

文章编号 :1001-2486(2001)01-0073-04

## 多径条件下的空时解相关接收机研究\*

陈强, 胡延平, 皇甫堪

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要** 通过建立了一般的空时 CDMA 系统模型, 探讨多址干扰和多径效应的联合抑制问题。首先分析了系统的可辨识条件, 然后利用多约束最优化准则研究了 FIR 空时解相关接收机设计和实现, 并进一步分析了系统性能。

**关键词** :CDMA ;多用户检测 ;空时处理 ;多址干扰 ;多径衰落

**中图分类号** :TN914.53 **文献标识码** :A

## Space-time Decorrelating Receivers in Multipath Fading Channels

CHEN Qiang, HU Yan-ping, HUANGFU-Kan

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :A general space-time CDMA system model in multipath fading channels is built to study how to suppress both multiple access interference(MAI) and multipath fading. Identification conditions are first studied. Then a FIR solution of space-time decorrelating receivers is implemented by an optimal criterion with multiple constraints and system performances are analyzed.

**Key words** :CDMA ;multiuser detection ;space-time processing ;MAI ;multipath fading

多址干扰和多径衰落严重限制了目前无线 CDMA 系统的用户容量、覆盖范围和传输速率<sup>[4]</sup>。采用空时处理技术的智能天线系统能够充分利用无线信道的空时耦合结构特性, 为抑制多址干扰和多径衰落的影响提供了更大自由度<sup>[3]</sup>。单用户的空时 CDMA 系统采用二维 RAKE 结构, 并利用空间维度进行干扰抑制, 但是仍存在远近问题<sup>[4]</sup>; 多用户的空时 CDMA 系统进一步利用多址干扰的信号结构, 从本质上解决了远近问题<sup>[3]</sup>。在多径衰落条件下, 最优的多用户空时 CDMA 系统的计算极其复杂, 只具有理论上的意义; 空时解相关接收机是远近抑制条件下最优的线性结构的多用户空时 CDMA 系统, 虽然降低了计算复杂度, 但是要求接收全部的反射信号, 因而也不是实践意义上的系统<sup>[3,7]</sup>。本文分析了系统的可辨识条件, 利用多约束最优化准则研究了 FIR 结构的线性空时 CDMA 系统的设计与实现。

## 1 系统模型

考虑一般的多用户的空时 CDMA 基带信号模型<sup>[7]</sup>。假设用户数为  $Q$ , 每个用户系统都采用单天线, 发射信号都经历  $L_q$  个路径, 基站系统是  $M$  个阵元的天线阵, 接收信号为  $M$  维向量<sup>[7]</sup>

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{q=1}^Q \sum_{i=0}^{N-1} b_q(i) \sum_{l=1}^{L_q} a_{ql} \alpha_{ql} \sum_{p=0}^{P-1} c_q(p) \phi(t - iT_s - pT_c - \tau_{ql}) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{b} = \{b_q(i) | 1 \leq q \leq Q, 0 \leq i \leq N-1\}$ ,  $\{c_q(p) | 0 \leq p \leq P-1, 1 \leq q \leq Q\}$ ,  $N, P, T_s, T_c, \phi(t), \tau_{ql}, \alpha_{ql}, a_{ql}$ , 分别为独立同分布的符号序列、归一化的伪随机序列、符号序列长度、处理增益、符号周期、码片周期、码片波形、路径时延、路径增益和阵列响应, 且  $T_s = PT_c$ ;  $\mathbf{v}(t)$  是均值为零, 协方差矩阵为  $\sigma^2 \mathbf{I}$  的高斯空时白噪声;  $\mathbf{I}$  是单位矩阵。

为了以下分析方便, 假设所有用户的多径数相同, 即  $L_1 = \dots = L_K = L$ , 并且不失一般性, 假设  $0 \leq \tau_{11} \leq \tau_{21} \leq \dots \leq \tau_{Q1} < T_s$  和  $\max\{\tau_{ql} | 1 \leq l \leq L_q, 1 \leq q \leq Q\} \leq (\Delta - 1)T_s$ ,  $\Delta$  是正整数。我们采用码片匹配滤波, 得到离散时间信号模型,

\* 收稿日期 2000-09-22  
作者简介 陈强(1973-)男, 博士生。

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{q=1}^Q \sum_{i=0}^{N-1} b_q(i) \mathbf{h}_q(k-i) + \mathbf{v}(k) \quad (2)$$

其中  $\mathbf{x}(k) = [x^T(kPT_c), x^T(kPT_c + T_c), \dots, x^T(kPT_c + (P-1)T_c)]^T$  是  $MP$  维向量,

$$\mathbf{h}_q(i) = \sum_{l=1}^L \mathbf{h}_{ql}(i) = \sum_{l=1}^L \mathbf{c}_{ql}(i) \otimes \mathbf{a}_{ql} \quad 0 \leq i \leq \Delta \quad (3)$$

为离散时间信道,  $\otimes$  是 Kronecker 积,  $\mathbf{c}_{ql}(i)$  是等效的时域扩展序列。如果将  $\mathbf{a}_{ql}$  视为空域扩展序列, 那么  $\mathbf{h}_q(i)$  就视为等效的空时扩展序列 (Space-Time Spread Signature), 此时, 等效的处理增益为  $MP$ 。在不考虑多径的情况下, 对于同步的 CDMA 系统, 这一点可以看得更明显:

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{q=1}^Q b_q(k) \mathbf{h}_q + \mathbf{v}(k), \quad \mathbf{h}_q = \mathbf{c}_q \otimes \mathbf{a}_q \quad (4)$$

其中  $\mathbf{a}_q$  是阵列响应,  $\mathbf{c}_q = [c_q(0), \dots, c_q(P-1)]^T$ 。因此, 采用天线阵成倍地增大了处理增益, 从而增大了用户容量。

## 2 FIR 空时解相关检测

我们希望实现 FIR 结构的空时 CDMA 接收机, 同时抑制码间串扰和多址干扰, 从而解决多径效应和远近问题。假设已经接收到有限长度的数据, 可以表示为

$$\mathbf{x}^w(k) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{H}_q \mathbf{b}_q^w(k) + \mathbf{v}^w(k) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{x}^w(k) = [x^T(k), x^T(k+1), \dots, x^T(k+m-1)]^T$ ,  $\mathbf{b}_q^w(k) = [b_q(k-\Delta), \dots, b_q(k), \dots, b_q(k+m-1)]^T$ ,  $m$  是数据窗的长度,

$$\mathbf{H}_q = \begin{bmatrix} h_q(\Delta) & \dots & h_q(0) \\ & \ddots & \\ & & h_q(\Delta) & \dots & h_q(0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

是  $mMP \times (\Delta + m)$  块 Toeplitz 矩阵。

设一个 FIR 的空时 CDMA 接收机向量为  $\mathbf{f}_q$ , 若能够完全抑制码间串扰和多址干扰, 它需满足条件:

$$\mathbf{f}_q^H \mathbf{H}_q = \mathbf{e}_\delta^T, \quad \mathbf{f}_q^H \mathbf{H}_{q'} = \mathbf{0}^T, \quad q' \neq q \quad (7)$$

或者

$$\mathbf{f}_q^H \mathbf{H} = \mathbf{e}_q^T \quad (8)$$

其中  $\delta$  是整数, 表示接收机时延;  $\mathbf{e}_\delta^T(k) = [0 \dots 0 \quad 1 \quad 0 \dots 0]$  是  $1 \times (\Delta + m)$  维向量, 第  $\delta$  个元素为 1;  $\mathbf{e}_q^T(k) = [0^T \dots 0^T, \mathbf{e}_\delta^T, 0^T \dots 0^T]$  是  $1 \times Q(\Delta + m)$  向量;  $\mathbf{0}$  是  $1 \times (\Delta + m)$  维零向量;  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \dots \mathbf{H}_Q]$ 。这样的接收机称为 FIR 解相关接收机。

### 2.1 FIR 空时解相关的存在性

定义

$$\mathbf{h}_q(z) = \sum_{k=0}^{\Delta} \mathbf{h}_q(k) z^{-k} \quad (9)$$

那么可以由 Bezout 恒等式直接得到下面的命题<sup>[6]</sup>。

命题 1 存在一个 FIR 解相关接收机, 如果以下条件成立:

- (1) 矩阵  $\mathbf{H}(z) = [\mathbf{h}_1(z) \dots \mathbf{h}_Q(z)]$  是列满秩的, 只要  $z \neq 0$ ;
- (2) 矩阵  $\mathbf{h}_1(\Delta) \dots \mathbf{h}_Q(\Delta)$  是列满秩的。

满足以上条件的矩阵  $\mathbf{H}(z)$  称为不可约 (irreducible) 矩阵。注意到, 如果  $Q > MP$ , 则条件 (1) 不可能满足。也就是说, 如果用户数大于等效的处理增益, 那么不可能存在一个 FIR 解相关接收机同时抑制码间串扰和多址干扰。命题 1 说明了 FIR 空时解相关接收机存在的条件, 但是并没有给出设计的方法。已经被证明<sup>[1]</sup> 矩阵  $\mathbf{H}(z)$  是不可约 (irreducible) 矩阵, 等价于如下条件:

- (3) 矩阵  $\mathbf{H}$  (式 (8)) 是列满秩的。

因此, FIR 空时解相关接收机存在的充分条件就是所有的等效空时扩展序列及其不同延时都是线性独立的。这样, 矩阵  $H$  就是左可逆的, FIR 空时解相关接收机可以求解式(8)得到。条件(3)可以看作是单天线情况下时域扩展序列的线性独立假设(LIA)的推广<sup>[2]</sup>。在多天线情况下并没有要求每个用户的时域扩展序列是线性独立的, 对于时域扩展序列相关的用户, 只要空间扩展序列不同, 也能够加以区分, 从而增大了用户容量, 这实际上是空分多址概念。对于同步的 CDMA 系统, 可更清楚地看到:

命题2  $\{h_q, 1 \leq q \leq Q\}$  是线性独立的, 只要  $\{c_q, 1 \leq q \leq Q\}$  或者  $\{a_q, 1 \leq q \leq Q\}$  是线性独立的。该命题利用反证法很容易证明。

进一步, 如果条件(3)成立, 那么矩阵  $H$  的行数必须大于等于列数, 所以

$$m \geq Q\Delta(MP - Q) \quad (10)$$

可以看出, 给定天线数量和处理增益, FIR 空时解相关接收机的阶数(或数据窗的长度)与用户容量和多径时延有关。增大  $m$  可以增大用户容量和路径分集, 但是同时增加了接收机的复杂度。为了降低接收机的复杂度同时增大分集能力,  $m$  最小等于  $\Delta$ , 这样每个用户至少有一个完整的符号在经过所有的多径以后被接收到, 此时用户容量为  $Q \leq MP/2$ 。

## 2.2 最优的 FIR 空时解相关接收机

在 FIR 空时解相关接收机存在的条件下, 由于方程的数量多于未知数的数量, 式(8)的解不是唯一的。显然, 在没有噪声的时候, 所有的解都是等价的。在有噪声的时候, 考虑均方误差准则

$$\min \text{MSE}(q) = \min E\{|b_q(k) - \hat{b}_q(k)|^2\} \quad (11)$$

设计 FIR 空时解相关接收机, 最小化噪声的干扰。

命题3 假设 FIR 空时解相关接收机存在, 那么在式(7)或(8)条件下, 满足式(11)的最优接收机为

$$f_q^{opt} = R_v^{-1} H [H^H R_v^{-1} H]^{-1} e_q \quad (12)$$

其中,  $R_v = E[v^u(k)v^{uH}(k)]$

证明 由式(8)得

$$\hat{b}_q(k) = f_q^H x^u(k) = b_q(k) + f_q^H v^u(k) \quad (13)$$

则

$$\text{MSE}(q) = E\{|f_q^H v^u(k)|^2\} = f_q^H R_v f_q \quad (14)$$

这是多约束最小化问题, 可以用拉格朗日法求解。

定义

$$L(f_q) = f_q^H R_v f_q - 2\lambda^H (H^H f_q - e_q)$$

令  $\partial L(f_q) / \partial f_q = 0$ , 可以得到  $f_q = R_v^{-1} H \lambda$ , 代入式(8)得  $\lambda = (H^H R_v^{-1} H)^{-1} e_q$ , 从而命题得证。

上述的多约束最小化问题类似于最小方差无失真响应(MVDR)的波束形成器的设计问题。注意到式(12)的解只依赖于空时扩展矩阵  $H$  和加性噪声的谱特性, 而不依赖于用户的发射功率和噪声功率。当噪声是空时白噪声时,  $R_v = \sigma^2 I$ , 从而最优解为

$$f_q^{opt} = H [H^H H]^{-1} e_q \quad (14)$$

进一步注意到, 如果噪声是高斯的, 式(12)和(14)的最优解也是最大似然意义下的线性最优解。这可以通过直接对对数似然函数

$$\ln f(b^u(k) | x^u(k)) = C \exp\{[x^u(k) - H b^u(k)]^H R_v^{-1} [x^u(k) - H b^u(k)]\} \quad (15)$$

求导得到。

## 3 性能分析和仿真

最优的多用户 CDMA 系统的误码率分析是极其复杂的, 然而, 可以将没有多径效应时单个用户通信的误码率作为多用户 CDMA 系统性能的最优下界<sup>[3]</sup>。假设符号序列  $b_q(k)$  是方差为  $\sigma_b^2$  的独立同分布的 BPSK 信号, 可以得到误码率的最优下界为

$$P_e^{opt} = Q(\sqrt{MP\sigma_b^2/\sigma^2}) \quad (16)$$

其中,  $Q(x)$  是误差函数<sup>[5]</sup>。

对于一般的 FIR 空时解相关接收机,由式(12)和(14)可得接收机的输出噪声功率为

$$\sigma_v^2 = e_q^T [H^H R_v^{-1} H]^{-1} e_q \sigma^2 \tag{17}$$

容易证明, FIR 空时解相关接收机的误码率为

$$P_e^{(std)} = Q \left( \sqrt{\frac{\sigma_b^2 / \sigma^2}{e_q^T [H^H R_v^{-1} H]^{-1} e_q}} \right) \tag{18}$$

考虑一个 20 个用户的空时 CDMA 系统,扩展序列是长度为 31 的归一化的最大长度移位寄存器序列,接收机是 2 个阵元的线性阵列,即  $Q = 20, M = 2, P = 31$ ,阵列响应为

$$a_k(\theta_{ql}) = \exp[j\pi(k-1)\sin(\theta_{ql})], 1 \leq k \leq M$$

图 1(a)和 1(b)分别给出了空时解相关接收机在无多径条件下和多径条件下的误码率,并与单天线的时域解相关接收机进行了比较。可以看到,空时解相关接收机的性能明显优于单天线解相关接收机,即使在观测窗长度很小的情况下也能获得远小于单天线解相关接收机的误码率;而且随着观测窗长度的增加,空时解相关接收机的误码率收敛得更快。多径衰落对于误码率的影响是十分复杂的,一方面引起码间串扰,增大了误码率,另一方面又提供路径分集,降低了误码率,而且衰落的变化使得这些影响呈现随机的特性。图 1(b)假设每个用户的信号都经过两个路径,路径幅度是瑞利分布的情况,其中每个路径的到达角和时延分别在  $[-\pi/3, \pi/3]$  和  $[5T_c, 25T_c]$  上均匀分布。

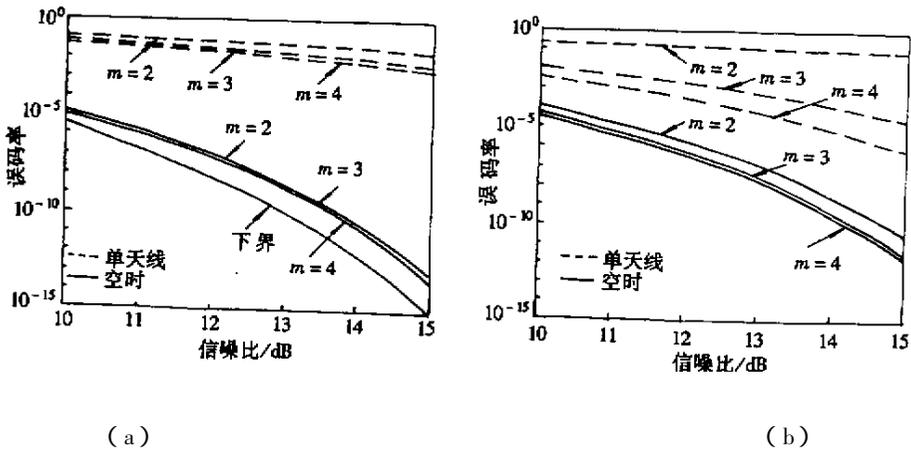


图 1 解相关接收机的性能分析

Fig.1 Performance analysis of decorrelating receivers

### 4 结论

本文通过分析空时 CDMA 系统的可辨识条件,利用多约束最优化准则设计和实现了 FIR 结构的空时解相关接收机。仿真结果表明,这种接收机的性能远远优于单天线的接收机,能够更好地逼近最优接收机的性能,而且与最优接收机相比,具有更简单的结构和更低的计算复杂度。

### 参考文献:

- [1] Li Y, Liu K J R. Blind identification and equalization for wireless communications using antenna arrays [ J ]. SPIE, 1997, 31(2) : 251.
- [2] Madhoo U. Blind adaptive interference suppression for direct-sequence CDMA [ J ]. Proc. IEEE, 1998, 86(10) : 2049.
- [3] Miller S Y, Schwartz S C. Integrated Spatial-Temporal Detectors for Asynchronous Gaussian Multiple-Access Channels [ J ]. IEEE Trans. Commun., 1995, 43(3/4) : 396.
- [4] Pauraj A J, Papadias C B. Space-time processing for wireless communication [ J ]. IEEE SP Magazine, 14(11) : 49.
- [5] Proakis J G. Digital Communication, 3/e [ M ]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- [6] Tsatsanis M K, Giannakis G B. Optimal decorrelating receivers for DS-SS systems: a signal processing framework [ J ]. IEEE Trans. SP, 1996, 44(12) : 3044.
- [7] Wang X, Poor H V. Space-time multiuser detection in multipath CDMA channels [ J ]. IEEE Trans. SP, 1999, 47(9) : 2356.

