

文章编号: 1001-2486 (2001) 01-0005-06

利用遗传算法求解整周模糊度*

郑庆晖, 张育林

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 建立了一种基于简单遗传算法的改进模糊度搜索方法求解载波相位测量中的整周模糊度。首先采用 UDU^T 和 LDL^T 分解对整周模糊度进行整数高斯变换以降低各整周模糊度之间的相关性, 然后利用遗传算法进行整周模糊度搜索。在种群个体较少的情况下, 为了避免早熟使搜索陷入局部最优, 提出两种变异算子, 保持个体的多样性。仿真结果表明改进后的算法较使用简单遗传算法具有更快的搜索速度和鲁棒性。

关键词: 遗传算法; 整周模糊度; 整数高斯变换

中图分类号: V448 文献标识码: A

Ambiguity Resolution using Genetic Algorithm

ZHENG Qing-hui, ZHANG Yu-lin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A new algorithm based on genetic algorithm is formulated to ambiguity resolution. Integer Gauss transformation is used to reduce correlation, then integer ambiguity is searched for in transformed space using genetic algorithm. Two mutation operators are used to avoid early convergence in the condition of small population size. Simulation shows the new algorithm is more robust and efficient compare with SGA.

Key words: genetic algorithm; integer ambiguity; integer Gauss transformation

利用 GPS 定位已经得到广泛的应用, 而利用 GPS 载波相位测量将测量精度提高到厘米甚至毫米级的精度, 则将 GPS 的应用进一步推广到更多的领域, 如姿态、方向的确定。载波相位测量的观测量是载波相位, 包括不足一周的小数部分 $\Delta\phi$ 和整数部分 N , 整数部分又分为接收机连续计数的整周数 ΔV 和开机后一个随机的整数值 N_0 , 该随机整数值是未知的, 需要解算得到, 这是一个较难解决的问题, 载波相位测量的实现依赖于快速可靠地求解整周模糊度。目前求解整周模糊度的方法主要是搜索的方法和基于运动的方法。搜索的方法一般要分为两步, 首先利用最小二乘法或卡尔曼滤波解得 N_0 的浮点数解, 然后确定一个潜在的整数解空间, 在这个空间内用一定的搜索技术搜索整数解, 使得在整数约束下的方差最小。

遗传算法是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法, 在进化过程中优胜劣汰, 适者生存。通过繁殖、杂交和变异操作, 根据适应度大小不同使个体生存或淘汰, 经过若干代之后就得到最优个体。遗传算法具有搜索全局最优解的能力, 同时有较强的鲁棒性。

1 浮点整周模糊度求解

为了减小电离层、对流层、卫星钟差、接收机钟差等观测误差, 一般都要对载波相位观测量作差构成差分方程。GPS 双差观测方程已经消去了大部分误差。双天线载波相位测量观测方程具有如下形式

$$\Delta\Phi_{ms}^{kj}(t_i) = S_m^{ij}(t_i) \cdot b_{ms}(t_i) - \lambda N_{ms}^{kj} + \eta \quad (1)$$

式中 $\Delta\Phi_{ms}^{kj}(t_i)$ 是 t_i 时刻主从天线之间及卫星 k j 之间的载波相位双差观测量, $S_m^{ij}(t_i)$ 是 t_i 时刻主天线

* 收稿日期: 2000-10-10

基金项目: 国家 863-2 资助项目 (863-2-5-1-1.2)

作者简介: 郑庆晖 (1973-), 男, 博士生。

到卫星 k_j 的视线矢量的差向量 $b_{ms}(t_i)$ 是 t_i 时刻主从天线之间在参考坐标系中的基线向量, N_{ms}^{kj} 是基线两端天线及卫星 k_j 之间的整周未知数。系统状态方程和观测方程为

$$\begin{cases} X_k = AX_{k-1} + e_{k-1} \\ y_k = HX_k + \eta_k \end{cases} \quad (2)$$

式中 $X_k = [x \quad y \quad z \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad N_{ms}^{12} \quad N_{ms}^{13} \quad \dots \quad N_{ms}^{1n}]^T$, $y_k = [\Delta\Phi_{ms}^{12}(k) \quad \Delta\Phi_{ms}^{13}(k) \quad \dots \quad \Delta\Phi_{ms}^{1n}(k)]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & \Delta T I_{3 \times 3} & O_{3 \times n} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{3 \times n} \\ O_{3 \times n} & O_{3 \times n} & I_{3 \times n} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} S_m^{12} & O_{1 \times 3} & -\lambda & & & \\ S_m^{13} & O_{1 \times 3} & & -\lambda & & \\ \dots & & & & \dots & \\ S_m^{1n} & O_{1 \times 3} & & & & -\lambda \end{bmatrix},$$

其中 x, y, z 及 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 分别是基线向量和基线速度向量, $N_{ms}^{12}, N_{ms}^{13}, \dots, N_{ms}^{1n}$ 为双差模糊度, y_k 为载波相位双差观测值。根据式 (2) 可以利用卡尔曼滤波器估计基线向量、基线速度向量和整周模糊度浮点解。

$$\hat{X}_{k+1|k} = A\hat{X}_{k|k} \quad (3)$$

$$P_{k+1|k} = AP_{k|k}A^T + Q_k \quad (4)$$

$$\hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}[y_{k+1} - H_{k+1}\hat{X}_{k+1|k}] \quad (5)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1|k}H_{k+1}^T[H_{k+1}P_{k+1|k}H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \quad (6)$$

$$P_{k+1|k+1} = (I + K_{k+1}H_{k+1})P_{k+1|k}(I - K_{k+1}H_{k+1})^T + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}^T \quad (7)$$

由卡尔曼滤波估计得到整周模糊度的浮点解 \hat{X}_N 及相应的误差方差阵 P_N 。由于得到的浮点解简单地圆整到其附近的整数并不一定是正确的整周数解, 因此要根据上述浮点解, 在根据一定的准则确定的搜索空间内附加整数约束后根据不同的方法搜索, 使某一二次型代价函数最小来求解整周模糊度的。一般地有如下形式的代价函数:

$$J(N) = \min_N (N - \hat{X}_N)^T P_N^{-1} (N - \hat{X}_N) \quad (8)$$

$$N \in Z^{n-1}$$

2 整数高斯变换

Teunissen P J G^[1]提出了浮点整周模糊度相关矩阵, 及去相关数的概念。定义相关矩阵, 相关数分别为

$$R_N = [\text{diag}(P_N)]^{-1/2} P_N [\text{diag}(P_N)]^{1/2} \quad (9)$$

$$r_N = \sqrt{\text{de}(R_N)} \quad (10)$$

去相关数越大各整周模糊度分量之间的相关性越弱, 并证明相关矩阵通过一个模糊度变换矩阵 Z 将原浮点数模糊度解 \hat{X}_N 变换为 \hat{Z}_N 相应的误差方差矩阵变为 $P_{\hat{Z}_N}$

$$\hat{Z}_N = Z\hat{X}_N \quad (11)$$

$$P_{\hat{Z}_N} = ZP_N Z^T \quad (12)$$

变换后的整周模糊度的误差方差矩阵元数较原矩阵元数有显著减小。

Chris R^[2]等给出了一种行之有效的整数上三角和下三角高斯变换经过反复的 UDU^T 和 LDL^T 分解得到一系列的整数变换阵 Z_{U_i} 和 Z_{L_i} , 最后得到整数高斯变换阵:

$$Z = Z_{L_k} Z_{U_k} \dots Z_{L_1} Z_{U_1} \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (11) 及 (12) 得到变换后的整周模糊度和方差矩阵。

3 整周模糊度搜索

J. Holland 的简单遗传算法是一种有效的搜索寻优技术, 根据个体适应值通过繁殖、杂交、变异

等遗传操作来寻求全局最优解，但是通常要求有较大的种群（50~200 个个体）算法才具有较好的性能，这就增加了计算开销。这里对简单遗传算法进行改进，使得在种群中个体数目较少（20~30 个个体）的情况下仍能进行有效搜索最优解。下面讨论遗传算法的具体操作。

3.1 适应度函数

整周模糊度的搜索实质上是一个优化过程，寻求一个最优解使得某一目标函数取得极小值或极大值。在这里就是要使得式（8）的目标函数取极小。简单遗传算法要求适应度函数具有非负的特性，采用如下的适应度函数：

$$f(N) = b - \lg(J(N)) \tag{14}$$

上式 N 是双差整周模糊度， $J(N)$ 是式（8）所述的目标函数。 b 是一个足够大的正数，保证适应度函数非负，对目标函数取对数是为了缩小各模糊度组合之间适应度的差值，以防止早熟。

3.2 选择策略

利用轮盘赌方式选择个体，个体的选择概率由（15）式确定， f_i 是个体的对应的适应度函数值， P 是种群中个体总数。

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^P f_i} \tag{15}$$

3.3 编码方式

由于整周模糊度搜索是非线性优化问题，采用格雷编码并采用交叉编排，如图 1 所示。这样做具有较多的优点^[3]。

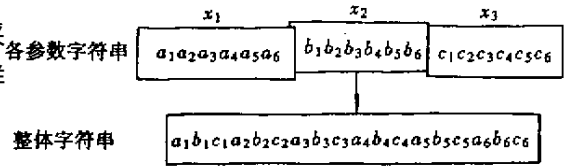


图 1 交叉编码示意图

Fig.1 Crossover coding

3.4 遗传算子

杂交按照两点交换进行，父代字符串交换落在两点之间的字段，产生子代串，两点交换可以在一个子代串上同时拥有两个父代串的优良模式。变异算子分为两种，一种是在繁殖操作后对繁殖后代个体字符串每一位以二分之一的概率取 1 或 0，具体操作是，在区间 [0, 1] 中随机取 1 或 0 产生一个与原字符串长度相同的模板，模板对应位为 1 的位取 1。这相当于繁殖产生的后代都是一个全新的个体，即以一定的比例插入新个体，该比例由繁殖概率 P_r 确定。在种群个体数目很少的情况下，采用均匀变异很容易选择到同一个个体，按位取反产生新个体起不到变异的作用。另一种是在杂交操作后按一定的变异概率 P_m 对个体进行变异，由于杂交产生的后代可能集中了两个父代的优良模式，离最优解距离不远，这时只对个体的局部进行变异起到微调的作用，由于采用交叉编码，各分量对应每一位都组织在一起组成一段，假设表示个体字符串的长度为 l ，模糊度分量有 m 个，则共有 l 个长度为 m 的字符段，产生一个区间 [1, m] 中的均匀分布整数，按轮盘赌方式选取变异的字段，对选中的字段用均匀变异产生新个体。

遗传算法实施采用种群非重叠的遗传操作重叠的遗传算法，并在选择前保留最优个体^[3]。

4 仿真实例及分析

根据上述方法进行了仿真计算，假设基线长度为 1m，同时观测四颗卫星，有三个整周模糊度。Hatch R^[4]证明只有三个整周模糊度是独立的，只须求得这三个整周模糊度，其余模糊度就可以通过这三个模糊度求得。设定载波相位观测方差为 0.01 周。种群个体取 30，为了验证算法鲁棒性，根据通过卡尔曼器获得的浮点数解精度高低分两种情况进行仿真，一种情况是滤波时间为 170s，一种情况是滤波时间为 85s。

首先考虑前一种情况，为了验证算法的效率，分单个整周模糊度字符串长度为 5 和 6 两种情况，整个字符串长度分别为 15 和 18，模糊度组合分别是 $(2^5)^3 = 32768$ 和 $(2^6)^3 = 262144$ 个。在滤波 170s

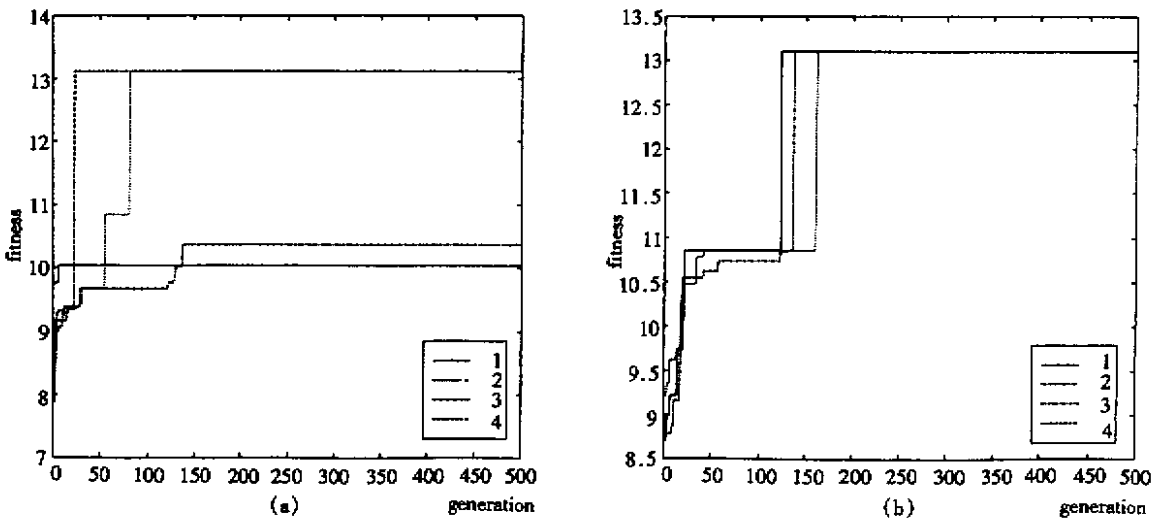
图2 适应度值 $P_r = 0.3, P_c = 0.7, P_m = 0.9$

Fig.2 Fitness values

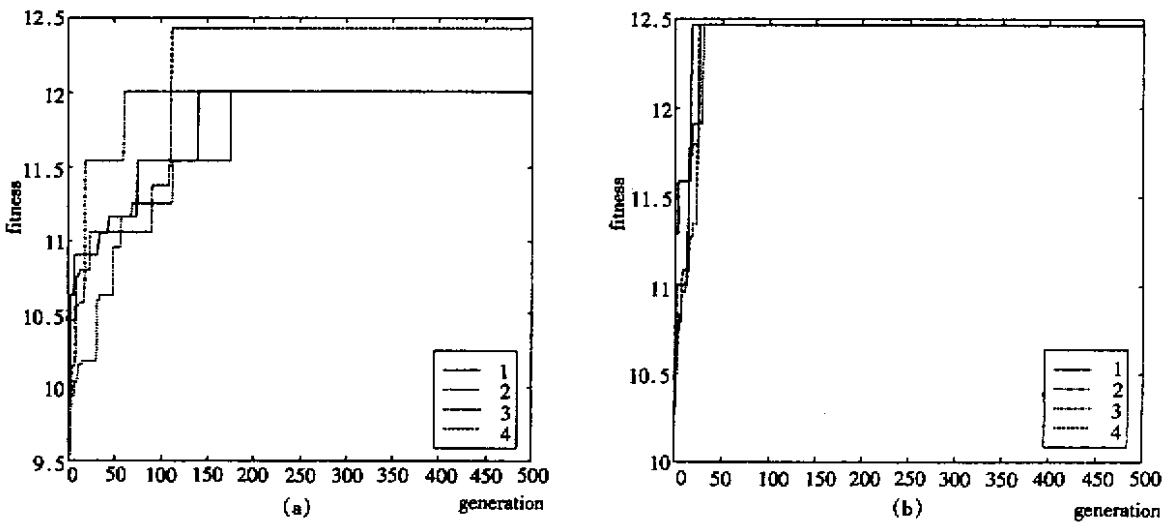
图3 适应度值 $P_r = 0.3, P_c = 0.7, P_m = 0.9$

Fig.3 Fitness values

之后得到的浮点数整周模糊度解精度较高,字符串长度为 15 的情况下改进算法与使用简单遗传算法相比效果相差不大,当字符串长度为 18 也就是扩大了搜索空间,运行 8 次的结果来看,原算法出现了局部最优的情况,如图 2(a)所示有两次运行结果没有达到最优适应值。改进算法平均通过小于 140 代的进化(搜索了整个空间的 1.6%)都达到最优值如图 2(b)。

在第二种情况中滤波时间为 85s,得到的整周模糊度浮点数解精度降低,同样为了验证算法的效率,分单个整周模糊度字符串长度为 5 和 6 两种情况,整个字符串长度分别为 15 和 18。图 3(a)(b)是字符串长度为 15 的使用简单遗传算法与改进算法分别运行 4 次(即 4 个不同的初始种群)的适应度值。使用简单遗传算法有 3 次结果陷入局部最优。改进算法通过平均小于 30 代的进化(搜索了适应度值。使用简单遗传算法有 3 次结果陷入局部最优。改进算法通过平均小于 30 代的进化(搜索了整个空间的 2.3%)都得到了最优解。图 4(a)(b)是字符串长度为 16 的使用简单遗传算法与改进算

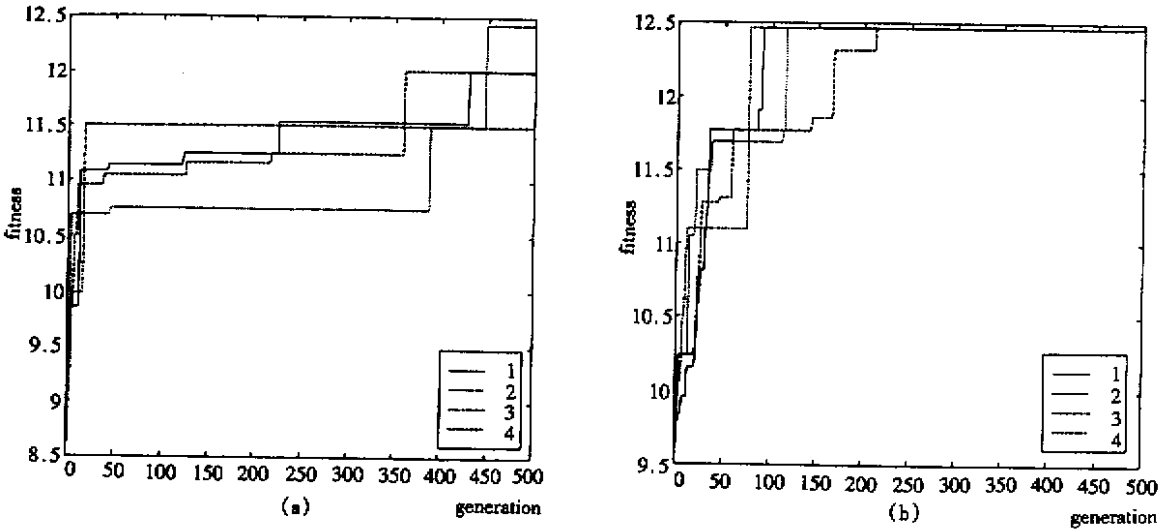


图4 适应度值 $P_r = 0.3, P_c = 0.7, P_m = 0.9$

Fig.4 Fitness values

法分别运行4次的适应度值。使用简单遗传算法有3次结果陷入局部最优。唯一得到最优解也是在经过450代左右的进化之后得到的，改进算法通过平均小于130代的进化（搜索了整个空间的1.5%）都得到了最优解。

由于遗传算法采用的适应度函数是(8)式所描述的二次型函数， P_N 决定了双差整周模糊度之间的相关性，相关性强则遗传算法搜索过程变得复杂，由于遗传算法主要是通过染色体的杂交实现搜索，在染色体各分量不相关的情况下，根据模式理论各个分量所代表的优良模式是不相关的，这样在搜索过程各个分量所代表的优良模式就不会在杂交、变异等遗传操作中被破坏，每次搜索得到的优良模式就能够遗传下去，从而逐步趋于最优解。但是在染色体各分量相关情况下，由于某一分量的优良模式不一定是各分量总体综和的优良模式，要搜索得到所有分量都同时达到优良模式就比分量不相关情况困难。如果能够降低各整周模糊度之间的相关性，问题将变得简单。高斯整数变换可以降低各个分量之间的相关性。滤波得到的整周模糊度原始方差阵和经整数高斯变换的方差阵分别为：

$$P_N = \begin{bmatrix} 1.6775 & -0.2109 & 1.8218 \\ -0.2109 & 0.0417 & -0.2342 \\ 1.8218 & -0.2342 & 1.9802 \end{bmatrix} \times 10^4 \quad P_Z = \begin{bmatrix} 93.8286 & 2.8331 & 41.3778 \\ 2.8331 & 53.2206 & 0.3166 \\ 41.3778 & 0.3166 & 127.8600 \end{bmatrix}$$

经过整数高斯变换后方差阵元数比变换前有了显著减小，就后一种情况来看，变换前去相关数 $r = 0.035$ ，变换后 $r = 0.8557$ ，比变换前增大245倍，相关性减弱。从图2~图4也可以看到变换后的改进算法较无变换的简单遗传算法有更快的收敛速度和更强的寻优能力。表1是双差整周模糊度的真实值、浮点数解、估计值。改进算法可以正确地解得整周模糊度。同时从表1看到浮点数解虽然与真实解较为接近，但是根据变换后的误差方差及确定的置信度（假设是0.95），那么在不知基线长度以及其它先验信息的情况下，搜索空间中有6555个潜在的整数组合需要搜索，虽然空间比遗传算法的要小，但是它需要每个都计算一次，而采用遗传算法大大降低了搜索数，仅需搜索 $130 \times 30 = 3900$ 个组合，是实际需要搜索的一半，而这还是在大大扩大了搜索空间之后，比实际按方差根据置信度确定的空间大将近5倍（ $32^3/6555$ ）。很显然提高了搜索效率。

通过变换后适应度函数特性发生了变化，图5(a)(b)是变换前和变换后不同模糊度组合的适应度函数值。由图中可见变换前适应度函数是非单调的，中间有脊状突出，在突出处除了最优点另外还有多个尖峰，集中了不同组合对应的多个极值，使得搜索过程容易陷入局部最优，变换后对应适应度函数是一个严格单调函数，只有一个极值点对应正确的模糊度组合。这对于具有并行性的遗传算法

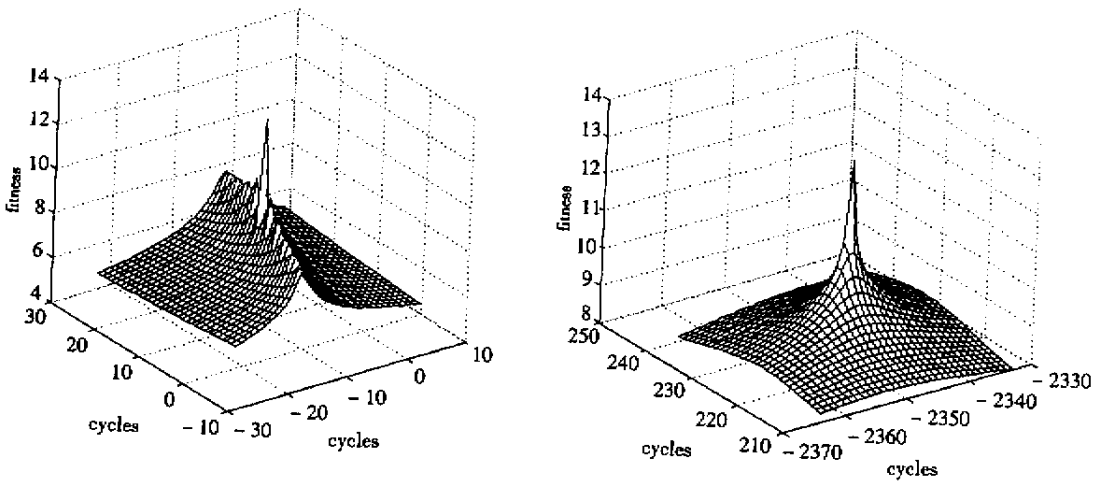


图5 变换前、后的适应度函数值

Fig.5 Fitness values before and after transformed

搜索就变得简单。对于有较大的变异概率和特定的变异算子，即使在种群个体数量较少的情况仍能保持个体的多样性，在搜索过程避免陷入局部最优。

表1 各种情况下的估计值与真实值比较

Tab.1 All kinds of solutions compare with the true integer ambiguity solutions

双差卫星	整周真实值	浮点解 (滤波 85s)	估计值 (SGA)	估计值 (改进算法)
卫星 1-卫星 2	-10	-12.8	不稳定	-10
卫星 1-卫星 3	10	9.8		10
卫星 1-卫星 4	98	95.2		98

5 结论

仿真表明改进算法是可行的，在具有较强噪声情况下较 SGA 有更强的搜索能力，在搜索空间远大于置信度确定的空间情况下，较普通算法有更高的搜索效率。

参考文献：

- [1] Teunissen P J G. A new method for fast carrier phase ambiguity estimation [A]. Proceedings of IEEE Position Location and Navigation Symposium [C]. Las Vegas : 1994 : 562 - 573 .
- [2] Chris R , Han S W . A new method for constructing multi-satellite ambiguity combinations for improved ambiguity resolution [A]. Proceedings of ION GPS-97 [C]. Kansas city : 1997 : 1145 - 1153 .
- [3] 云庆夏, 黄光球, 王战权 . 遗传算法和遗传规划——一种搜索寻优技术 [M]. 北京 : 冶金工业出版社, 1997 .
- [4] Hatch R . Instantaneous ambiguity resolution [A]. Proceedings of the KIS symposium [C]. Banff, Canada, 1990 .

