

文章编号: 1001-2486(2000)06-0075-03

## BP 成像算法的快速实现\*

董臻, 朱国富, 梁甸农

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** BP (Back-Projection) 算法是一种被广泛应用的 SAR 成像算法, 它的突出优点是解决了大积累角情况下不可避免的距离迁移 (range migration) 问题。但由于计算量过大, 使得它往往成为提高信号处理效率的瓶颈。本文充分利用轨道 SAR 地面实验中雷达运动轨迹的特点, 通过消除 BP 算法中计算的冗余性, 极大地降低了计算负担, 提高了成像速度。本算法在实际应用中取得了良好效果。

**关键词:** BP 算法; 距离迁移; 轨道 SAR; 平移不变性; 对称性

**中图分类号:** TN958 **文献标识码:** A

## The Fast Realization of BP Imaging Algorithm

DONG Zhen, ZHU Guo-fu, LIANG Dian-nong

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** BP (Back-Projection) algorithm is a popular imaging algorithm of SAR. Although it can compensate the range migration which is inevitable in SAR imaging problem with wide processing-angle perfectly, its great computational burden makes it the bottleneck in speeding up the signal-processing rate. By employing the characteristic of radar's track in Rail SAR, this paper removes the redundancy in BP algorithm to increase imaging rate greatly. This algorithm has achieved good effect in the experiment.

**Key words:** BP algorithm; range migration; rail SAR; shift-invariability; symmetry

0 引言<sup>[1][2][3]</sup>

如图 1 所示, 假设雷达在第  $l$  个位置  $(x_l, y_l, z_l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ , 发射-接收脉冲信号 (如高斯脉冲)  $s(t)$ , 形成合成孔径。成像区域内任一理想散射点  $P$  在每个阵元的有效照射范围内, 它与各阵元的距离为  $r_{p,l}$ , 则  $p$  相对于第  $l$  个阵元的回波延迟:

$$\tau_{p,l} = 2r_{p,l}/c \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

BP 算法将各散射点回波信号相干叠加:

$$x_p = \sum_{l=1}^L s(t + \tau_{p,l}) \quad t \geq 0 \quad (2)$$

上式  $t$  表示回波信号的快时间。对成像区域内各点, 计算相应的  $\tau_{p,l}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ , 重复使用式 (2) 就可完成整个区域的方位聚焦处理。

有两点需要说明: 第一, 式 (2) 表明对每个散射点  $p$ , 需要计算  $L$  个延时:  $\tau_{p,l}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ , 这是 BP 算法主要的计算负担; 第二, 当雷达位置沿一理想直线分布时, 图 1 中的三维直角坐标系  $(x, y, z)$  可简化成二维直角坐标系, 记作  $(x, y)$ , 坐标平面由待成像点  $p$  与雷达运动轨迹唯一确定, 设雷达运动轨迹平行于  $x$  坐标轴。这时,

$$r_{p,l} = \sqrt{x_l^2 + y_l^2} \quad (3)$$

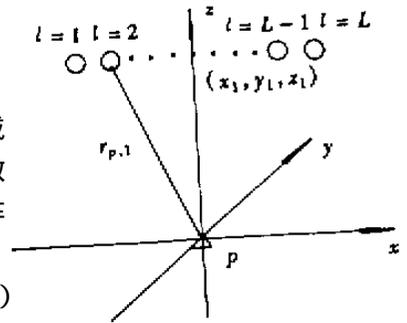


图 1 合成孔径原理

Fig.1 Principle of synthetic-aperture

\* 收稿日期: 2000-06-20  
基金项目: 国家部委基金项目资助 (7.5.3.2)  
作者简介: 董臻 (1973-), 男, 博士生。

因为  $y_l = \text{const}, l = 1, 2, \dots, L$  是常量, 所以由式 (1) (2) (3) 可知轨迹  $(x_l, \tau_{p,l}), l = 1, 2, \dots, L$ , 即点  $p$  的累积曲线是双曲线。

## 1 轨道 SAR 中 BP 算法的快速实现

在轨道 SAR 地面实验中, 假定雷达的运动轨迹是一条理想直线上的等间隔点, 则由上节的分析可知, 待成像点的累积曲线是双曲线, 且累积曲线具有下列性质:

(1) 同一距离门内所有点的累积曲线形状相同, 即具有平移不变性。图 2 中, 点 A、B 的累积曲线形状相同, 点 C、D 也有相同形状的累积曲线, 但不同距离门内的点 A、C 的累积曲线形状不相同;

(2) 同一距离线内所有点的累积曲线相对于所在距离线对称, 即具有对称性。图 2 中, A、C 的累积曲线关于距离线 AC 对称。

BP 算法的快速实现主要利用了累积曲线的上述两个特性。当待成像点在成像区域呈矩形网格状均匀分布时: 由平移不变性, 只需知道一条距离线上所有点的累积曲线分布, 就可以推得所有距离线上点的累积曲线分布; 而由对称性, 对任一待成像点的累积曲线, 只需知道其一侧半条累积曲线的分布就可推得另一侧的分布。因此, 如果在成像前先建立一个矩阵, 记录半个累积孔径 (左半或右半均可) 里各条累积曲线与位于雷达发射—接收位置的各条距离线相交的位置, 那么成像时就无需逐点计算延时, 而只需根据索引矩阵在距离压缩图像的距离线上找到各积累点叠加到图像的待成像点上即可。如果最终图像是  $N_a \times N_r$  维,  $N_a$ 、 $N_r$  分别是图像在方位向和距离向的采样点数, 那么这种方法用于计算延时的负担是传统的 BP 算法实现方式的  $1/N_a$ 。以  $N_a = 160$  为例, 利用 Matlab 测试的结果表明, 速度提高了 30 多倍。之所以没能提高 160 倍, 是因为尽管省去了绝大部分的计算负担, 但同时增加了读索引矩阵时的内存操作, 二者的综合效果仍然提高了效率。

## 2 运动误差的影响<sup>[4]</sup>

在前文分析中, 均假设雷达沿理想直线等间隔运动, 但限于实际条件, 雷达运动总是不理想的。通过激光经纬仪测量表明, 雷达运动的任一真实轨迹点坐标  $(x_1, y_1, z_1)$  与相应假想轨迹点坐标  $(x_0, y_0, z_0)$  相比, 三个方向的最大偏差不超过 0.05 m, 即:

$$\max(|\Delta x|, |\Delta y|, |\Delta z|) \leq 0.05 \text{ m} \quad (4)$$

$$\Delta x = x_1 - x_0; \Delta y = y_1 - y_0; \Delta z = z_1 - z_0$$

这种偏差对成像的影响, 主要表现在它对待成像点回波延迟  $\tau_{p,l} (l = 1, 2, \dots, L)$ , 或波程  $r_{p,l} (l = 1, 2, \dots, L)$  的预测值的影响上。不失一般性, 以成像区的任一点为原点建立直角坐标系, 雷达真实位置与假想位置与原点的距离分别为

$$r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \quad (5)$$

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

由上式与式 (4) 得:

$$r_1^2 - r_0^2 = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2) + 2(x_0 \cdot \Delta x + y_0 \cdot \Delta y + z_0 \cdot \Delta z) \quad (6)$$

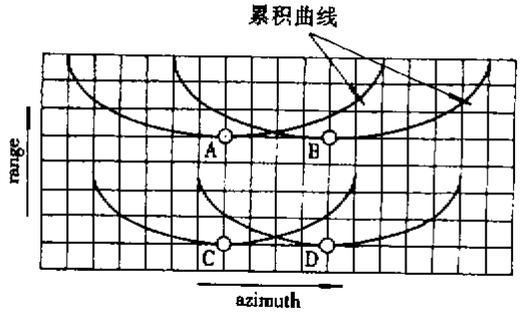


图 2 累积曲线

Fig.2 Cumulation curve

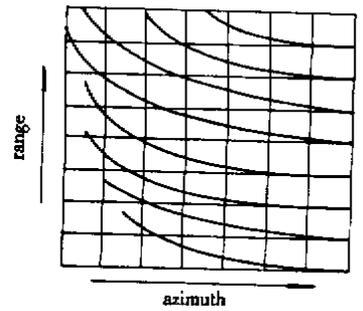


图 3 索引矩阵

Fig.3 Index matrix

波程差：

$$\Delta p = 2 | r_1 - r_0 | = \left| \frac{2(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)}{r_1 + r_0} + \frac{4(x_0 \cdot \Delta x + y_0 \cdot \Delta y + z_0 \cdot \Delta z)}{r_1 + r_0} \right| \quad (7)$$

由于： $r_1 \geq 30 \text{ m}, r_0 \geq 30 \text{ m}, \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \leq 0.03 \text{ m}^2$  且  $r_1 \approx r_0$  (8)

所以式 (7) 中的第一项可忽略，第二项可近似为：

$$\Delta p \approx 2 \left| \frac{x_0}{r_0} \cdot \Delta x + \frac{y_0}{r_0} \cdot \Delta y + \frac{z_0}{r_0} \cdot \Delta z \right| \quad (9)$$

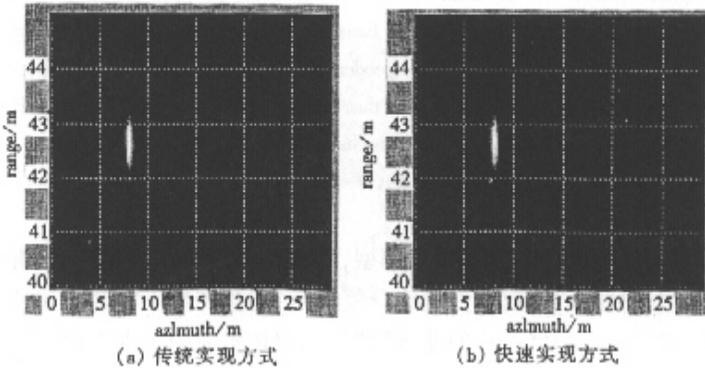
不失一般性，假设： $x_0 \geq 0, y_0 \geq 0, z_0 \geq 0$ ，下面分析  $\Delta p$  的上限。

$$\Delta p \leq 2 \max(|\Delta x|, |\Delta y|, |\Delta z|) \left( \frac{x_0 + y_0 + z_0}{r_0} \right) = 0.1 \cdot \left( \frac{x_0 + y_0 + z_0}{r_0} \right) \quad (10)$$

取圆柱坐标系，则

$$\begin{aligned} \Delta p &\leq 0.1 \cdot \left( \frac{x_0 + y_0 + z_0}{r_0} \right) = 0.1 \cdot (\sin\theta \cos\varphi + \sin\varphi) + \cos\theta \\ &\leq 0.1 \cdot \sqrt{(\cos\varphi + \sin\varphi)^2 + 1} \leq 0.1 \cdot \sqrt{\sqrt{2}^2 + 1} \\ &= 0.1 \cdot \sqrt{3} \approx 0.18 (\text{m}) \end{aligned} \quad (11)$$

即雷达运动误差引起的波程差不超过 0.18 m，对于距离分辨率 1 m 的情况，这样的误差对方位向压缩后的图像造成的影响几乎可以忽略。为了进行对比，对某次实验中的三面角数据分别用两种方式成像（雷达位置数据由激光经纬仪测得），获得三面角的灰度图像如图 4。



(a) Traditional realization

(b) Fast realization

图 4 三面角图像对比

Fig.4 Contrast of images of trihedral corner reflector

### 3 结束语

本文首先阐述了 BP 成像算法的基本原理，然后充分利用轨道 SAR 地面实验中雷达运动轨迹的特点，提出了一种快速实现方式，消除了计算中的冗余性，极大地降低了计算负担，提高了成像速度。

### 参考文献：

- [1] John W. McCorcle. Focusing of Synthetic Aperture Ultra Wide Band Data [A]. Proc. IGRASS '89, proceedings Vancouver, 1989: 1~5.
- [2] 张澄波. 综合孔径雷达原理、分析与应用 [M]. 北京：科学出版社，1989.
- [3] 王顺华. 机载大积累角 UWB-SAR 成像理论及算法研究 [D]. 博士学位论文. 国防科技大学电子科学与工程学院，1998.
- [4] 朱国富. 轨道 SAR 雷达三维运动误差补偿方案 [R]. 国防科技大学电子科学与工程学院，2000.

