

文章编号: 1001-2486 (2001) 02-0006-06

卫星姿控实物仿真系统中的磁线圈分析*

李太玉, 张育林

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 报道利用两对赫姆霍兹线圈模拟卫星的磁环境的研究。首先分析了赫姆霍兹线圈产生磁场的均匀度, 接着分析了单一线圈安装和形状偏差对产生磁场的影响, 然后提出地球磁场模拟方案, 最后给出仿真结果和分析结论。

关键词: 姿态控制; 实物仿真; 磁线圈

中图分类号: V448.22 **文献标识码:** A

The Analysis of Magnetic Coils on the Practicality Simulation System for the Satellite Attitude Control

LI Tai-yu, ZHANG Yu-lin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The simulation of satellite orbit magnetic field produced by two pairs of Helmholtz coils is studied. Firstly, the balance of the magnetic field is analyzed. Then the effect of the magnetic field which is caused by the deviation of a coil installation and shape is analyzed. And then how to simulate geomagnetic field is put forth. finally the simulate results and conclusions are given.

Key words: attitude control; practicality simulation; magnetic coil

卫星姿态控制系统要经受严峻的空间环境考验。环境考验检验卫星能否正常工作及轨道转移。为了提高成功率, 除了对元部件进行严格筛选外, 系统仿真是非常重要的手段。仿真得越逼真, 越能反映实际情况。

地磁力矩是卫星的有效偶极子与当地地磁场相互作用产生的。随着航天科技发展, 人们越来越关注利用磁力矩对卫星姿态进行控制。这可以节约大量推进剂, 且控制精度高、工作长时间、可靠性高、对光学镜头没有污染。本文所研究的实验装置正是用来仿真卫星磁效应, 主要针对利用磁场对卫星的姿态控制进行仿真, 也可以用来分析磁力矩作为干扰力矩对卫星姿态控制的影响。

1 磁场线圈分析

产生大空间均匀磁场的办法有磁屏蔽法和线圈通电流的办法^[1]。磁屏蔽法能提供相当稳定的弱磁环境, 但因为建造需用高磁导率的合金造价较高、磁场不能控制、磁场均匀性不够理想, 因而, 卫星磁场模拟设备用线圈通电流的办法。线圈用赫姆霍兹线圈。通过调节线圈中的电流和一定的运动, 可以在线圈系统中心一定区域内产生零磁场、直流稳定磁场和旋转磁场。所要建设实验室形如图 1, 参考了文献 2 提到的姿控实验室。所建实验室设备包括:

(1) 三轴气浮台, 姿态控制系统硬件安装在上面;

(2) 赫姆霍兹线圈, 用来抵消在实验室所处地磁场和仿真在轨道上地磁场变化值; 里线圈半径为 0.8 m, 外线圈半径为 1 m, 线圈的匝数为 100 匝, 线圈材料为铜。每匝线圈截面积半径为 1 mm;

(3) 旋转地球模拟器, 使地平仪正常工作。

1.1 赫姆霍兹线圈的均匀度^{[3][4]}

赫姆霍兹线圈如图 2 所示, 两个圆线圈平行放置, 轴线重合, O 点位于线圈的轴线上, 与两线圈

* 收稿日期: 2000-07-05
基金项目: 国家 863 计划基金资助项目
作者简介: 李太玉 (1973-), 男, 博士生。

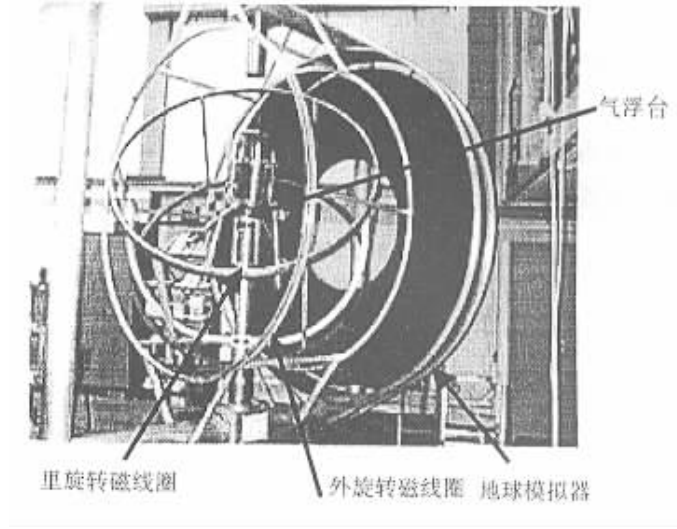


图1 姿控实验室

Fig.1 Attitude control lab

中心等距。两线圈半径为 R ,距离为 a ,两线圈的电流强度均为 I ,且方向相同。

当导体中流过电流时,在导体的周围及内部就产生磁场。根据电磁场分析,在没有电流存在的地区,必定存在势函数 U ,使得 $B = -\text{grad}U$ 。并且有 $\nabla^2 U \equiv \text{div} \cdot \text{grad}U = 0$ 。

以线圈轴线一点为坐标原点,在球坐标系 (r, θ, φ) 中的拉普拉斯方程为:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (1)$$

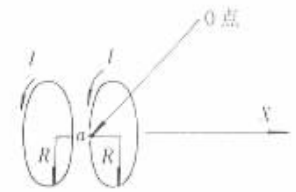


图2 赫姆霍兹线圈

Fig.2 Helmholtz coils

线圈是轴对称的,势函数 U 应与极角 φ 无关。另外,在线圈中心 $r = 0$,磁场强度不可能为无穷大,

利用分离变量法可以求出势函数形式 $U(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n r^n P_n(\cos \theta)$,其中 $P_n(x)$ 为 n 阶勒让德多项式。

单一圆线圈产生的磁场强度在轴向和径向分量分别为:

$$B_z(r, \theta) = \frac{I}{R} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\beta) \left(\frac{r}{R} \right)^n P_n(\cos \theta) \quad (2)$$

$$B_r(r, \theta) = \frac{I}{R} \sum_{n=1}^{\infty} L_n(\beta) \frac{1}{n+1} \left(\frac{r}{R} \right)^n \sin \theta P'_n(\cos \theta) \quad (3)$$

式中 R 为线圈半径, $p'_n(x) = dp_n(x)/dx$, $\beta = R/d$, d 为球坐标原点到线圈中心矢径。由于通电线圈轴线上磁场强度有确切的解析式,它也必须满足上述表达式,从而求出和系数 $L_n(\beta)$ 表达式。 $L_n(\beta)$ 只是 β 函数表达式,并且有:

$$L_n(-\beta) = \begin{cases} L_n(\beta), n = 2k, k = 0, 1, 2, \dots \\ -L_n(\beta), n = 2k + 1 \end{cases} \quad (4)$$

由方程(4)可知:图2中 O 点磁场均匀度是二阶的。当 O 点距两线圈中心均为 $R/2$ 时(即 $a = R$), O 点附近的磁场均匀度是四阶的,也是在两线圈组和产生磁场中最为均匀的。这就是赫姆霍兹线圈。

以赫姆霍兹线圈中 O 点为球坐标原点,在 O 点附近产生的磁场强度为:

$$B_z(r, \theta) = B_0 + \frac{2I}{R} \sum_{n=4}^{\infty} L_n(\beta) \left(\frac{r}{R} \right)^n P_n(\cos \theta) \quad (5)$$

$$B_j(r, \theta) = \frac{I}{R} \sum_{n=4}^{\infty} L_n(\beta) \frac{1}{n+1} \left(\frac{r}{R}\right)^n \sin\theta P'_n(\cos\theta) \quad (6)$$

式中 B_0 为赫姆霍兹线圈在 O 点磁场强度。

1.2 线圈各种偏差的影响

线圈结构设计的主要矛盾是如何提高加工和安装精度及选择合适的材料。线圈尺寸偏差有加工偏差、材料变形偏差和安装位置偏差。

1.2.1 位置偏差

下面分析单一线圈横向和径向偏差引起的磁场强度变化。利用方程(2)(3)两式分别对轴向和径向求偏导,设轴向为 x 径向为 y ,则有:

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = \frac{I}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_n(\beta) \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} n P_{n-1}(\cos\theta) \quad (7)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial y} = \frac{I}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_n(\beta) \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} \sin\theta P'_{n-1}(\cos\theta) \quad (8)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial x} = \frac{I}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_n(\beta) \frac{1}{n+1} \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} [(n-1)\cos\theta \sin\theta P'_n(\cos\theta) + \sin^2\theta P''_n(\cos\theta)] \quad (9)$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial y} = \frac{I}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} L_n(\beta) \frac{1}{n+1} \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} [(n\sin^2\theta + \cos^2\theta)P'_n(\cos\theta) - \sin^2\theta P''_n(\cos\theta)] \quad (10)$$

它们与位置偏差值的乘积就是磁场强度变化值。

1.2.2 角度偏差

当线圈安装存在角度偏差时,相当于存在径向和轴向位置偏差。由于角度偏差在 O 点引起的径向位置偏差和轴向位置偏差分别为 $R\psi/2$ 、 $R\psi^2/2$ 。在任意一点($r\cos\theta$, $r\sin\theta$)的轴向与径向偏差绝对值分别小于 $|R\psi^2/2| + |\psi r\sin\theta|$ 、 $|R\psi/2| + |\psi r\cos\theta|$ 。

1.2.3 形状偏差

因为线圈不可能是绝对的圆,会有加工误差和材料变形,如径向允许误差为 ΔR 。整个线圈不在一个平面,轴向允许误差为 ΔL 。这种形状偏差引起磁场强度偏差可以由下面几种偏差引起磁场强度偏差的平方和再开方进行估计:它们是两个径向为 ΔR 的位置偏差、一个轴向为 ΔL 位置偏差和两个角度为 $\Delta L/R$ 的安装角度偏差。

2 地磁场分析^{[5][6]}

磁场按其起源可分为内源场和外源场。内源场起源于地球内部。它包括基本磁场和外源场变化时在地壳内感应的磁场。外源场起源于地球附近电流体系的磁场。外源场由于各种原因在不断变化,主要有磁静日、太阳日和太阴日的变化,以及磁暴和亚暴等地磁扰动。

地球基本磁场变化十分缓慢,年变化率在千分之一以下。外源场变化的时间尺度比较小,变化比较复杂。在 1000 km 以下的高度范围内,平静时的外源场的强度不到内源场的千分之一,强扰动时的外源场也在内源场的百分之一以下。因此在考虑地磁场本身对航天器的影响时,只需内源场中的基本磁场。设当地的北向为 X 方向,东向为 Y 方向,垂直向下为 Z 方向,则三方向的磁场强度为:

$$B_x = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} [g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda] \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta} \quad (11)$$

$$B_y = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} [g_n^m \sin m\lambda - h_n^m \cos m\lambda] m \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta} \quad (12)$$

$$B_z = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} [g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda] (n+1) P_n^m(\cos\theta) \quad (13)$$

式中 R_E 为地球半径, r 为地心距, θ 为地理余纬, λ 为东经, g_n^m 、 h_n^m 为高斯系数, $P_n^m(x)$ 为 n 次 m 阶的关联勒让德函数。

3 模拟方案

当地地磁场坐标系： X_1 轴正方向正北方向， Y_1 轴正方向为正东方向， Z_1 轴正方向为垂直指向地面。

模拟磁场的惯性坐标系为： Z 轴为垂直指向地球模拟器， X 轴（模拟正北方向）为垂直 Z 轴向上， Y 轴模拟正东方向按右手系确定。

为了模拟卫星绕地球运动情况，地球模拟器以轨道角速度绕气浮台转动，外线圈连同地球模拟器一起转动。设 γ 为正东方向到惯性坐标系 Z 方向角度。设里赫姆霍兹线圈与水平面夹角为 ν ，其轴线到外线圈轴线的水平角度为 α 。 B_L 是里赫姆霍兹线圈在中心位置产生磁场强度， B_W 是外赫姆霍兹线圈在中心位置产生的磁场强度。这样，两个赫姆霍兹线圈与当地地磁场叠加在模拟磁场的惯性坐标系下的投影为：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1 + B_L \sin \nu \\ -x_1 \cos \gamma + y_1 \sin \gamma + B_L \cos \nu \sin \alpha \\ x_1 \sin \gamma + y_1 \cos \gamma + B_L \cos \nu \cos \alpha + B_W \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 x_1 、 y_1 、 z_1 为实验室当地地磁场强度。

从方程(14)可以看出，要想模拟不同轨道位置的磁场强度，角度 α 、 ν 至少有一个是在变化的。对角度 α 变化的控制比对角度 ν 变化的控制简单、易实现。因此模拟方案确定如下：对于固定轨道，角度 ν 不变，角度 α 随模拟的不同轨道位置在不停变化。当模拟另外的轨道时，调节角度 ν ，使在整个轨道模拟中能量最优。

4 仿真结果

4.1 赫姆霍兹线圈均匀度模拟

假设空间任一点轴向和径向的磁场强度分别为 B_z 和 B_j ， O 点的磁场强度为 B_0 。其中 $b_x = [(B_z - B_0)/B_0] \times 100$ ， $b_y = (B_j/B_0) \times 100$ 。两水平轴分别表示离开中心 O 点的轴向和径向长度，垂直轴为 b_x 或 b_y 的数值。图3和图4是线圈半径为1 m的赫姆霍兹线圈的均匀度仿真结果。

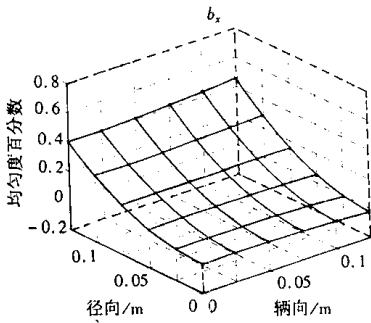


图3 轴向均匀度

Fig.3 The blance of magnetic field in the axis

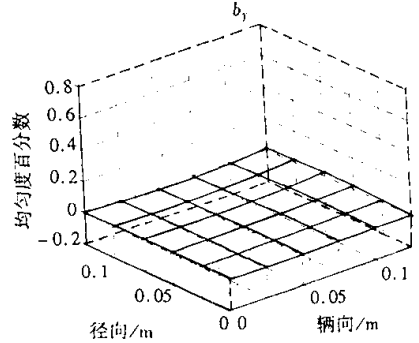


图4 径向均匀度

Fig.4 The blance of magnetic field in the radial

4.2 位置偏差引起的磁场强度变化

单一线圈理想安装时，其在空间任一点轴向和径向的磁场强度分别为 B_{z1} 和 B_{j1} 。单一线圈实际安装时，其在这一点产生的磁场强度为 B_{z2} 和 B_{j2} ，其中 $p_x = \frac{B_{z1} - B_{z2}}{B_0} \times 100$ ， $p_y = \frac{B_{j1} - B_{j2}}{B_0} \times 100$ 。两水平轴分别表示离开中心 O 点的轴向和径向长度，垂直轴为 P_x 或 P_y 。图5、图6是线圈半径为1 m，轴向偏差为1 mm时，产生的轴向和径向磁场强度相对偏差的仿真结果。图7、图8是径向偏差为1 mm时，产生的轴向和径向磁场强度相对偏差的仿真结果。

4.3 模拟卫星在轨时实验装备运行情况

当地为北纬 25° ，经度为 110° 。模拟轨道为圆轨道，高度为 500 km，倾角为 40° ，升交点赤经为 0° ，恒星时角为 0° 。模拟是从卫星在升交点开始，模拟轨道运行一周的情况。起始时惯性坐标系的 Z 方向指向当地正东方向，里面线圈轴线与水平面夹角 ν 为 45° 。图 9 是两赫姆霍兹线圈的电流强度随地球模拟器旋转角度变化关系。图 10 为里赫姆霍兹线圈到外赫姆霍兹线圈角度随地球模拟器旋转角度变化之间的关系。

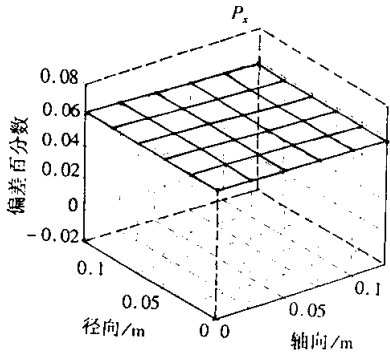


图 5 轴向偏差

Fig.5 The deviation in the axis

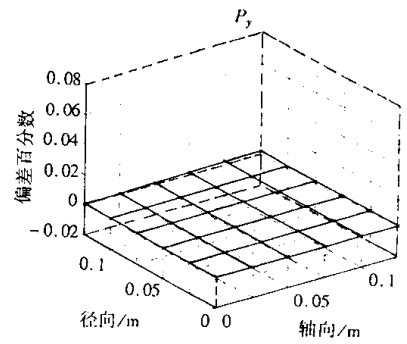


图 6 径向偏差

Fig.6 The deviation in the radial

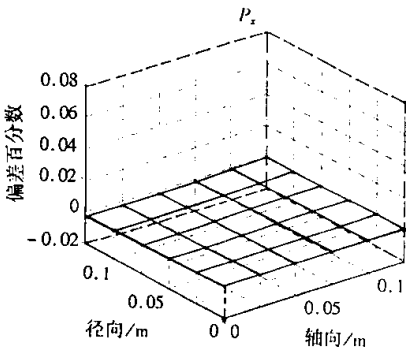


图 7 轴向偏差

Fig.7 The deviation in the axis

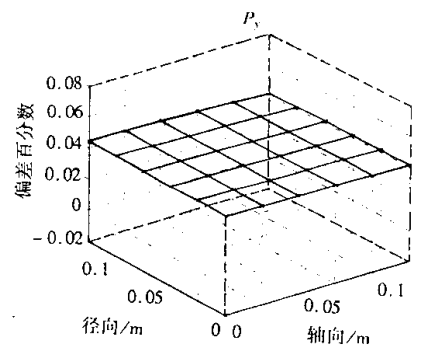


图 8 轴向偏差

Fig.8 The deviation in the axis

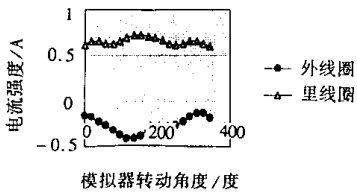


图 9 电流强度变化

Fig.9 The change of electric current intensity

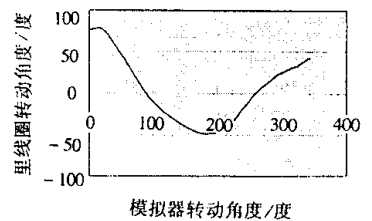


图 10 角度变化

Fig.10 The change of angle

5 结论

从上面分析可以看出，如果线圈轴向和径向安装偏差小于 1 mm，角度偏差小于 0.1° ，线圈形状

偏差在轴向和径向控制在 1 mm 内，则所设计的实验装置在直径为 0.3 m、高为 0.3 m 的圆柱体实验区域内模拟地球磁场产生的偏差在 1% 之内；同时，线圈绕组内的电流密度不高于 3 A/mm^2 ，线圈即使发热，工作也是很稳定的。

参考文献：

- [1] 王浚等. 环境模拟技术 [M]. 北京：国防工业出版社，1996.
- [2] 林来兴. 重量最轻的主动三轴稳定卫星 [J]. 现代小卫星技术，1996.
- [3] 梁昆森. 数学物理方法 [M]. 北京：人民教育出版社，1979.
- [4] 张宝裕，刘恒基等. 磁场的产生 [M]. 北京：机械工业出版社，1987.
- [5] 都亨 叶宗海. 低轨道航天器空间环境手册 [M]. 北京：国防工业出版社，1996.
- [6] 屠善澄等. 卫星姿态动力学与控制 I [M]. 北京：宇航出版社，1999.

