

文章编号: 1001-2486 (2000) 04-0041-04

带电粒子束自生力对束流扩散的影响*

戴宏毅, 王同权, 肖亚斌

(国防科技大学理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 带电粒子束由于受到静电斥力作用, 它在传输时总是扩散的。本文根据相对论的罗仑兹变换以及牛顿运动定律, 研究了带电粒子束在其自生空间电荷力作用下通过外层空间的真空中传输时的扩散现象, 得出了粒子束传输的扩散方程, 提出了一种计算粒子束扩散半径的方法。然后讨论了影响粒子束传输的各种因素, 包括粒子束类型、能量、束流、出口初始束半径以及散角等。最后从传输技术角度指出了宜选择高能小流初始半径大的电子束, 研究结果不仅同国外研究相符合, 而且将为研究粒子束传输技术提供科学依据。

关键词: 粒子束; 传输; 真空; 束扩散半径; 自生空间电荷力

中图分类号: O572.2; TJ864.6 **文献标识码:** B

Research of Effect of Self-generated Space Charge Force of Charged Particle Beams on Its Radical Spread

DAI Hong-yi, WANG Tong-quan, XIAO Ya-bin

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The charged particle beam tends to diverge and disperse when it propagates beyond the exit port of the accelerator owing to the mutually repulsive force exerted by the beam's similarly charged particles. The authors study the spreading of charged particle beams propagating in the vacuum of outer space in the effect of self-generated space charge force on the basis of the Lorentz Transformation of the Relativity Theory and Newtonian Mechanics, deduce a spread equation of propagation of charged particle beams, and present a method calculating the beam spreading radius. Then, the influences of the beam types, beam energy, beam current, initial radius and divergent angle on the beam propagation are discussed briefly. Finally, we point out that the electron beam with a high energy, weak current and big initial radius must be chosen as a weapon from a point of view of propagation technology. The results of the study are not only in agreement with open data now, but also provide a scientific basic for studying beam propagation technology.

Key words: particle beams; propagation; vacuum; beam spread radius; self-generated space charge force

国外, 美国和前苏联对粒子束技术进行了大量的可行性研究, 在加速器技术, 粒子束破坏效应的机理研究和粒子束的传输技术研究^[1]等方面都取得了重大的研究成果, 但对其中的有些关键技术解密公开发表的却十分有限, 人们也常常为发展带电粒子束能否成为武器的问题进行着技术上的争论。这是因为高能带电粒子束的传输是一个极为复杂的物理问题, 影响束传输的因素很多, 例如: 初始束流分布、发射度、能散度、地磁场影响, 从加速器出口向自由空间过渡的能量平衡, 以及各种不稳定性发展等等, 必然会影响粒子束对一定传输距离的杀伤破坏效果。

文献[2, 3]已根据相对论力学对带电粒子束(如电子、质子)在束的自生场作用下通过真空传输时的束扩散进行了研究。本文将不同于文献[2, 3]的方法, 即根据相对论理论的罗仑兹变换和牛顿运动定律对此进行研究, 方法不一样, 当然所得到的粒子束传输的扩散方程也不一样, 但它们的模拟计算结果是一致的。本文并且与国外文献[4]进行了比较, 国外文献[4]的方程只是本文研究方程的一种特殊情况。

1 物理模型和扩散方程的建立

假设带电粒子束流是长圆柱体, 电荷均匀分布, 密度为 ρ , 单位长度上的电荷量是 λ , 通过真空传输。取圆柱形的对称轴为 z 轴, 正方向就是粒子束的纵向传输方向。设粒子束出口初始半径为 a , 初始散角为 $r'_0 =$

* 收稿日期: 1999-12-13

作者简介: 戴宏毅(1964), 男, 讲师, 硕士。

$\left. \frac{dr}{dz} \right|_{z=0}$, 束中粒子只受粒子束的自场所产生的空间电荷力作用, 而不受任何其它外力作用。

在束流内部, 横向坐标为 r 的粒子受到的径向力为

$$F_r = \frac{e\Phi}{2\epsilon_0} \quad (1)$$

在实验室坐标系中, 根据相对论力学的 Lorentz 变换^[5], 则

$$F_r = \frac{e\Phi}{2\epsilon_0 \gamma^2} \quad (2)$$

其中 γ 是相对论因子, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $v = \beta c$, c 是光速, v 是粒子沿 z 方向的传输速度, 即纵向速度, 并假设粒子的纵向速度远大于粒子的横向速度。

由于力正比于 r , 故只研究圆柱表面一个粒子的轨迹就能看出整个束流半径的变化。根据牛顿运动定律, 圆柱表面粒子的运动方程为

$$m_0 \gamma \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0 r \gamma^2} \quad (3)$$

其中 m_0 为带电粒子的静止质量。变换(3)式即得

$$r r'' = \frac{e\lambda}{2\pi\epsilon_0 \gamma^3 \beta^2 m_0 c^2} \quad (4)$$

其中 $r'' = \frac{d^2 r}{dz^2}$, 上式两边同乘以 $r' = \frac{dr}{dz}$, 并令

$$D^2 = \frac{e\lambda}{\pi\epsilon_0 \gamma^3 \beta^2 m_0 c^2} \quad (5)$$

可得到

$$r'' r' - \frac{D^2}{2} \frac{r'}{r} = 0 \quad (6)$$

积分上式得

$$r'^2 - D^2 \ln r = \text{常数} \quad (7)$$

利用初始条件:

$$z = 0 \text{ 时, } r = a, r' = r'_0 \quad (8)$$

(7)式可化为

$$dz = \pm \left[D^2 \ln \frac{r}{a} + r'_0 \frac{r}{a} \right]^{-\frac{1}{2}} dr \quad (9)$$

积分得

$$Dz = \pm \int \left[\ln \frac{r}{a} + \frac{r'_0 r}{D^2 a} \right]^{-\frac{1}{2}} dr \quad (10)$$

(10)式表示束扩散半径 r 随纵向坐标 z (即传输距离) 变化的情况。令

$$u^2 = \ln \frac{r}{a} + \frac{r'_0 r}{D^2 a} \quad (11)$$

则

$$r = a \exp \left[u^2 - \frac{r'_0 r}{D^2 a} \right]$$

$$\frac{dr}{r} = 2u du$$

把这些表达式代入(10)式, 则可得到

$$Dz = \pm 2a \exp \left[- \frac{r'_0 r}{D^2 a} \right] \int_{r'_0}^{\sqrt{\ln \frac{r}{a} + \frac{r'_0 r}{D^2 a}}} e^{u^2} du \quad (12)$$

(12) 式即为带电粒子束在真空中传输时的扩散方程。

2 扩散方程的比较及讨论

国外在对粒子束技术进行评述时, 我们仅发现文献[4]给出, 带电粒子束在传输时的扩散公式:

$$a' F(\sqrt{\ln(a'/a)}) = \frac{z}{\beta_Y} \sqrt{\frac{I}{I_A}} \quad (13)$$

其中 a 是粒子束出口初半径, (注: (13) 式中的 a 指原文中的 a_0 , a' 指原文献中的 a , 为比较方便, 在此稍作调整), F 是 Dawson 积分^[7]; $\beta = \frac{v}{c}$, γ 是相对论因子, I 是粒子束流强, I_A 为 Alfvén 电流, 其定义是:

$$I_A = \frac{4\pi \epsilon_0 mc^3 \beta_Y}{e} \quad (14)$$

由于文献[4]对公式(13)全无推导, 并且我们也未找到该数学函数手册, 所以也不知道公式中函数 F 所指的 Dawson 积分的具体情况表达式。但是如果我们把粒子束传输的扩散方程(12)按照上述变换, 则可化为

$$\frac{z}{\beta_Y} \sqrt{\frac{I}{I_A}} = a \exp\left[-\frac{r_0'^2}{D^2}\right] \int_{\frac{r_0}{D}}^{\sqrt{\ln \frac{r_0'}{a} + \frac{r_0'^2}{D^2}}} e^{u^2} du \quad (15)$$

下面分三种情况来讨论(15)式。

(1) 当 $r_0' = 0$ 时, 即束流开始无散角, (15) 式则为

$$\frac{z}{\beta_Y} \sqrt{\frac{I}{I_A}} = a \int_0^{\sqrt{\ln \frac{r_0'}{a}}} e^{u^2} du \quad (16)$$

比较(13)和(16)式即可得出结论:

(a) 文献[4]中的公式存在印刷上的错误, (13) 式左边的 a' 应为 a ;

(b) 文献[4]中的 Dawson 积分应为:

$$F(x) = \int_0^x e^{u^2} du$$

(c) 文献给出的公式(13)只是我们所推导出的粒子束扩散方程(15)式的特殊情况, 即束流开始无散角的情况。

(2) 当 $r_0' > 0$ 时, (15) 式可化为

$$\begin{aligned} \frac{z}{\beta_Y} \sqrt{\frac{I}{I_A}} &= a \exp\left[-\frac{r_0'^2}{D^2}\right] \int_{\frac{r_0}{D}}^{\sqrt{\ln \frac{r_0'}{a} + \frac{r_0'^2}{D^2}}} e^{u^2} du \\ &= a \exp\left[-\frac{r_0'^2}{D^2}\right] \left[\int_0^{\frac{r_0'}{D}} e^{u^2} du + \int_0^{\sqrt{\ln \frac{r_0'}{a} + \frac{r_0'^2}{D^2}}} e^{u^2} du \right] \end{aligned} \quad (17)$$

(3) 当 $r_0' < 0$ 时, 束流将在某处达到最小半径 r_{\min} , 如图 1 所示, 积分应分为两个区间进行。

首先来求最小扩散束半径 r_{\min} 和与之对应的纵向坐标 z_m (即传输距离)。当束流达到最小半径时,

$$\frac{dr}{dz} = 0$$

由(10)式立即可得

$$r_{\min} = a \exp\left[-\frac{r_0'^2}{D^2}\right] \quad (18)$$

故束流到达最小半径的位置 z_m 是

$$z_m = \frac{2a}{D} \exp\left[-\frac{r_0'^2}{D^2}\right] \int_0^{\frac{r_0'}{D}} e^{u^2} du \quad (19)$$

在收敛区间内的积分应写成

$$\frac{z}{\beta\gamma} \sqrt{\frac{I}{I_A}} = a \exp\left[-\frac{r'^2_0}{D^2}\right] \left[\int_0^{r'_0} e^{u^2} du - \int_0^{\sqrt{\frac{r'_0}{a} + \frac{r'^2_0}{D^2}}} e^{u^2} du \right] \quad (20)$$

在发散区间里的积分形式同(17)式, 注意, 现在的 r'_0 是负值。利用(19)式, 情况(3)可合并成

$$\frac{z - z_m}{\beta\gamma} = \pm a \exp\left[-\frac{r'^2_0}{D^2}\right] \int_0^{\sqrt{\frac{r'_0}{a} + \frac{r'^2_0}{D^2}}} e^{u^2} du \quad (21)$$

在收敛区取负号, 在发散区取正号。

3 算例分析及结论

带电粒子束在真空中传输时的扩散方程(12)或(15), 表示了粒子束扩散半径与粒子束质量、能量、电荷、流强、出口初始半径、扩散角以及传输距离的关系。这一方程的积分, 只要利用梯形求积方法或辛浦生(Simpson)求积方法就很容易编程计算出来。

为了便于比较, 我们将取与有关文献相同的参数, 取能量 $E = 1000\text{MeV}$, 流强 $I = 1\text{kA}$, 出口初始半径为 $a = 10\text{cm}$, 初始扩散角 $r'_0 = 0$, 在真空中传输距离 $z = 1000\text{km}$, 其粒子束扩散半径如表1所示。

表1 束扩散半径的计算结果比较(单位: m)

Tab. 1 Comparisons of the calculated results for beam spreading radius(Unit: m)

计算方法	本文解	文献/2, 3/	文献/6/
电子束	10.9	9.1	5
质子束	13.4×10^3	11.3×10^3	3×10^3

由表1可见, 使用本文方法的计算结果与利用其它方法所得的计算结果是一致的。在真空中传输时, 质子束的扩散范围要比相同条件下的电子束扩散范围严重很多, 因此在现有技术条件下, 从粒子束传输技术中的扩散角度来看, 电子束要比质子束优越。由扩散方程(15)或(12)式还可看出, 逐步改变粒子束其它参数, 如增大粒子束能量或减少束流, 或者调整出口初始束半径和初始散角, 或者缩短传输距离, 还可以使电子束扩散半径减小。

4 结束语

本文从扩散角度提出了一种计算粒子束在真空中传输时束扩散半径的方法, 所得结果与国内外文献[2~4, 6]符合很好。本文方法的计算可靠方便, 与其它方法相比, 涉及参数较多, 通用性更强, 这将为开展粒子束传输技术研究提供一种强有力的计算方法, 具有一定的指导意义。

参考文献:

- [1] 戴宏毅等. 粒子束传输技术的研究现状[J]. 国防科技参考(待出版).
- [2] 张树发. 带电粒子传输中发散范围的计算[J]. 国防科技大学学报, 1987, 2
- [3] 戴宏毅等. 带电粒子束在真空中传输时的扩散研究[J]. 强激光与粒子束(待出版).
- [4] Bekefi G, et al. Particle Beam Weapons: A Technical Assessment[J]. Nature, 1980.
- [5] 罗应雄. 带电粒子束的自场[M]. 北京: 科技文献出版社, 1994.
- [6] Pamentola J, Tsipis K. Particle Beam Weapons[J]. Scientific American, 1979, 4
- [7] Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions[M]. Dover Publication, 1970: 319.

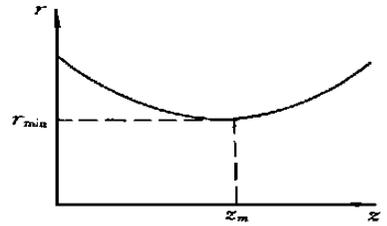


图1 束流先收缩后扩散的情形(对初始散角 $r'_0 = 0$)

Fig. 1 Trajectory of beam pinch before beam spread for the initial spread angle $r'_0 = 0$