文章编号:1001-2486(2001)01-0085-04

Profust 故障树建模与分析*

冯静,吴孟达

(国防科技大学理学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:实际中普遍存在的有显著渐近失效行为的系统,难以用经典故障树加以分析,于是,以“模糊事件的普通概率”这一理论为基础,建立了 Profust 故障树模型,并进行了部分定量分析,该模型的最大特点是综合运用了可以得到的关于系统运行的可能性信息和概率信息。

关键词:Profust 故障树;渐近失效;模糊事件的普通概率

中图分类号:TB114.3 文献标识码:A

The Profust Fault Tree and its Quantity Analysis

FENG Jing, WU Meng-da

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In system performances, the phenomenon of gradual failure can't be analyzed by traditional (Probist) fault tree. To solve this problem, the model of Profust fault tree and its partial quantity analysis is given according to the theory of "probability of fuzzy events". The prominent characteristic of this model is that it employs both the available possibility and probability information of the given system.

Key words: Profust fault tree; gradual failure; probability of fuzzy event

故障树分析法,简称 FTA(Fault Tree Analysis),早在 20 世纪 60 年代初美国贝尔研究所首先将其用于民兵导弹的控制系统设计,为预测导弹发射的随机失效概率作出了贡献。目前,FTA 已从宇航、核能领域进入电子、电力、化工、机械、交通、建筑领域,科学工作者和工程技术人员愈来愈倾向于采用 FTA 作为评价系统可靠性和安全性的手段,用 FTA 来预测和诊断故障,分析系统的薄弱环节,指导运行和维修,实现系统设计的最优化。

根据各种特殊门的等效变换的原则,可以把任意一棵故障树等效变换为基本故障树(只含与门、或门、非门和正事件的故障树,或只含与门、或门和正、逆事件的故障树),对于基本故障树,可以用结构函数作为适宜的数学工具,写出故障树的数学表达式。

传统的 Probist 故障树的结构函数是这样建立的:考虑一个由 r 个部件组成的系统 S,称系统故障为故障树的顶事件,记为 T;称各部件故障为底事件,记为 e_i;系统和部件均只能取正常和故障两种状态,故可用取 0、1 状态的变量 x_i 来描述底事件 e_i 的状态,$i=\overline{1,r}$,于是有

$$x_i=\begin{cases}1 & \text{当底事件 } e_i \text{ 发生时}\\ 0 & \text{当底事件 } e_i \text{ 不发生时}\end{cases}$$

由于顶事件是底事件状态的函数,如用 $\Psi(X)=\Psi(x_1,\cdots,x_r)$ 描述顶事件 T 的状态,则有

$$\Psi(X)=\begin{cases}1 & \text{当顶事件 } T \text{ 发生时}\\ 0 & \text{当顶事件 } T \text{ 不发生时}\end{cases}$$

$\Psi(X)$ 即称为故障树的结构函数或称为系统的故障结构函数。这里事件发生对应着故障状态,事件不发生对应着正常状态,不可修系统不可靠度就是不可修系统顶事件发生概率。

但在实际系统中,常常遇到的一种情形是,某一部件的失效是一个渐进发展的过程,不能明确判定失效的含义,如“触点接触不良”、“电视图像不够清晰”等等,而且在该渐进过程中所经历的每一状态都

* 收稿日期:2000-10-25
基金项目:国家自然基金资助项目(69974041)
作者简介:冯静(1975-),女,硕士生。

对系统失效有一定的影响,此时,关于底事件的二态假设显然是不适用的,因此需要将底事件的状态推广到模糊状态,建立 Profust 故障树分析的模型。下文就将对 Profust 故障树进行建模并加以定量分析。

1 模糊事件的普通概率理论

在随机现象中,有时所讨论的事件本身是模糊的,如:已知某种产品的次品率为 2%,现从中任取 100 件,求几乎没有次品的概率,这里'几乎没有次品'就是一个模糊事件,为了解决这类问题,需要引入模糊事件的概率的有关理论。

定义 1 设 $\Omega=\{\omega\}$ 是随机试验 E 的基本结果,ω 表示基本事件,Ω 上的任一模糊集 $\tilde{A}$ 称为随机试验 E 的一个模糊事件。

定义 2 设样本空间 $\Omega=\{\omega_1,\cdots,\omega_n\}$ 为有限集合,则模糊事件 $\tilde{A}$ 的概率定义为

$$P(\tilde{A})=\sum_{i=1}^{n}\tilde{A}(\omega_i)P(\omega_i)$$

其中 $\tilde{A}(\omega_i)$ 为 ω_i 对 $\tilde{A}$ 的隶属度,$P(\omega_i)$ 为基本事件 ω_i 发生的概率。当 Ω 为无限集时,随机事件往往用 Ω 上的随机变量 X 表示,而模糊事件一般可用 X 的值域上的模糊集表示,例如灯泡的寿命可用随机变量 $t(t\geqslant 0)$ 表示,而寿命在 1000 附近这一事件可用模糊集 $\tilde{A}$ 表示,其隶属函数为

$$\tilde{A}(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{1+(t-1000)^4} & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

定义 3 设 X 是离散型随机变量,其取值的集合为 $X=\{x_1,x_2,\cdots\}$,X 上的模糊集 $\tilde{A}$ 表示模糊事件,则该模糊事件的概率定义为 $P(\tilde{A})=\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{A}(x_i)p_i$,这里 $p_k=P\{X=x_k\}$ 是 X 取值 x_k 的概率,$\tilde{A}(x_i)$ 是 x_i 对 $\tilde{A}$ 的隶属度。

定义 4 设 X 是连续型随机变量,$p(x)$ 是其概率密度,R 上的模糊集 $\tilde{A}$ 表示模糊事件,则该事件的概率定义为 $P(\tilde{A})=\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{A}(x)p(x)\mathrm{d}x$,这里 $\tilde{A}(x)$ 是 $\tilde{A}$ 的隶属函数。

这里需要指出是,下文所要建立的 profust 故障树分析模型与模糊 probist 故障树分析有根本不同之处。模糊 probist 故障树分析所用到的主要理论基础是'事件的模糊概率"的相关理论。也就是说,有时事件本身是确切的,但是概率却是模糊的。例如,甲、乙两队比赛,说'甲队打赢"的可能性是 0.98,莫如说"甲队打赢"的可能性'很大"更切合实际。这种不企图用[0,1]中的数'0.98"去估计事件出现的可能性,而是倾向于用语言'很大"来描述;'很大"以及'大"、'中等"、'小"、'很小"等等都是模糊概念,需用论域[0,1]的模糊子集加以刻划,我们称它为语言概率,记为 $\tilde{P}$。$\tilde{P}$ 的形式定义如下:设 $\Omega=\{\omega_1,\cdots,\omega_n\}$,指定语言变量集 $\sum=\{\pi_1,\cdots,\pi_n\}$,其中 π_i 是论域[0,1]的模糊子集,并满足线性运算的封闭性,定义 $\tilde{P}(\omega_i)=\pi_i, i=1,\cdots,n$。这时对任意普通事件 $A\in\beta$,有 $\tilde{P}(A)=\sum_{i=1}^{n}I_A(\omega_i)\pi_i$。

2 建模与定量分析

2.1 基本假设

(1) 部件的渐近失效行为对系统的可靠性有显著影响;

(2) 分析中所需要的隶属函数可以事先通过某种合适(即客观)的方式加以确定。

下文仅就离散状态空间的情形加以讨论,对于连续状态空间情形可类似进行。

2.2 建模

设故障树中第 i 个底事件所对应的部件在渐近失效过程中所经历的状态空间为 $\Omega_i=\{\omega_{i1},\cdots,\omega_{ij},\cdots\}$,$\omega_{ij}$ 为清晰状态。x_i 为该底事件的状态随机变量,x_i 的分布律为 $P(x_i=\omega_{ij})=p_{ij}$,即为 i 部件处于 ω_{ij} 状态的概率。i 部件的模糊故障状态 $\tilde{F}_i=\{\omega_{ij},\mu_{\tilde{F}_i}(\omega_{ij})\}$,其中 $\mu_{\tilde{F}_i}(\omega_{ij})$ 是 ω_{ij} 对 $\tilde{F}_i$ 的隶属度,表示 ω_{ij} 状态导致该部件故障的可能性的大小。$\tilde{F}_i$ 是 Ω_i 上的模糊集,是 (Ω_i,A_i,P) 上的模糊事件,其中 A_i 是 Ω_i

上的 σ 代数。通过上文介绍的有关理论，可以计算出模糊事件 $\tilde{F}_i$ 发生的概率，也即为 i 部件的不可靠度：$P(\tilde{F}_i)=\sum_j \mu_{\tilde{F}_i}(\omega_{ij}).p_{ij}$。

这里，有两点需要特别强调指出：

(1) 部件可以有多种失效模式，在故障树中，每一种失效模式对应一个基本底事件，因为部件的某一种性能的退化对应一种失效模式，而本模型所讨论的主要是性能退化属性对系统可靠性分析的影响，不可将一个部件的所有失效模式放在同一底事件中加以讨论。对于有多种失效模式的部件必须引入多状态故障树加以分析，对于一种失效模式对应多个底事件的系统，即存在共因失效部件的系统，要考虑底事件之间的统计相关性和可能性相关性，转化为多状态故障树加以讨论。本文所建模型仅就一种失效模式对应一个底事件的情形加以讨论。因此，由 $\tilde{F}_i$ 的定义知，有且只有一个 $\omega_{ij}\in\Omega_i$，使得 $\mu_{\tilde{F}_i}(\omega_{ij})=1$。

(2) 本文所建立的 profust 故障树模型可以兼容 Probist 故障树模型，因为当 $\tilde{F}_i$ 退化为 $\tilde{F}_i=1/\omega_{i1}+0/\omega_{i2}$ 时，即成为 Probist 故障树，因此本文的模型与传统的 Probist 故障树相比，适用范围更广，更具一般性。

考虑一个由 n 个部件组成的系统 S，由故障树结构函数的定义可知，顶事件的状态可以用各底事件的状态表示出来，即 $\tilde{T}=\Psi(\tilde{F}_1,\cdots,\tilde{F}_n)$，从而 $\mu_{\tilde{T}}=\Psi(\mu_{\tilde{F}_1},\cdots,\mu_{\tilde{F}_n})$，其中，$\tilde{T}$ 为故障树的顶事件，Ψ 为故障树的结构函数。

由基本故障树的定义可知，Ψ 只可能包含三种运算：与、或、非。其中：

与门：$\mu_{\wedge\tilde{F}_i}=\wedge\mu_{\tilde{F}_i}$；

或门：$\mu_{\vee\tilde{F}_i}=\vee\mu_{\tilde{F}_i}$；

非门：$\mu_{\tilde{F}_i^c}=1-\mu_{\tilde{F}_i}$。

设 $\Omega=\Omega_1\times\cdots\times\Omega_n$，$A=A_1\times\cdots\times A_n$，则 $\tilde{T}$ 是 (Ω,A,P) 上的模糊事件，即 $\tilde{T}$ 为 Ω 上的模糊集，$\tilde{T}$ 对应系统的模糊故障状态，因此，$\tilde{T}$ 发生的概率即为系统的不可靠度。

2.3 定量分析

下面推导 $P(\tilde{T})$ 的计算公式

$$\tilde{T}=\{(\omega_{1j_1},\cdots,\omega_{nj_n}),\mu_{\tilde{T}}(\omega_{1j_1},\cdots,\omega_{nj_n}),\omega_{ij_i}\in\Omega_i,i=1,\cdots,n\}$$

$$\mu_{\tilde{T}}(\omega_{1j_1},\cdots,\omega_{nj_n})=\Psi(\mu_{\tilde{F}_1}(\omega_{1j_1}),\cdots,\mu_{\tilde{F}_n}(\omega_{nj_n}))$$

基本故障树由与门、或门、非门组成，通过对各底事件的隶属函数逐步运用‘$\wedge$、$\vee$、$-$’运算，即可得到系统 S 的各个状态对于 $\tilde{T}$ 的隶属度。

由 $x_1,\cdots,x_n$ 的概率分布律，推导出 $x=(x_1,\cdots,x_n)$ 的联合概率分布率。设 $x_1,\cdots,x_n$ 相互独立，$P(x_1=\omega_{1j_1},\cdots,x_n=\omega_{nj_n})=\prod_{i=1}^{n}P(x_i=\omega_{ij_i})$。

于是，$P(\tilde{T})=\sum_{j_1}\cdots\sum_{j_n}\mu_{\tilde{T}}(\omega_{1j_1},\cdots,\omega_{nj_n})\cdot P(x_1=\omega_{1j_1},\cdots,x_n=\omega_{nj_n})$

例：一棵故障树由 $\bar{A}$，B，C 三个底事件组成，$T=(\bar{A}\cap B)\cup C$。A，B，C 的状态变量分别为 x_1，x_2，x_3，$\tilde{F}_A=\frac{1}{\omega_{11}}+\frac{0}{\omega_{12}}$，$\tilde{F}_B=\frac{1}{\omega_{21}}+\frac{1/2}{\omega_{22}}+\frac{0}{\omega_{23}}$，$\tilde{F}_C=\frac{1}{\tilde{\omega}_{31}}+\frac{1/3}{\tilde{\omega}_{32}}+\frac{0}{\tilde{\omega}_{33}}$。

x_1 的概率分布为 $\{P(\tilde{\omega}_{11})=1/2,P(\tilde{\omega}_{12})=1/2\}$；

x_2 的概率分布为 $\{P(\tilde{\omega}_{21})=1/3,P(\tilde{\omega}_{22})=1/3,P(\tilde{\omega}_{23})=1/3\}$；

x_3 的概率分布为 $\{P(\tilde{\omega}_{31})=1/2,P(\tilde{\omega}_{32})=1/3,P(\tilde{\omega}_{33})=1/6\}$。

$$\begin{aligned}\tilde{T}&=(\overline{\tilde{F}_A}\cap\tilde{F}_B)\cup\tilde{F}_C\\&=\frac{1}{(\omega_{11},\omega_{21},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1/2}{(\omega_{11},\omega_{21},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{0}{(\omega_{11},\omega_{21},\tilde{\omega}_{33})}\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{1}{(\omega_{11},\omega_{22},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1/2}{(\omega_{11},\omega_{22},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{0}{(\omega_{11},\omega_{22},\tilde{\omega}_{33})}\\
&+\frac{1}{(\omega_{11},\omega_{23},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1/2}{(\omega_{11},\omega_{23},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{0}{(\omega_{11},\omega_{23},\tilde{\omega}_{33})}\\
&+\frac{1}{(\omega_{12},\omega_{21},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1}{(\omega_{12},\omega_{21},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{1}{(\omega_{12},\omega_{21},\tilde{\omega}_{33})}\\
&+\frac{1}{(\omega_{12},\omega_{22},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1/2}{(\omega_{12},\omega_{22},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{1/2}{(\omega_{12},\omega_{22},\tilde{\omega}_{33})}\\
&+\frac{1}{(\omega_{12},\omega_{23},\tilde{\omega}_{31})}+\frac{1/2}{(\omega_{12},\omega_{23},\tilde{\omega}_{32})}+\frac{0}{(\omega_{12},\omega_{23},\tilde{\omega}_{33})}
\end{aligned}
$$

$x=(x_1,x_2,x_3)$的联合概率分布为 $P(\tilde{\omega}_{1i},\tilde{\omega}_{2j},\tilde{\omega}_{3k})=P(\tilde{\omega}_{1i})P(\tilde{\omega}_{2j})P(\tilde{\omega}_{3k})$，于是，$P(\tilde{T})=\sum_{i,j,k}\mu_{\tilde{T}}(\tilde{\omega}_{1i},\tilde{\omega}_{2j},\tilde{\omega}_{3k})P(\tilde{\omega}_{1i},\tilde{\omega}_{2j},\tilde{\omega}_{3k})=53/72$.

3 模型评价

(1) 该故障树模型可以用来分析实际中常常遇到的存在渐近失效的部件的系统的不可靠度(即系统的模糊故障状态发生的概率),而这类系统用 Probist 故障树分析是难以实现的；

(2) 该模型的最大特点是综合应用了关于系统运行情况的模糊状态信息和概率信息,相对其它模型而言,可以更精确地估计系统的可靠性行为；

(3) 计算量可能出现的指数增长问题还需进一步探讨以加以克服。

参考文献：

[1] 史定华,王松瑞. 故障树分析方法和理论[M]. 北京:北京师范大学出版社,1993.

[2] 梅启智,廖炯生,孙惠中. 系统可靠性工程基础[M]. 北京:科学出版社,1987.

[3] Cai K Y, Wen C Y, Zhang M L. Fuzzy states as a basis for a theory of fuzzy reliability [J]. Microelectron Reliability, 1993, 33(15):2253-2263.

[4] Hitoshi F, Naruhito S. Fuzzy importance in fault tree analysis [J]. Fuzzy sets and systems, 12(1984):205-213.

[5] Vincenzo C, Javier Y. Structure functions with fuzzy sets [J]. Fuzzy sets and systems, 83(1996):189-202.