着 Walsh 序列周期的增加, 性能提高的同时使得接收端的运算量大大增加。图中加号为 (23) 式计算所得的理论结果, 星号为仿真结果。图 3 (b) 为系统性能随信噪比变化的关系, 可见随着信噪比的增大, 误码率趋向一个饱和门限。这是由于多径信号的存在使得增加信噪比的同时也增大了干扰分量。当信噪比增加到一定程度时, 再增加信噪比就无助于系统性能的提高。图 3 (c)、(d) 分别为误码率随多径数目、用户数目变化的性能关系。由图中的误码率曲线可见, 多径干扰、多址干扰对系统的误码性能影响很大, 随着多址数目和多径数目的增加, 系统性能迅速下降。图 3 (b)、(c)、(d) 的结果都是由式 (23) 计算所得的理论分析结果。其中实线、点划线、虚线分别表示  $M$  阶正交信号的周期为 64、32、16。

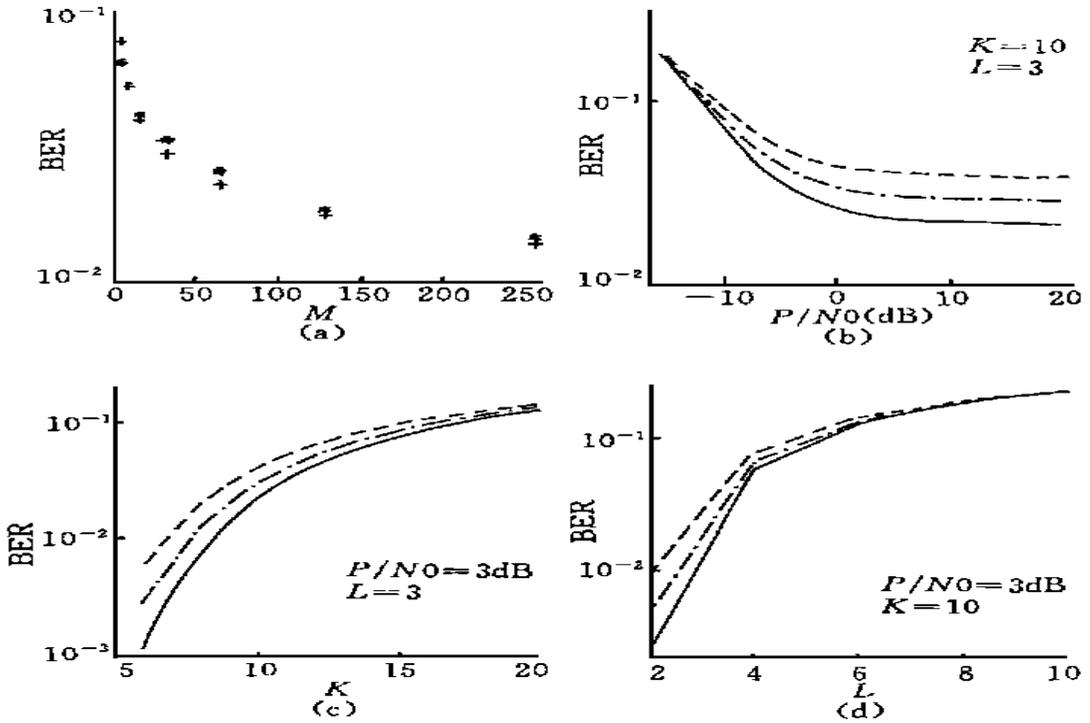


图3 DS-CDMA 系统误码率

Fig. 3 Bit error probability of DS-CDMA system

## 4 结论

本文分析了在基带进行采样处理后,采用  $M$  阶正交信号的 DS-CDMA 系统的性能,给出了在白噪声及多址、多径干扰条件下  $M$  阶正交信号对系统误码性能影响的计算公式。理论分析表明采用  $M$  阶正交信号可以在一定程度上改善系统的抗干扰性能,但它不能从根本上消除多址、多径的影响,同时采用  $M$  阶正交信号也增大了接收机实现的复杂度。

## 参考文献:

- [1] Enge P K, Sarwat D V. Spread spectrum multiple-access performance of orthogonal codes: Linear receiver [J]. IEEE Trans. Commun, Dec. 1987, 1309- 1319.
- [2] Chase M, Paha K. Performance of DS-CDMA over measured indoor radio channels using random orthogonal codes [J]. IEEE Trans Veh. Technol, vol. 42, Nov. 1993, 617- 624.
- [3] Een K H, Ki J K, Keum C W, Performance Evaluation of DS-CDMA System with M-ary Orthogonal Signaling [J]. IEEE Trans. Veh. Technol, vol. 45, Feb. 1996, 57- 62.
- [4] Holtzman J M. A Simple accurate method to calculate spread-spectrum multiple access error probabilities [P]. IEEE Trans Commun, vol. 40, no. 3, Mar. 1992, 274- 282.
- [5] 吕毅, 程时昕. DS/CDMA 长码系统在多径衰落环境下的性能分析 [J]. 东南大学学报, 1995, 5, 7- 12.