国 防 科 技 大 学 学 报
第 22 卷 第 3 期　JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY　Vol. 22 No. 3 2000
文章编号: 1001-2486 (2000) 03-0053-04

飞船再入制导最佳反馈增益系数规律*

汤国建, 赵汉元

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙　410073)

摘　要: 为了获取基于标准轨道返回舱再入纵向制导的最佳反馈增益系数, 建立了纵平面运动方程, 推导了对应于纵向制导规律的摄动微分方程。根据 Pontryagin 极小值原理, 给出了最优反馈控制律, 求解 Riccati 方程, 即可得到最佳反馈增益系数。考虑到实现的可行性, 将时变的增益系数逼近成常数或分段常数, 得到次优反馈增益系数, 取得了满意的制导效果。

关键词: 再入制导; 最优反馈; 增益系数; 摄动理论

中图分类号: V44　　文献标识码: A

A Study of the Optimal Feedback-Gain-Coefficients of Reentry Guidance for Spacecraft

TANG Guo-jian, ZHAO Han-yuan

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Based on the nominal reentry trajectory, this paper presents the optimal feedback-gain-coefficients (FGCs) of the reentry longitudinal guidance for the return module. First of all, the longitudinal planar motion equations are modeled. Secondly, corresponding to the longitudinal guidance law the perturbation differential equations are derived. Finally, according to the Pontryagin minimum principle, the optimal FGCs are given by solving the Riccati equation. Considering the practical feasibility, the varying gain coefficients are approximated to constant ones or gradual constant ones to form the sub-optimal FGCs. And the satisfactory guidance results are achieved.

Key words: reentry guidance; optimal feedback; gain coefficient; perturbation theory

为了获取基于标准轨道[1]以时间 t 为自变量的载人飞船返回舱再入纵向制导规律[2~4]

$$\Delta_t(C_L/C_D) = K_1\Delta_t n_x + K_2\Delta_t\dot{h} + K_3\Delta_t L + K_4\Delta_t\dot{L} \tag{1}$$

中的反馈增益系数 $K_i(i = 1, 2, 3, 4)$, 且克服试凑法等理论依据不足的缺点, 本文由摄动理论, 建立纵平面运动的摄动微分方程, 之后再利用 Pontryagin 极小值原理, 推导出最优反馈控制律, 继而求解 Riccati 方程, 即可找到最佳反馈增益系数。为了易于工程实现, 将时变的增益系数逼近成常数或分段常数, 得到所需的次优反馈增益系数。

1　纵平面运动方程

在不考虑地球自转, 且认为地球为与距离平方成反比的引力场, 返回舱在再入过程中为配平攻角 α_{tr} 状态飞行的假设条件下, 得到纵平面运动方程[5]

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -C_D\dfrac{\rho v^2}{2m}S - g\sin\theta_T \\ \dfrac{\mathrm{d}\theta_T}{\mathrm{d}t} = \left(\dfrac{C_L}{C_D}\right)_0 C_D\dfrac{\rho v}{2m}S + \left(\dfrac{v}{r} - \dfrac{g}{v}\right)\cos\theta_T \\ \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = v\sin\theta_T \\ \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \dfrac{Rv}{r}\cos\theta_T \end{cases} \tag{2}$$

* 收稿日期: 2000-02-18
作者简介: 汤国建 (1964-), 男, 副教授, 在职博士生。

其中 υ、θ_T、r、L 分别为返回舱的飞行速度、当地速度倾角、地心距以及某一高度假想球面上的纵程距离，R 为假想球面半径，$g=fM/r^2$ 为地球引力加速度，ρ 为大气密度，m、S 分别为返回舱质量、特征面积，C_D、C_L、C_L/C_D 分别为气动阻力系数、升力系数、升阻比，$(C_L/C_D)_0=\cos\gamma_{oc}(C_L/C_D)$，$\gamma_{oc}$ 为由标准轨道设计[1]所确定的总升力与再入纵平面的夹角，飞行高度为 $h=r-R_0$，R_0 为地球平均半径。

返回舱的再入过载主要是由空气动力产生的，而且升阻比较小，因此，考虑切向过载

$$n_x=-\frac{C_D\rho\upsilon^2 S}{2mg_0} \tag{3}$$

2 纵平面运动方程的摄动模型

将式(2)在标准纵平面运动近旁进行线性化，可得

$$\begin{cases}\Delta_t\dot{\upsilon}=a_{11}\Delta_t\upsilon+a_{12}\Delta_t\theta_T+a_{13}\Delta_t h\\ \Delta_t\dot{\theta}_T=a_{21}\Delta_t\upsilon+a_{22}\Delta_t\theta_T+a_{23}\Delta_t h+b\Delta_t\left(\dfrac{C_L}{C_D}\right)_0\\ \Delta_t\dot{h}=a_{31}\Delta_t\upsilon+a_{32}\Delta_t\theta_T\\ \Delta_t\dot{L}=a_{41}\Delta_t\upsilon+a_{42}\Delta_t\theta_T+a_{43}\Delta_t h\end{cases} \tag{4}$$

由式(3)得到

$$\Delta_t n_x=a_{51}\Delta_t\upsilon+a_{53}\Delta_t h \tag{5}$$

其中 a_{ij}，b 均为关于标准纵平面运动参数的函数，亦即为时间的函数。

由式(4)的后两个方程和式(5)联合求得

$$[\Delta_t\upsilon\quad\Delta_t\theta_T\quad\Delta_t h]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{B}[\Delta_t n_x\quad\Delta_t\dot{h}\quad\Delta_t L\quad\Delta_t\dot{L}]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

同时得到

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\Delta_t n_x\quad\Delta_t\dot{h}\quad\Delta_t L\quad\Delta_t\dot{L}]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{C}[\Delta_t\upsilon\quad\Delta_t\theta_T\quad\Delta_t h]^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix}0\\a_{32}b\\0\\a_{42}b\end{bmatrix}\Delta_t\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_0 \tag{7}$$

其中 $\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$ 为系数矩阵。

令 $\boldsymbol{X}=[\Delta_t n_x\quad\Delta_t\dot{h}\quad\Delta_t L\quad\Delta_t\dot{L}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{U}=\Delta_t\left(\dfrac{C_L}{C_D}\right)_0$

$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{B}$

$\boldsymbol{H}=[0\quad a_{32}b\quad 0\quad a_{42}b]^{\mathrm{T}}$

则

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{GX}+\boldsymbol{HU} \tag{8}$$

3 最优反馈增益系数

经过摄动得到形如式(8)的纵向小扰动状态空间方程后，采用使二次型性能指标最优的线性控制求解所对应的反馈增益系数 $\boldsymbol{K}=[K_1\quad K_2\quad K_3\quad K_4]$。

取性能指标[6,7]

$$J=\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t_f)\boldsymbol{F}'\boldsymbol{X}(t_f)+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f}(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}'\boldsymbol{X}+\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}'\boldsymbol{U})\mathrm{d}t \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{F}'$、$\boldsymbol{Q}'$ 为非负定阵，$\boldsymbol{R}'$ 为正定阵。

由 Rontryagin 极小原理，得到最优控制

$$U^* = -R'^{-1}H^{\mathrm{T}}PX \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{P}$ 由 Riccati 方程解出。

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{P}}{\mathrm{d}t} = -\boldsymbol{PG} - \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{PHR}'^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} - \boldsymbol{Q}' \\ \boldsymbol{P}(t_f) = \boldsymbol{F}' \end{cases} \tag{11}$$

因此，最优反馈增益系数

$$\boldsymbol{K} = -\boldsymbol{R}'^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \triangleq [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4] \tag{12}$$

反向积分 Riccati 方程，即可得到反馈增益系数 $\boldsymbol{K}$。因为 $\boldsymbol{G}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{Q}'$、$\boldsymbol{R}'$ 在 $[t_0, t_f]$ 上都是连续函数，所以 Riccati 方程在 $[t_0, t_f]$ 上满足边界条件的解是存在的，而且是唯一的。

4　算例

以某一典型的纵平面标准再入轨道为例，选择三个权矩阵

$$\boldsymbol{F}' = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{0.1^2}, \frac{1}{250^2}, \frac{1}{200^2}, \frac{1}{500^2}\right), \boldsymbol{Q}' = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{0.5^2}, \frac{1}{750^2}, \frac{1}{7500^2}, \frac{1}{2000^2}\right), \boldsymbol{R}' = \frac{1}{0.06^2}$$

经过仿真计算，得到时变的最优反馈增益系数如图 1～4 所示，其中，图 2 和图 4 的纵坐标单位为 10^{-3}s/m，图 3 的纵坐标单位为 10^{-5}/m。

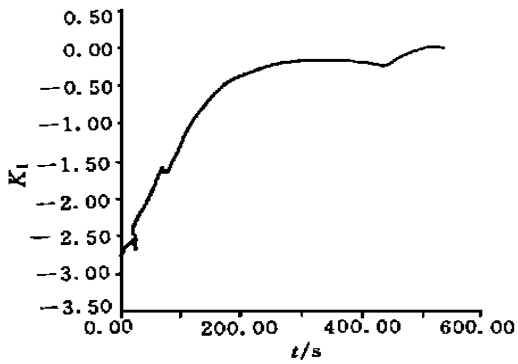

图 1　时变反馈增益系数 $K_1(t)$

Fig. 1　Time-varying FGC $K_1(t)$

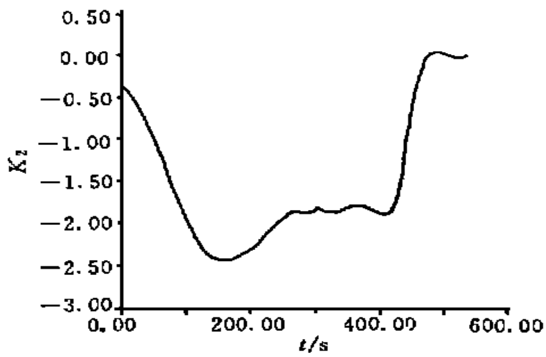

图 2　时变反馈增益系数 $K_2(t)$

Fig. 2　Time-varying FGC $K_2(t)$

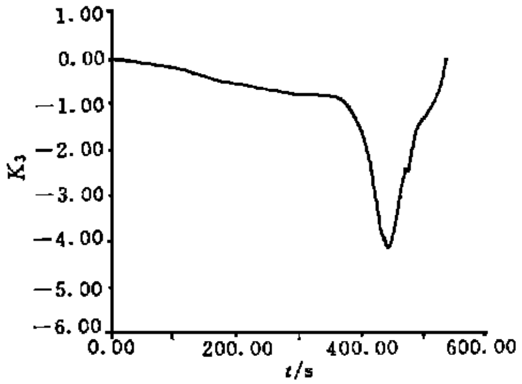

图 3　时变反馈增益系数 $K_3(t)$

Fig. 3　Time-varying FGC $K_3(t)$

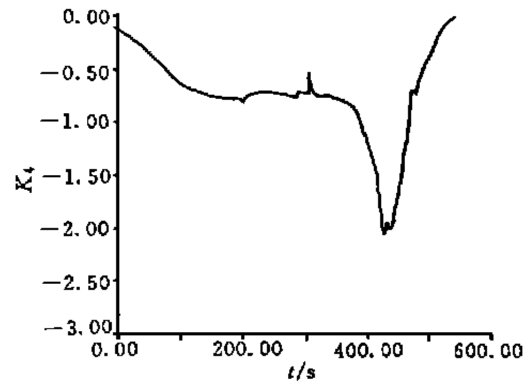

图 4　时变反馈增益系数 $K_4(t)$

Fig. 4　Time-varying FGC $K_4(t)$

为了简化制导规律，保证实现的简单可靠，将 K_1，K_2，K_4 拟合成常数，将 K_3 拟合成两段常数，得到次优的反馈增益系数。

$$\begin{cases} K_1 = -0.62 \\ K_2 = -1.5\times 10^{-3}\,\mathrm{s/m} \\ K_3 = \begin{cases} -5.2\times 10^{-6}\,\mathrm{1/m}, & 0 \leqslant t < 400\mathrm{s} \\ -2.2\times 10^{-5}\,\mathrm{1/m}, & t \geqslant 400\mathrm{s} \end{cases} \\ K_4 = -7.5\times 10^{-4}\,\mathrm{s/m} \end{cases}$$

5 结束语

本文从理论上推导了最佳反馈增益系数的表达式，解决了用试凑法寻找反馈增益系数时理论依据不足的问题。

大量的仿真计算结果表明，反馈增益系数 $\boldsymbol{K}$ 对 $\boldsymbol{R}'$ 较敏感，而对 $\boldsymbol{F}'$，$\boldsymbol{Q}'$ 并不很敏感。究竟怎样选择权矩阵 $\boldsymbol{F}'$、$\boldsymbol{Q}'$、$\boldsymbol{R}'$，除了根据状态变量和控制量的物理意义进行选择外[6]，还要通过制导轨道的仿真计算来验证所寻找的反馈增益系数能否满足制导要求来定。反过来，在各种误差干扰情况下，经过制导轨道的大量仿真计算，可以对权矩阵进行适当修正。因为仅靠选择权矩阵，往往是很困难的，权矩阵中各元素的量纲并非一致，给出的是一个综合指标，各分指标之间协调有一定难度。采用本文的时变增益系数，经过制导轨道的仿真计算，取得了满意的制导效果。

用常数或分段常数逼近时变增益系数进行制导，虽然效果比用时变增益系数时稍差，但还是可以满足工程设计要求的。经过仿真计算可知，对应于 $\Delta_t n_x$，$\Delta_t \dot{h}$，$\Delta_t \dot{L}$ 的反馈增益系数 K_1，K_2，K_4 逼近成一个常数是可以的，但对应于 $\Delta_t L$ 的反馈增益系数 K_3 应逼近成二段常数，原因是 K_3 这个系数较敏感，直接对应于纵程控制。

参考文献:

[1] 何　力，赵汉元. 载人飞船标准返回轨道设计 [J]. 国防科技大学学报，1996，18 (3)：63-67.

[2] 赵汉元，谢晓全. 载人飞船再入制导方法研究 [J]. 宇航学报，1992，1：8-14.

[3] 陈克俊. 飞船返回再入制导方法研究 [J]. 国防科技大学学报，1997，19 (6)：31-35.

[4] 王希季主编. 航天器进入与返回技术 (上册) [M]. 北京：宇航出版社，1991.

[5] 贾沛然，陈克俊，何　力. 远程火箭弹道学 [M]. 长沙：国防科技大学出版社，1993.

[6] 程国采. 航天飞行器最优控制理论与方法 [M]. 北京：国防工业出版社，1999.

[7] Cavallo A, Ferrara F. Atmospheric reentry control for low lift/drag vehicles [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19 (1): 47-53.