

文章编号: 1001-2486 (2000) 04-0009-03

## 空间结构的动应变控制\*

李东旭

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 针对一类航天器外伸结构的结构振动问题, 提出了一种动应变控制方法。并以一梁式外伸结构为例, 建立了结构振动的应变动力学方程, 以及以动应变为状态变量的闭环反馈应变控制状态方程。进行了应变控制的数值仿真。结果表明, 方法是有效的, 对于解决大型外伸结构的振动控制问题具有十分重要的实际意义和应用价值。

**关键词:** 空间结构; 动应变; 应变控制

中图分类号: O342 文献标识码: A

## Dynamical Strain Control of Space Structures

LI Dong-xu

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Some space structures have critical vibration problems owing to their low stiffness and low damping. And some traditional displacement control methods are no longer suitable to the space structures because they are hard to install. A new way to solve this problem has been introduced. Both the dynamical strain equation and the strain control state equation have been developed. A cantilever beam has been taken as an example. Numerical simulation has been done. The results show us that the vibration strain control is of great significance.

**Key words:** space structure; dynamic strain; strain control

航天器, 如卫星、飞船、空间站等, 其结构形式多具有芯体—外伸结构的特点(图1)。这些外伸结构受发射条件、太空作业环境及一些特殊功能要求的限制, 往往在结构形式上表现为跨度大、刚度低、质量轻、阻尼弱的特点。对于这类结构, 任意一个轻微的干扰, 都可能引起振动, 这种振动轻则影响航天器系统的正常工作, 重则可使整个系统失稳, 导致灾难性的后果。

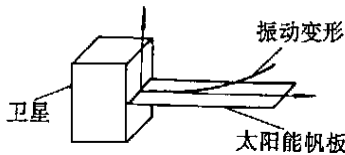


图1 芯体—外伸结构示意图

Fig. 1 Illustration of the main body and its extending structure

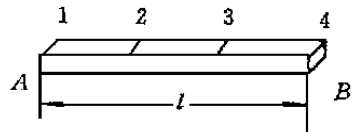


图2 平面梁的有限元模型

Fig. 2 A Finite element modal of the plane beam

由于传统的结构振动控制中采用的位移加速度传感器及位移控制作动器不允许在外伸挠性空间结构上安装, 本文将采用应变控制的方法来实现振动控制。由于挠性结构振动的所有模态中, 最低级的模态为弯曲振动模态<sup>[1]</sup>, 因此本文将针对外伸结构的梁式物理模型开展研究, 建立梁式结构的运动学基本微分方程及以动应变为状态变量的闭环反馈状态控制态方程。并以一悬臂梁为例进行了数值仿真。结果表明方法的正确性和有效性。

## 1 基本运动微分方程

\* 收稿日期: 2000-04-03

基金项目: 国家“863”应用基础研究项目基金资助(863-2)

作者简介: 李东旭(1956-), 女, 副教授, 博士。

### 1.1 研究对象

研究对象如图 2 所示。单元刚度矩阵  $K_e$  与单元质量  $M_e$  矩阵为

$$K_e = \left( \frac{EJ}{l^3} \right) \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad M_e = \left( \frac{\rho Al}{420} \right) \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

其中:  $E$  为材料的弹性模量;  $\rho$  为材料的质量密度;  $l$  为梁单元长度;  $A$  为梁单元截面积;  $J$  为梁单元截面转动惯量。

### 1.2 弯曲振动微分方程

$$M\ddot{\delta} + K\delta = Du \quad (1)$$

其中:  $M$  为  $8 \times 8$  的质量矩阵;  $K$  为  $8 \times 8$  的刚度矩阵;  $\delta$  为  $8 \times 1$  的节点位移向量;  $u$  为  $2 \times 1$  的控制向量;  $D$  为  $8 \times 2$  的控制分配矩阵。

如果给定结构的几何尺寸及材料常数, 由有限元的知识可得到  $M$  和  $K^{[2]}$ 。

设  $w$  表示挠度,  $\theta$  表示转角, 则

$$\delta = [w_1 \ \theta_1 \ w_2 \ \theta_2 \ w_3 \ \theta_3 \ w_4 \ \theta_4]^T \quad (2)$$

### 1.3 弯曲动应变的微分方程

已知在梁的表面应变绝对值为

$$\varepsilon = \frac{h}{2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (\text{拉正压负, 动态变化}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{2\varepsilon}{h} \quad (4)$$

设在 (1) 式中, 应变控制由转角为  $\theta_i (i = 1, 2)$ , 和增益  $\alpha_i (i = 1, 2)$  组成, 即:

$$u = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \theta_1 \\ \alpha_2 \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

将算子  $\left( \frac{\partial}{\partial x} \right)$  作用于 (1) 式:

$$M \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial \delta}{\partial x} \right) + K \left( \frac{\partial \delta}{\partial x} \right) = D \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{其中} \quad \left\{ \frac{\partial \delta}{\partial x} \right\} &= \left[ \frac{\partial w_1}{\partial x} \ \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \ \frac{\partial w_2}{\partial x} \ \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \ \frac{\partial w_3}{\partial x} \ \frac{\partial \theta_3}{\partial x} \ \frac{\partial w_4}{\partial x} \ \frac{\partial \theta_4}{\partial x} \right]^T \\ &= \left[ \theta_1 \ \frac{2}{h} \varepsilon_1 \ \theta_2 \ \frac{2}{h} \varepsilon_2 \ \theta_3 \ \frac{2}{h} \varepsilon_3 \ \theta_4 \ \frac{2}{h} \varepsilon_4 \right]^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \\ \alpha_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \frac{2}{h} \varepsilon_1 \\ \alpha_2 \frac{2}{h} \varepsilon_2 \end{Bmatrix} \triangleq u_\varepsilon \quad (8)$$

其中  $\varepsilon_i (i = 1, 2)$  是控制输入的应变。

设边界条件为  $A$  端固定,  $B$  端自由。则

在固定端:

$$\theta_1 = 0 \quad (9)$$

在自由端:

$$\varepsilon_4 = 0 \quad (10)$$

在 (1) 式中消去刚体位移, 即划去与  $\theta_1$  及  $\varepsilon_4$  相应的行列后, 得到的矩阵分别记为  $M_\varepsilon$ 、 $K_\varepsilon$  和  $D_\varepsilon$ , 则运动微分方程成为

$$M_\varepsilon \ddot{\delta}_\varepsilon + K_\varepsilon \delta_\varepsilon = D_\varepsilon u_\varepsilon \quad (11)$$

消去刚体位移后,  $M_{\varepsilon}^{-1}$  存在。用  $M_{\varepsilon}^{-1}$  左乘 (11) 式, 并记:

$$\mathbf{R} = -M_{\varepsilon}^{-1}\mathbf{K}_{\varepsilon} = (r_{ij}) \quad (12)$$

$$\mathbf{D} = M_{\varepsilon}^{-1}\mathbf{D}_{\varepsilon} \quad (13)$$

$$\mathbf{D}u_{\varepsilon} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6]^T = u \quad (14)$$

$$\delta_{\varepsilon} = \left[ \frac{2}{h}\varepsilon_1 \ \theta_2 \ \frac{2}{h}\varepsilon_2 \ \theta_3 \ \frac{2}{h}\varepsilon_3 \ \frac{2}{h}\varepsilon_4 \right]^T \quad (15)$$

则

$$\dot{\delta}_{\varepsilon} = \mathbf{R}\delta_{\varepsilon} + \mathbf{D}u_{\varepsilon} \quad (16)$$

(16) 式即是以动应变表示的梁弯曲振动运动微分方程组。

## 2 状态方程

记

$$\{x_1\} = \{\delta_{\varepsilon}\} \quad (17)$$

$$\{x_2\} = \{\dot{\delta}_{\varepsilon}\} \quad (18)$$

$$\mathbf{V} = u \quad (19)$$

则

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{R} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{V} \quad (20)$$

记

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{R} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

$\mathbf{I}$  为  $6 \times 6$  的单位矩阵。则

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{V} \quad (21)$$

(21) 式即该振动控制系统的状态方程。其中状态变量是振动结构的动应变, 输入为应变控制量。

## 3 数值仿真

在图 2 所示的模型中, 结构参数为

$$E = 71 \times 10^9 \text{Pa}, \quad \rho = 2.7 \times 10^3 \text{kg/m}^3, \quad l = 0.8 \text{m}, \quad h = 0.006 \text{m}, \quad b = 0.06 \text{m}$$

图 3 给出了图 2 中节点 1 的应变在开环无控和闭环控制两种情况下的应变响应曲线。

## 4 结论

比较仿真曲线图, 可知应变控制对结构振动抑制的有效性。由于应变片尺寸小 (薄如纸张), 灵敏度高, 可靠性好, 粘贴工艺简单, 适于作航天器结构振动信号的传感器。压电陶瓷也具有尺寸小的特点, 而且具有良好的压电机械特性, 适于作应变控制元件。因此, 由空间结构振动控制对传感器和控制器的特殊要求, 使应变控制的研究具有特别重要的意义, 此方法对空间结构的振动控制也具有特别的优越性。

## 参考文献:

- [1] 凯恩 TR, 莱金斯 PW, 李文森 DA. 航天飞行器动力学 [M]. 黄克累, 张安厚译. 北京: 科学出版社, 1988.
- [2] Graigh RR Jr. Structural Dynamics [M]. Sons, Inc., 1980.
- [3] 李德葆, 张之润, 罗京. 动态应变/应力场分析的模态法 [J]. 振动与冲击, 1992, 4.
- [4] Michael W O. Vibration control of flexible structures using piezoelectric devices as sensors and actuators [D]. Georgia Institute of Technology, 1986.

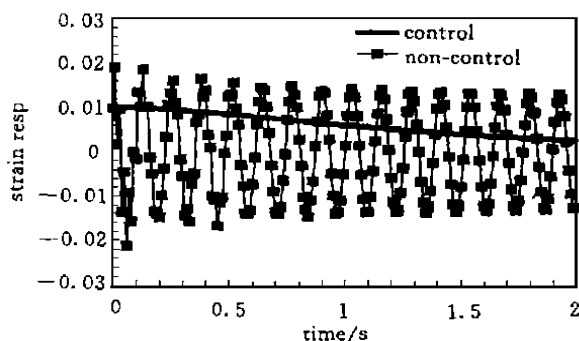


图 3 在有控和无控情况下应变响应曲线

Fig 3 Strain response curves under control and non-control