

文章编号: 1001-2486 (2000) 04-0005-04

球锥体高超声速绕流的俯仰阻尼导数的数值计算*

牟斌, 刘伟, 瞿章华

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 采用 Navier-Stokes 方程描述球锥体外形非定常振动流场, 在 Etkin 理论下给出俯仰阻尼导数的计算公式。对定常流场的计算采用 ADI 形式的 NND 格式, 对非定常流场的计算采用四步 Runge-Kutta 方法, 并引入变系数残值光顺技术加速收敛。将俯仰阻尼导数计算结果与实验及工程计算进行了比较, 并数值研究了其随振动中心的变化规律。

关键词: 俯仰阻尼导数; Navier-Stokes 方程; 非定常流; 数值模拟

中图分类号: V434 **文献标识码:** A

Numerical Calculation of Damping in Pitch Derivatives for Hypersonic Flow over Sphere-Cone Bodies

MOU Bin, LIU Wei, QU Zhang-hua

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The full Navier-Stokes equations are adopted to describe the unsteady oscillating flow field over the sphere-cone. The formula of damping in pitch derivatives is presented under Etkin's theory. The steady flow field is solved by the NND scheme in ADI form, and the unsteady flow field is solved by combining the four-stage Runge-Kutta scheme and implicit residual smoothing method. The numerical results are compared with experiment and ENT calculation. The tide of the derivatives varying along with the position of oscillation center is studied.

Key words: damping in pitch derivatives; Navier-Stokes equations; unsteady flow; numerical simulation

俯仰阻尼导数是飞行器动态特性课题研究中的重要参数, 对飞行器攻角振幅的衰减起着重要的作用, 也是目前高精度弹头重要设计参数之一。20 世纪 90 年代以前, 包括俯仰阻尼导数在内的动导数确定主要依赖于实验, 美国在研制“阿波罗”、“双子星座”等再入飞行器时, 曾进行过近千小时的地面或飞行实验; 而计算主要集中在一些基于牛顿理论基础上的经验和半经验方法上。20 世纪 90 年代以后, 随着计算机技术的高速发展, 动导数的数值计算方法逐步兴起, 如基于求解 Euler 方程、Navier-Stokes 方程的谐振摄动法^[1]、锥运动法^[2]等。在数值求解动态稳定性参数的问题中, 非定常流场计算是其中关键部分, 目前计算效率较高的一些 ADI、LU 型隐式格式时间精度只有一阶, 而显式格式库朗数较小, 计算时间令人生畏。因此, 非定常流场的计算效率及时间精度是一个十分重要而现实的问题。

本文以球锥体外形为例, 研究俯仰阻尼导数的计算方法。控制方程为 Navier-Stokes 方程, 定常流场采用 ADI 形式的 NND 格式; 非定常流场采用具有二阶时间精度的四步 Runge-Kutta 格式, 并引入变系数残值光顺方法提高计算效率。首先与实验及工程算法比较了球锥体外形在不同攻角下俯仰阻尼导数结果, 然后用数值方法研究了球锥体俯仰阻尼导数随质心的变化规律。

1 基本方法

1.1 控制方程

本文在完全气体假定下, 采用全 N-S 方程做为出发方程。在一般坐标系下方程无量纲形式为

* 收稿日期: 1999-12-10
基金项目: 国家 863 航天高技术项目资助 (863-2-98-6)
作者简介: 牟斌 (1974), 男, 硕士生。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial \zeta} \quad (1)$$

式中: \mathbf{U} 为求解矢量, \mathbf{E} 、 \mathbf{F} 、 \mathbf{G} 为无粘通矢量, \mathbf{E}_v 、 \mathbf{F}_v 、 \mathbf{G}_v 为粘性通矢量。

1.2 求解方法及变系数残值光顺

1.2.1 差分算法

对定常流场, 采用计算效率较高的经对角化处理的隐式 NND 格式, 该格式在空间上除个别点外, 具有二阶精度。格式见文献 [2, 4]。

对非定常流场, 采用时间二阶的四步 Runge-Kutta 格式来提高非定常流场的时间计算精度, 格式形式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_j^{(0)} &= \mathbf{U}_j^n \\ \mathbf{U}_j^{(1)} &= \mathbf{U}_j^{(0)} - \alpha_1 \Delta t RHS^{(0)} \\ \mathbf{U}_j^{(2)} &= \mathbf{U}_j^{(0)} - \alpha_2 \Delta t RHS^{(1)} \\ \mathbf{U}_j^{(3)} &= \mathbf{U}_j^{(0)} - \alpha_3 \Delta t RHS^{(2)} \\ \mathbf{U}_j^{(4)} &= \mathbf{U}_j^{(0)} - \alpha_4 \Delta t RHS^{(3)} \\ \mathbf{U}^{n+1} &= \mathbf{U}^{(4)} \end{aligned} \quad (2)$$

式中, Δt 为时间步长, $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1)$, $RHS^{(i)}$ 为式 (1) 空间差分。

1.2.2 变系数残值光顺方法

显式格式的四步 Runge-Kutta 格式的时间步长受稳定库朗数的限制, 因此要提高非定常流场的计算效率, 应对格式进行一定的处理, 本文采用 Jameson 提出, 后经 Jorgenson 和 Chima 改进的隐式变系数残值光顺方法^[5]。在 Runge-Kutta 格式每推进一步后对残值进行光顺处理

$$(1 - \varepsilon \delta_{\xi\xi})(1 - \varepsilon \delta_{\eta\eta})(1 - \varepsilon \delta_{\zeta\zeta}) \Delta \mathbf{U}^* = \Delta \mathbf{U} \quad (3)$$

$\Delta \mathbf{U}$ 为每推进一步后的残值, $\Delta \mathbf{U}^*$ 为光顺后的残值。 ε 为光顺参数, 由当地库朗数决定

$$\varepsilon(i, j, k) = \max \left[0, \frac{1}{4} \left[\left(\frac{CFL_{i,j,k}}{CFL^*} \right)^2 - 1 \right] \right] \quad (4)$$

CFL^* 为受稳定性限制的库朗数, $CFL_{i,j,k}$ 为当地库朗数。和常数系数光顺相比, 在远离物面处, 由于网格间距大, 当地库朗数 $CFL_{i,j,k}$ 远远小于 CFL^* , 因此 ε 为零, 这样选取光顺参数避免了远离物面处的物理信息的损失。(3) 式可分解为三个三对角方程, 通过标量追赶法求解。Jorgenson 证明残值光顺对流场的影响为 $O(\varepsilon \Delta x^3)$ 量级, 因此, 只要 ε 不是太大, 隐式残值光顺对流场的计算精度没有影响。数值实验表明, 由于残值光顺可分解为三对角标量追赶完成, 计算量只增加了 15%, 而 CFL_{\max} 却提高了 15 倍以上, 因此, 大大提高了非定常流场的计算效率, 与一般隐式格式相当。

1.3 网格及边界条件

计算网格采用代数方法给出。非定常流场计算时, 动网格由物面瞬时坐标及固定的外边界坐标代数插值给出, 代数方法的最大优点是可以大大节省动网格生成时间。

边界条件: 入口赋超音速来流值; 出口流动参数由零梯度条件外推求解; 壁面堤无滑移及等温壁条件。由于俯仰振动左右对称, 因此只计算半边流场, 采用对称边界条件处理对称面。壁面数值边界条件, 对定常问题, 近壁压强梯度: $\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{wall} = 0$ 。对非定常问题, 采用法向动量方程。

初值条件提法为: 对定常流场, 物理量按线性分布赋值。动态流场以定常流场计算结果为初场。

2 俯仰阻尼导数计算方法

如图 1 所示, 物体绕位于体轴上的质心作俯仰简谐振动, 方程为

$$\alpha = \theta = \alpha_0 - \alpha_m \cos kt \quad (5)$$

α 为瞬时攻角, α_a 为平均攻角, α_m 为振幅, θ 为俯仰角, k 为减缩频率。 $t = 0$ 时, $\alpha_0 = \alpha(0) = \alpha_a - \alpha_m$, α_0 即基准状态的攻角。由 Etkin 假定, 流场达到谐振时, 俯仰力矩系数 C_m 可写成

$$C_m = C_m(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha} \dots, q, \dot{q}, \ddot{q} \dots) \quad (6)$$

式中 q 为俯仰角速度。在基准状态及小幅振动条件下展开 (6) 式, 可得

$$C_m(t) = C_{m_0} + C_{m_\theta} \Delta\theta + C_{m_{\dot{\theta}}} \Delta\dot{\theta} \quad (7)$$

式中

$$\begin{cases} C_{m_\theta} = C_{m_a} - k^2(C_{m_{\ddot{a}}} + C_{m_{\dot{q}}}) + k^4(C_{m_{\ddot{a}\dot{a}}} + C_{m_{\dot{q}\dot{q}}}) - \dots \\ C_{m_{\dot{\theta}}} = (C_{m_{\dot{a}}} + C_{m_{\dot{q}}}) - k^2(C_{m_{\ddot{a}\dot{a}}} + C_{m_{\dot{q}\dot{q}}}) + \dots \end{cases}$$

当 k 不很大, 且忽略高阶导数的影响时, 上式可简化成

$$C_{m_\theta} = C_{m_a} + C_{m_{\dot{q}}} \quad (8)$$

C_{m_θ} 即是本文所求的俯仰阻尼导数, C_{m_θ} 的解可通过对式 (8) 的数值辨识求出, 本文采用下面的积分公式

$$C_{m_\theta} = - \frac{1}{\pi \alpha_m} \int_{t_s}^{t_s+T} C_m(t) \sin kt \, dt \quad (9)$$

t_s 为积分起始时刻, T 为振动周期: $T = \frac{2\pi}{k}$ 。

3 计算结果及分析

如图 1 所示, 计算外形为球锥体。等效尖锥长度 L 为参考长度, 参考面积为底部面积。网格数为 $37 \times 19 \times 35$ (流向 \times 周向 \times 法向), 计算不考虑底部流动的影响。来流条件为 $M_\infty = 6.85$, $Re_N = 2.9 \times 10^5$, $T_\infty = 67.0\text{K}$, 壁温 $T_w = 300\text{K}$ 。球锥体最大振幅 $\alpha_m = 1$, 减缩频率 k 在计算中分别取为 1.0 和 0.1, 流态为层流。

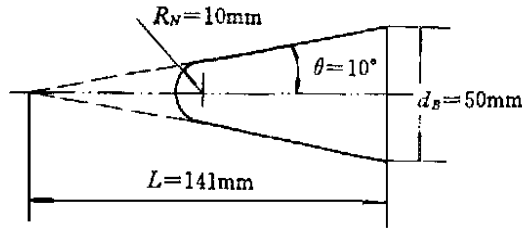


图 1 计算外形

Fig 1 Shapes of calculation

图 2、3 分别给出 $\alpha_0 = 10^\circ$, 质心位置 $X_{cg} = 0.80L$ 时 C_m 与 α 的关系图及 C_m 的时间历程图。由图可见, 计算两个周期后, 球锥体绕流流场便达到较好的谐振性, 曲线形成封闭的滞后环。

图 4 为实验、数值计算及工程计算三种方法所得俯仰阻尼导数随攻角的变化曲线。可以看到, 本文计算所得结果与文献 [6] 的实验数据比较, 在符号及变化趋势上都比较一致, 优于采用半经验的内伏牛顿流理论的计算结果。要说明的是, 文献 [6] 指出其实验误差为 15%。从目前动导数的计算精度及工程要求来看, 本文在未考虑底阻影响的情况下所得计算结果还是令人满意的。此外, 从图中可以看到, 对于球锥体外形, 俯仰阻尼导数起正阻尼作用。当攻角增大时, 俯仰阻尼呈上升趋势。

图 5 为俯仰阻尼导数随振动中心 (质心) 位置的变化曲线, 由于流场的非定常滞后效应以及粘性等非线性效应, 动导数随质心的变化也呈非线性。由图可以看到, 对于球锥体外形, 俯仰阻尼导数存在一个极小值点。这与文献 [6] 中实验与工程计算揭示的趋势是一致的。

4 结论

(1) 本文采用四阶 Runge-Kutta 方法结合 NND 格式，并引入变系数残值光顺技术求解非定常 N-S 方程，提高了在时间方向的精度。并在 Etkin 假设下，计算给出了球锥体外形的俯仰阻尼导数随攻角 α 的变化曲线。定性趋势与实验一致。

(2) 数值研究了球锥体俯仰阻尼导数随质心位置的变化，定性趋势与有关文献一致。

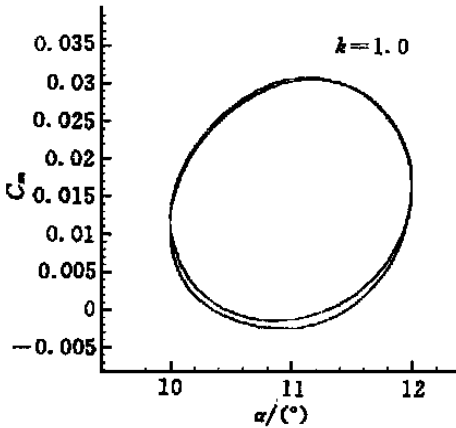


图2 C_m 随攻角变化曲线

Fig 2 Curve of C_m vs attack angle

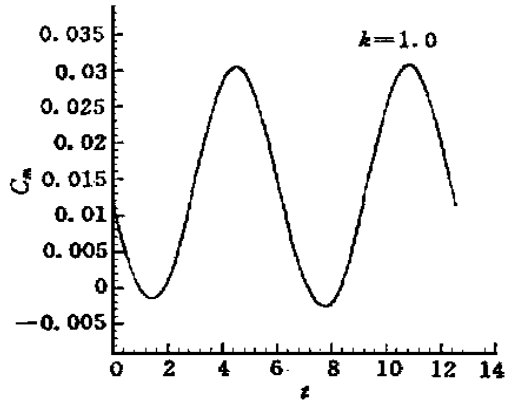


图3 C_m 随时间历程变化曲线

Fig 3 Curve of C_m vs time

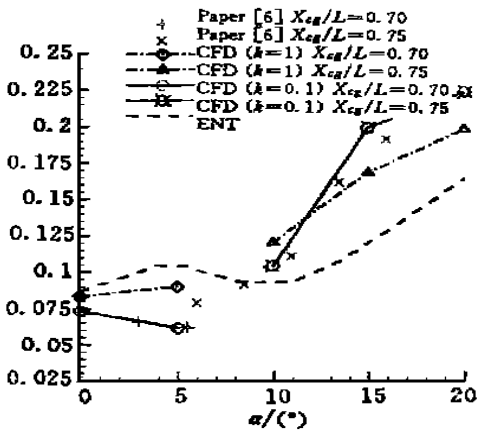


图4 俯仰阻尼导数随攻角变化曲线

Fig 4 Curve of $C_{m\alpha} + C_{mq}$ vs angle of attack

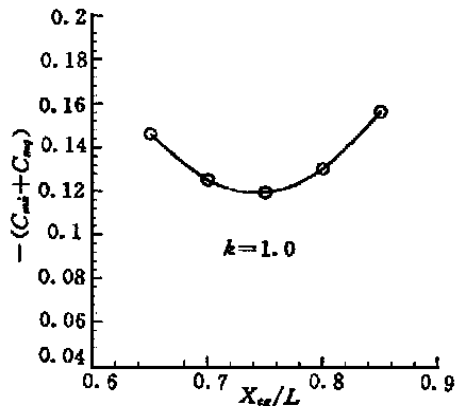


图5 俯仰阻尼导数随质心位置变化曲线

Fig 5 Curve of $C_{m\alpha} + C_{mq}$ vs oscillation axis position

参考文献:

[1] 刘伟, 张鲁民. 钝体俯仰阻尼导数数值计算 [J]. 空气动力学学报, 1997, 15 (4).

[2] 刘伟, 瞿章华. 强迫振动法求解偏航阻尼导数 [J]. 推进技术, 1998, 19 (3).

[3] Joseph K, Schiff L B. Modeling Aerodynamic Responses to Aircraft Maneuvers-A Numerical Validation [J]. J. Spacecraft, 1986, 23 (1).

[4] 沈清. 一种高精度、高分辨率激波捕捉的迎风型 NND 格式 [A]. 第七届全国计算流体力学会议文集 [C]. 1994.

[5] Jorgerson P C E, Chima R V. An Unconditionally Stable Runge-Kutta Method for Unsteady Flows [C]. AIAA-89-0205. 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 9~ 12, January, 1989.

[6] East R A, Hutt G R. Comparison of Prediction and Experimental Data for Hypersonic Pitching Motion Stability [J]. J. Spacecraft, 1988, 25 (3).