

文章编号: 1001-2486 (2000) 05-0051-04

基于 MMSE 准则的盲自适应多用户检测算法*

朱江, 张尔扬

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 基于 MMSE 准则提出了一种新的盲自适应多用户检测算法, 分析了该算法的性能并进行了仿真实验。理论分析及仿真实验表明, 该算法具有较低的复杂度, 且性能要优于 MOE 检测器。

关键词: DS-CDMA; 盲自适应; 多用户检测; MMSE 准则

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A

The Blind Adaptive Multiuser Detection Algorithm Based on Minimum Mean Square Error Criterion

ZHU Jiang, ZHANG Er-yang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: This paper introduces a new blind adaptive multiuser detection algorithm based on MMSE criterion, and its performance is analyzed. The algorithm has low complexity, and the method proposed here has better performance than MOE detector.

Key words: CDMA; blind adaptive; multiuser detection; MMSE criterion

在 CDMA 系统中, 由于各个用户扩频码之间的非零互相关系数引起的多址干扰及远近效应, 成为限制系统容量、影响系统性能的主要因素, 多用户检测技术则为解决多址干扰问题提供了一条有效途径。Honig 在文献 [1] 中提出了一种基于最小输出能量 (MOE) 准则的盲自适应多用户检测算法, 在只知道期望用户的特征信息的条件下实现了对多址干扰的有效抑制。盲自适应多用户检测器的复杂度与单用户接收机相同, 且在接收过程中无需发送训练序列, 已成为目前多用户检测技术的研究热点。MOE 检测器的收敛速度较慢, 在接收码与理想地址码不一致时, 即波形失配情况下, 将会抵消期望信号, 降低检测器的性能。

本文依据最小均方误差准则 (MMSE) 提出了一种新的基于最陡梯度法 (SGD) 的盲自适应多用户检测算法, 该算法具有较低的复杂性, 同时在波形失配的条件下仍具有较好的性能。为提高算法的收敛性, 文中推导出了实现上述多用户检测器的 RLS 算法。仿真实验结果表明其具有良好的抗远近效应的能力, 并在一定程度上克服了 MOE 检测器的缺点。

1 基于 MMSE 准则的盲自适应多用户检测算法

考虑一个 K 个用户的同步 DS-CDMA 系统, 接收端接收到的基带信号可以表示为:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cdot b_k(t) \cdot s_k(t) + n(t) \quad (1)$$

其中 $b_k(t)$ 为包含第 k 个用户发送信息的数据波形, 其速率为 $1/T_s$ 。 A_k 、 $s_k(t)$ 分别为第 k 个用户的幅度及扩频码波形, 其中扩频码的码片速率为 $1/T_c$, 周期 $N = T_s/T_c$ 。 $n(t)$ 为加性高斯白噪声, 其双边功率谱为 $N_0/2$ 。若对接收到的基带连续信号以 chip 速率进行采样, 则在一个符号周期内得到的接收矢量可以表示为 $\mathbf{r} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{n}$ 。其中 $\mathbf{r} = [r_1, \dots, r_N]^T$ 为 N 维的接收矢量, $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_K]$ 为一个 $N \times K$ 的扩频码矩阵, $\mathbf{D} = \text{diag}(A_k)_{K \times K}$ 为各个用户信号幅度的对角矩阵, $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_K]^T$ 为用户的信息符号, \mathbf{n} 为噪声矢量。

假设用户 1 为期望用户, 基于 MMSE 准则的多用户检测器 \mathbf{c} 应满足使系统输出的均方误差

* 收稿日期: 2000-01-17

作者简介: 朱江 (1973), 男, 博士生。

(MSE) 最小:

$$\text{MSE} = E(\mathbf{c}^T \cdot \mathbf{r} - b_1)^2 \quad (2)$$

满足 (2) 式的最优解为 $\mathbf{c}_0 = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p}_1$, 其中 $\mathbf{R} = E\{\mathbf{r}\mathbf{r}^T\}$, $\mathbf{p}_1 = E\{b_1 \cdot \mathbf{r}\}$ 。由文献 [2] 可知, 求解上述最优权矢量的最陡梯度法可以表示为:

$$\mathbf{c}(n+1) = \mathbf{c}(n) + \mu(\mathbf{p}_1 - \mathbf{R} \cdot \mathbf{c}(n)) \quad (3)$$

假设接收信号满足以下条件: ① 用户发送的信息符号满足 $E\{b_i\} = 0$, $E\{b_i^2\} = 1$; ② 不同用户之间的信号不相关, 即 $E\{b_i b_j\} = 0$, $i \neq j$; ③ 用户信号与噪声不相关, 即 $E\{b_i \mathbf{n}\} = 0$ 。实际系统中上述假设条件都较容易满足, 此时有

$$\mathbf{p}_1 = E\{b_1 \cdot \mathbf{r}\} = A_1 \cdot \mathbf{s}_1 \quad (4)$$

若将自相关矩阵 \mathbf{R} 用估计值 $\mathbf{R}(n) = \mathbf{r}(n) \mathbf{r}^T(n)$ 来近似代替。此时 (3) 式可以化简为

$$\mathbf{c}(n+1) = \mathbf{c}(n) - \mu(\mathbf{R}(n) \cdot \mathbf{c}(n) - A_1 \mathbf{s}_1) \quad (5)$$

由于对检测矢量乘以一个正常数并不影响系统输出的信扰比, 因而可以将 (5) 式改写为

$$\mathbf{c}'(n+1) = \mathbf{c}'(n) - \mu(\mathbf{r}(n) \cdot \mathbf{c}'(n) - \mathbf{s}_1) \quad (6)$$

式中, $\mathbf{c}'(n) = \mathbf{c}(n) / A_1$, $\mathbf{y}(n) = \mathbf{r}^T(n) \cdot \mathbf{c}'(n)$ 为检测器在 nT 时刻的输出信号。为分析上述算法的收敛性能, 定义每步迭代时的误差矢量为 $\mathbf{e}(n) = \mathbf{c}(n) - \mathbf{c}_0$, 由 (3) 式可以求得:

$$\mathbf{e}(n+1) = \mathbf{e}(n) - \mu \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}(n) = (\mathbf{I} - \mu \cdot \mathbf{R}) \cdot \mathbf{e}(n) \quad (7)$$

假设 λ_{MAX} 为矩阵 \mathbf{R} 的最大特征值, 则 μ 的取值应满足 $0 < \mu < 2/\lambda_{\text{MAX}}$ 。

上述算法与 LMS 算法类似, 因而具有 LMS 算法收敛速度慢的缺点。为提高收敛速度考虑如下的 RLS 算法, 已知 $\mathbf{c}_0 = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{p}_1$, 定义

$$\mathbf{R}_{N+1} = \frac{1}{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} \mathbf{R}(n) = \frac{N}{N+1} \mathbf{R}_N + \frac{1}{N+1} \mathbf{r}(N+1) \cdot \mathbf{r}^T(N+1) \quad (8)$$

则有 $\lim_{N \rightarrow \infty} \mathbf{R}_N = \mathbf{R}$, 令 $\mathbf{P}_N = \mathbf{R}_N^{-1}$, 根据矩阵求逆公式并考虑 (6) 式可以得到如下迭代算法:

$$\mathbf{c}_N = \mathbf{P}_N \cdot \mathbf{s}_1 \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{N+1} = \frac{N+1}{N} \left[\mathbf{P}_N - \frac{\mathbf{P}_N \cdot \mathbf{r}(N) \cdot \mathbf{r}^T(N) \cdot \mathbf{P}_N}{N + \mathbf{r}^T(N) \cdot \mathbf{P}_N \cdot \mathbf{r}(N)} \right] \quad (10)$$

2 算法性能分析

2.1 误码率

已知系统的判决分量 $b_1 = \text{sgn}(\mathbf{c}^T \cdot \mathbf{r})$, 则用户 1 的误码率可以表示为^[3]

$$p_e(\mathbf{c}) = p(b_1 \neq b_1) = \frac{1}{2^{K-1}} \sum_{i=1}^{2^{K-1}} Q \left[\frac{\sqrt{P_1} \mathbf{c}^T \mathbf{s}_1 + \sum_{k=2}^K \sqrt{P_k} b_k^i \mathbf{c}^T \mathbf{s}_k}{\sigma \|\mathbf{c}\|} \right] \quad (11)$$

由 (11) 式可见, $p_e(\alpha \cdot \mathbf{c}) = p_e(\mathbf{c}) \quad \forall \alpha > 0$ 。定义如下 \mathbf{c} 与 \mathbf{s}_k ($k = 1, \dots, K$) 之间的相关系数矢量 $\rho = [\rho_1, \dots, \rho_K]^T$, 其中 $\rho_k = \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{s}_k / \|\mathbf{c}\|$, 则误码率可以表示为 ρ 的函数:

$$p_e(\rho) = \frac{1}{2^{K-1}} \sum_{i=1}^{2^{K-1}} Q \left[\frac{\sqrt{P_1} \rho_1 + \sum_{k=2}^K \sqrt{P_k} b_k^i \rho_k}{\sigma} \right] \quad (12)$$

为分析误码率随 ρ 的变化关系, 考虑两个用户情况下系统的误码特性。假设 ρ_1 的取值范围为 $[0, 1]$, ρ_2 的取值范围为 $[-1, 1]$, 其误码特性如图 1 所示。由图可见 $p_e(\rho)$ 在 $\rho = (1, 0)$ 处具有全局最小点, 对于多个用户的情况也可以获得相似的结论。

2.2 渐进效率

多用户检测算法的渐进效率 (AME) η_1 定义为当背景噪声趋于零时有效信噪比与实际信噪比之比^[4]。抗远近效应能力 η_1 则为当干扰能量变化时 AME 的下确界, $\eta_1 = \inf(\eta_1)$ 。由渐进效率的定义有:

$$\eta_1 = \sup \left\{ 0 \leq r \leq 1: \lim_{\sigma \rightarrow 0} p_1(\sigma) \left| Q \left(\frac{\sqrt{rP_1}}{\sigma} \right) < \infty \right. \right\} \quad (13)$$

在高信噪比条件下 ($\sigma \rightarrow 0$), (12) 式的误码率主要由和式中最大的一项决定, 此时渐进效率可以近似表示为^[1]

$$\eta_1 = \max \left\{ 0, \rho_1 - \sum_{k=2}^K \sqrt{\frac{P_k}{P_1}} \cdot |\rho_k| \right\} \quad (14)$$

如果 $\eta_1 > 0$, 则 (12) 式当 $\sigma \rightarrow 0$ 时趋于零。若 $\eta_1 = 0$, 则 (12) 式不等于零, 此时高信噪比条件下的误比特率由渐进效率 η_1 决定。

2.3 波形失配

由于理想情况下算法的稳态解 $c_0 = R^{-1} \cdot s_1$, 故波形失配条件下稳态解为 $c_0 = R^{-1} \cdot \hat{s}_1$, 其中 \hat{s}_1 为接收端估计的期望信号的波形。从而 \hat{s}_1 可以表示为 $\hat{s}_1 = \hat{s}_1^s + \hat{s}_1^n$, 其中 \hat{s}_1^s 、 \hat{s}_1^n 分别为 \hat{s}_1 在由 (s_1, \dots, s_K) 确定的信号子空间中的分量及在与之对应的正交子空间中的分量。

$$\hat{s}_1^s = a_1 s_1 + a_2 s_2 + \dots + a_K s_K \quad (15)$$

其中 $\alpha = (a_1, \dots, a_K) \in \mathcal{A}$ 。可以证明此时检测器的误码率可以表示为^[5]

$$p_e(\sigma) = \frac{1}{2^{K-1}} \sum_{i=1}^{2^{K-1}} Q \left(\frac{A_1}{\sigma} \frac{a_1 - \sum_{k=2}^K a_k b_k \frac{A_1}{A_k}}{\sqrt{A_1^4 \alpha^T A^{-1} R^{-1} A^{-1} \alpha}} \right) \quad (16)$$

由式 (16) 可见, 在检测器输出端强干扰被抑制, 同时弱干扰可能会引起性能下降。如果波形失配不严重, 再加上功率控制, 则波形失配的影响可以忽略, 而文 [1] 中的 MOE 检测器在波形失配情况下性能损失较大。

3 仿真结果

仿真中考虑一个同步 CDMA 系统, 干扰用户数等于 8, 各用户的扩频序列采用长度为 31 的 GOLD 序列。假设 $A_2 = \dots = A_K$, 定义多址干扰的强度为 $20 \log (A_k/A_1)$ 。我们将通过计算检测器输出端的信扰比对算法的收敛及稳态性能进行分析, 迭代过程中输出信号的 SIR 采用 M 次实验的平均值 SIR 来近似估计, 在后续实验中均选取 $M = 50$ 。

$$\text{SIR} = \frac{\sum_{m=1}^M A_1^2 \cdot (c_1^T \cdot s_1)^2}{\sum_{m=1}^M \sigma^2 \cdot (c_1^T \cdot c_1)^2 + \sum_{k=2}^K A_k^2 \cdot (c_1^T \cdot s_k)^2} \quad (17)$$

图 2 为检测器输出 SIR 随迭代次数的变化曲线, 实验中假设信噪比等于 -5 dB, 多址干扰强度为 $20 \log (A_k/A_1) = 20$ dB。由图可见, RLS 算法的收敛性能明显优于 LMS 算法。图 3 为检测器在干扰特性发生变化时, 输出信号 SIR 的变化情况。当迭代次数 $i < 250$ 时, 干扰用户的数目等于 5, 当迭代次数 $i \geq 250$ 时干扰用户的数目等于 8。可以看出, 上述算法能够自适应的跟踪信号的变化特性。图 4 为波形失配条件下 SGD 算法与 MOE 算法的性能比较。已知在理想条件下 SGD 算法与 MOE 算法性能相同, 而由图 4 可 SGD 算法在波形失配条件下的稳态性能要优于 MOE 算法。

4 结论

本文提出了一种基于 MMSE 准则的盲自适应多用户检测算法, 基于该算法的多用户接收机的复杂度与传统单用户接收机相同, 但其抗远近效应的能力则明显增强。理论分析表明, 其性能要优于 MOE 盲多用户检测器; 仿真结果证明了该方法的有效性。

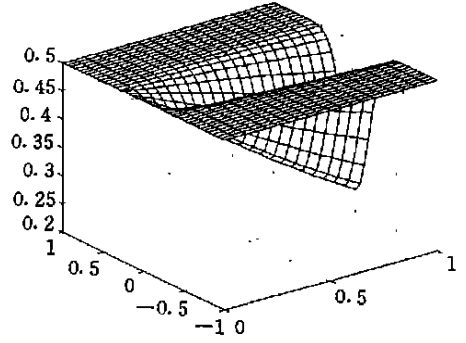


图 1 误码特性 (BER)

Fig. 1 BER

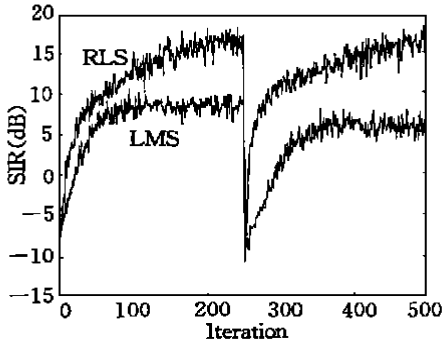


图2 SIR 随迭代次数变化曲线

Fig. 2 SIR time evolution

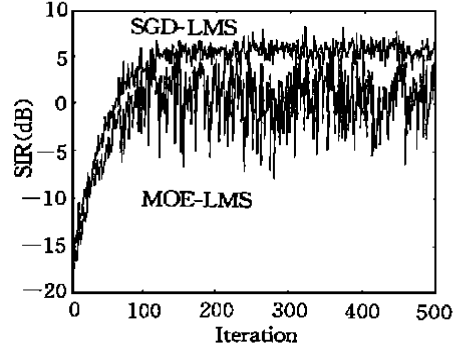


图3 干扰特性变化时的 SIR

Fig. 3 SIR with varying environment

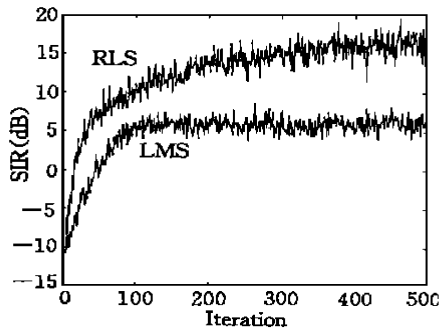


图4 波形失配条件下的输出 SIR

Fig. 4 SIR with mismatched nominal

参考文献:

- [1] Michael H and Upamanyu M, Blind Adaptive Multiuser Detection [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1995, 41 (4): 944-960.
- [2] 陈尚勤 李晓峰. 快速自适应信息处理 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 1993.
- [3] Vincent P and Sergio V. Probability of error in MMSE Multiuser Detection [J], IEEE Trans on Information Theory, 1997, 43 (3): 835-847
- [4] Lupas R, et al. Near-far resistance of multiuser detectors in asynchronous channels [J]. IEEE Trans on Comm, 1990, 38 (4): 496-507
- [5] Xiaodong W and Vincent P. Blind Multiuser Detection: A Subspace Approach [J]. IEEE Trans on information Theory, 1998, 44 (2): 677-690