

文章编号: 1001-2486 (2001) 02-0018-05

利用几何约束快速求解整周模糊度*

逯亮清, 胡小平

(国防科技大学机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要:以 GPS 载波相位测量来确定载体姿态为背景, 针对其中的关键技术问题——载波相位整周模糊度的快速解算, 提出了一种充分利用卫星与基线之间几何约束来压缩搜索空间, 快速得到正确的双差模糊度组合的方法, 并通过对 ADU II 接收机采集的原始数据进行处理, 其结果证明这是一种行之有效的模糊度搜索方法。

关键词: 全球定位系统; 载波相位; 整周模糊度

中图分类号: V249 **文献标识码:** A

Quick Ambiguity Solution by Geometrical Constraints

LU Liang-qing, HU Xiao-ping

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: On the basis of application of GPS carrier phase measurements to determinate the carrier's attitude, focusing on its key technical problem—fast determination of carrier phase ambiguity, a method which makes full use of geometric constraints among GPS satellites and baseline to compress search space in order to acquire the correct double differential ambiguity quickly has been developed. A simulation experiment using the rude statistics received by ADU II attitude determination receiver shows that it is a practical ambiguity resolution.

Key words: Global Positioning System; carrier phase; ambiguity.

应用 GPS 载波相位测量技术来确定载体姿态, 因具有精度高、不受美国 P 码保密的限制等优点而成为导航领域研究的热点。整周模糊度的确定一直是这一姿态技术中的关键所在, 为此, 中外学者提出了许多解决方案: Counselman 和 Gourevitch 1981 年提出了模糊度函数法, 但计算量相当大; Remondi 于 1986 年提出一种称为“停停-走走”(stop-go) 的专门操作方法, 只是要首先进行初始化的工作, 根据基准站解出初始整周模糊度^[1]; 采用多天线配置的长短基线法, 其硬件配置较为复杂, 且由于短基线必须始终小于半个波长, 使得测量精度与解算成功率二者之间互相制约, 难以共同提高。此外, 还有伪距平滑及适用于可见 GPS 卫星数较少(少于三颗)情况下的基于运动的测姿整周模糊算法^[2]等。上述几种模糊度解算方法都存在这样或那样的局限性, 难以满足实时动态定姿环境需要。

最小二乘搜索(LSS)方法最先由 Hatch 于 1989 年提出: 仅有三个双差模糊度参数是独立的, 理论上一旦三个双差模糊度解出, 即可以由这三个观测方程确定基线坐标, 而在基线坐标已知的情况下, 其它的未知模糊度也能准确求解。但是, 如果除了基线长度约束外不利用任何其他约束条件, 而采用全空间搜索的话, 搜索范围将会很大, 从而影响定姿的快速性。假如基线长度为两米, 采用全空间搜索, 则三个双差模糊度组合总数将达 8000 以上。如果为提高定姿精度而拉长基线长度, 这一数字将呈几何级数迅速增加, 基线长度为 20 米时搜索总数高达 8×10^6 以上。所以, 必须寻求某种约束条件来压缩搜索空间。

本文以上述 Hatch 提出的最小二乘搜索(LSS)方法为理论依据, 以提高求解三个独立的双差模糊度参数的快速性为目标, 重点探讨了如何充分利用 GPS 卫星与基线矢量之间的几何约束来压缩搜索空间, 从而达到快速定姿定向的目的。

* 收稿日期: 2000-09-30
基金项目: 国家卫星重点应用技术资助项目(D98-02)
作者简介: 逯亮清(1976-), 男, 硕士生。

1 求解双差模糊度确定载体姿态的数学模型

在观测历元 T_i 时刻，接收机由导航电文中的卫星星历获取 GPS 卫星的空间位置，并根据 C/A 码所得天线坐标，加上载波相位测量量，可列写以下表达式：

$$\phi_{12}^S = AS \cdot A_1A_2/\lambda + N_{12}^S + V_{12}^S \tag{1}$$

上式中， ϕ_{12}^S ：天线 A_1 、 A_2 对卫星 S 载波相位测量值单差的小数部分；

AS ：天线与卫星 S 间单位矢量；

A_1A_2 ：天线 A_1 、 A_2 所成基线矢量；

N_{12}^S ：天线 A_1 、 A_2 对卫星 S 载波相位测量值的单差整周模糊度；

V_{12}^S ：天线 A_1 、 A_2 对卫星 S 载波相位的测量误差。

由于单差方程存在着较严重的接收机（天线）间钟差，因此应当采用双差观测方程。对不同卫星（S，K）同一时刻单差观测方程进行求差，即得双差观测方程

$$\phi_{12}^{SK} = (AK - AS) \cdot A_1A_2/\lambda + N_{12}^{SK} + V_{12}^{SK} \tag{2}$$

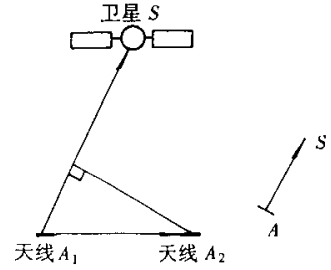


图1 载波相位观测示意图
Fig.1 Carrier phase observation

式中， $N_{12}^{SK} = N_{12}^K - N_{12}^S$ ， $V_{12}^{SK} = V_{12}^K - V_{12}^S$

为求解基线矢量的空间三维坐标，至少要同时观测三颗卫星，且双差整周模糊度必须已知。这样，在载体上同时安放多个天线以构成至少两条非共线矢量，且基线间相对位置确定已知，通过解算单基线矢量的坐标，然后联立基线间几何约束即可确定载体姿态。因这不是本文讨论的重点，故此处不予赘述。由以上可见，定姿解算问题最终都可归结为求解单个基线矢量的三维坐标，以下讨论均以单基线为例。

根据上文 Hatch 所提出的理论，只要利用最小二乘搜索方法解出三个独立的双差模糊度，就找到了问题的突破口。而我们知道，在地球上任何一点、任何时刻至少可同时观测到四颗 GPS 卫星，多数时段可同步连续观测六至八颗星，那末是否可以任意选几颗星来组成三个双差观测方程呢？当然可以。不过正如前面所提到的那样，只靠基线长度作为约束条件，三个双差模糊度的总组合数可能会很大，从而将极大地影响解算速度。

2 利用卫星-天线间几何约束确定双差模糊度搜索范围

2.1 利用卫星-天线几何构图确定双差模糊度初始取值范围

如图 2 所示，由式（2）知， N_{12}^{SK} 取值范围为 $[\text{in}(\phi_{12}^{SK} - |AK - AS| \cdot A_1A_2/\lambda) - 1 \text{ in}(\phi_{12}^{SK} + |AK - AS| \cdot A_1A_2/\lambda) + 1]$ （ $\text{in}()$ 为取整函数）。

当基线矢量的长度一定时，可以由我们控制其取值大小的只有一个量： $|AK - AS|$ 。为了压缩 N_{12}^{SK} 的取值范围，要尽可能地使 $|AK - AS|$ 即矢量 $AK - AS$ 的长度为最小。

为实现这一目的，在选星时要尽量选取其相对天线矢量间夹角最小的两颗卫星。仍由图 2，设 AK 、 AS 之间夹角为 α ，则 $|AK - AS| = 2\text{sin}(\alpha/2)$ 。经简单的三角函数计算可知，当 $\alpha = 30^\circ$ 时， $|AK - AS|$ 约为 $1/2$ ，此时 N_{12}^{SK} 的取值范围将大至缩减为原来的一半，若 $\alpha = 15^\circ$ 时， N_{12}^{SK} 的取值范围将缩减为原来的 0.26 倍，而当 $\alpha = 10^\circ$ 时， N_{12}^{SK} 的取值范围将缩减为原来的 $1/7$ 。当然，选星时要避免使得 α 大于 60° ，否则双差模糊度的取值范围将比原来的还要大。这就失去了选星的意义。最好能使卫星对天线间矢量夹角小于 30° ，否则搜索空间压缩效果并不明显。当选星方案使得它们两两之间夹

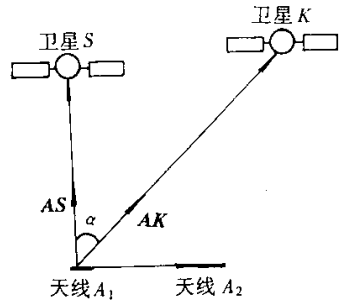


图2 双差观测示意图
Fig.2 Double differential observation picture

角均小于 30° 时,三个双差模糊度组合数将至少缩减为全空间搜索的八分之一。

2.2 利用卫星-天线双差矢量及基线矢量几何约束筛选双差模糊度组合

假设已经确定出三个双差模糊度 N_{12}^{sk} 、 N_{12}^{kj} 、 N_{12}^{jl} 的取值范围,分别记为 B_1 、 B_2 、 B_3 ,那末这三者仍不能进行全方位组合,因为它们之间还存在着几何约束。

如图3所示, A_1A_2 为基线矢量, R_1 、 R_2 、 R_3 为卫星-天线间双差矢量,也即两个单颗卫星对天线单位单差矢量之差,如(2)式中的 $AK - AS$ 。我们假想有这样一个天球,半径无穷大, A 、 B 、 C 、 D 分别为天线 A_2 沿基线矢量及三个双差矢量端点沿各自矢量方向在天球上的投影。

以双差矢量 R_1 为例,当给定一个对应于它的双差整周模糊度 N_{12}^B 时,可得下式:

$$\phi_{12}^B = R_1 \cdot A_1A_2 / \lambda + N_{12}^B \quad (3)$$

也就确定了一个以 R_1 为轴的锥面,此锥面的顶角大小为 $2\arccos((\phi_{12}^B - N_{12}^B)\lambda / (|R_1| \cdot |A_1A_2|))$,而基线矢量就处于该锥面上,如图4所示。

同理,对于双差矢量 R_2 ,当给定一个对应于它的双差整周模糊度 N_{12}^C 时,也确定了一个以 R_2 为轴的锥面,此锥面的顶角大小为 $2\arccos((\phi_{12}^C - N_{12}^C)\lambda / (|R_2| \cdot |A_1A_2|))$,基线矢量也处于该锥面上,如图4所示。

为了使基线矢量有解,必须使这两个锥面相交(包含相切的情况),这个条件也就是使得图3中的 A 、 B 、 C 三点必须构成一个球面三角形,否则基线矢量将无解。

由球面几何的知识知道,对于图3中的球面三角形 ABC 而言,下式成立:

$$\cos AB = \cos AC \cos BC + \sin AC \sin BC \cos \angle ACB \quad (4)$$

则有:

$$|\cos \angle ACB| = |(\cos AB - \cos AC \cos BC) / \sin AC \sin BC| \leq 1 \quad (5)$$

故可以利用 $|(\cos AB - \cos AC \cos BC) / \sin AC \sin BC| \leq 1$ 是否成立来判断双差模糊度 N_{12}^B 、 N_{12}^C 是否为合理组合。

同样,为使基线矢量有解, ABD 、 ACD 也必须分别构成球面三角形,于是得以下两式:

$$|(\cos AB - \cos AD \cos BD) / \sin AD \sin BD| \leq 1 \quad (6)$$

$$|(\cos AC - \cos AD \cos CD) / \sin AD \sin CD| \leq 1 \quad (7)$$

综上所述,式(5)、(6)、(7)就是判断三个双差模糊度 N_{12}^B 、 N_{12}^C 、 N_{12}^D 取值组合合理与否的检验标准,只有当上述三式同时成立时才为合理组合。

3 仿真试验及结论

根据以上所述压缩双差模糊度搜索空间的方法,编写了单基线的快速定向软件,基线长度分别取为 $1 \sim 4$ m,并利用 Ashtech 公司生产的 ADU II 定姿接收机于 2000 年 1 月 20 日采集的载波相位原始数据及卫星星历与定位信息进行了仿真试验,每个历元均进行双差模糊度的搜索。在仿真计算中,首先从可见的八颗卫星中选取双差矢量较小的三组卫星(这样选取的卫星数为四到六颗),计算它们对应模糊度初步的搜索范围,然后再利用球面三角几何约束剔除不合理的模糊度组合,最后统计真正的搜索次数。

仿真结果如下表所示(在主频为 350 MHz 的 Pentium II 计算机上运行)。

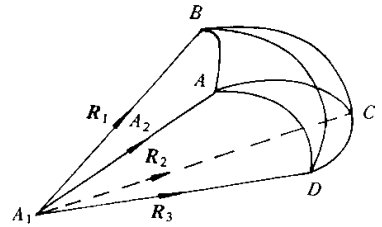


图3 双差观测矢量与基线矢量球面几何关系图

Fig.3 Spherical relation of DD-phase observation vector and baseline vector

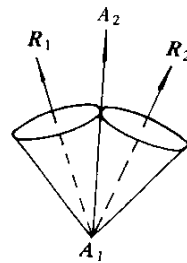


图4 双差观测矢量、基线矢量、整周模糊度关系示意图

Fig.4 The relation of DD-phase observation vector, baseline vector and ambiguity

表 1 模糊度搜索空间压缩有效性仿真结果表

Tab.1 the simulation result of ambiguity search space's compression validity

处理历元数	基线长度 (m)	压缩空间后的搜索次数	全空间搜索次数	总定向时间 (s)
200	1.0	42 - 99	1166	4
200	2.0	354 - 759	9330	8
200	3.0	1214 - 2509	31491	40
200	4.0	2912 - 5962	74646	120

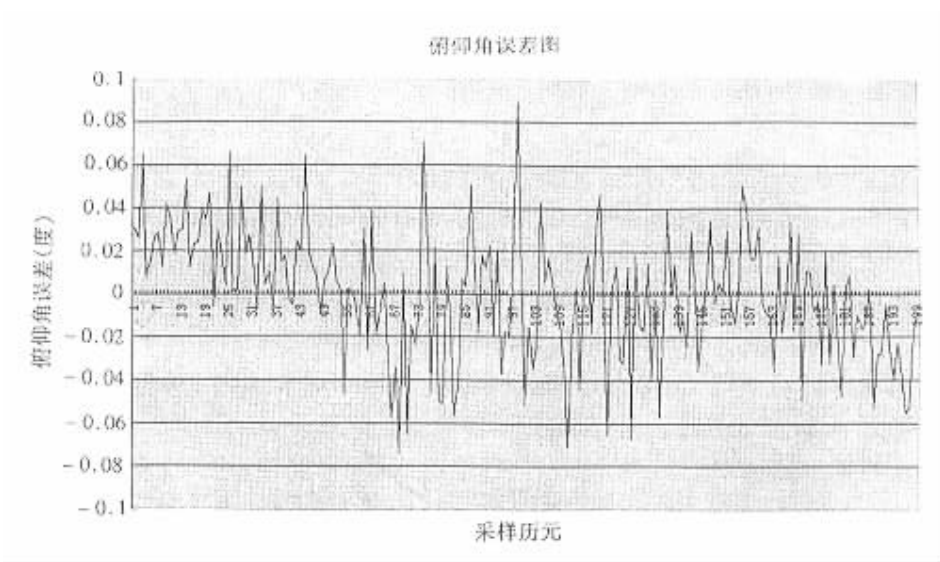


图 5 偏航角误差图

Fig.5 Yaw error

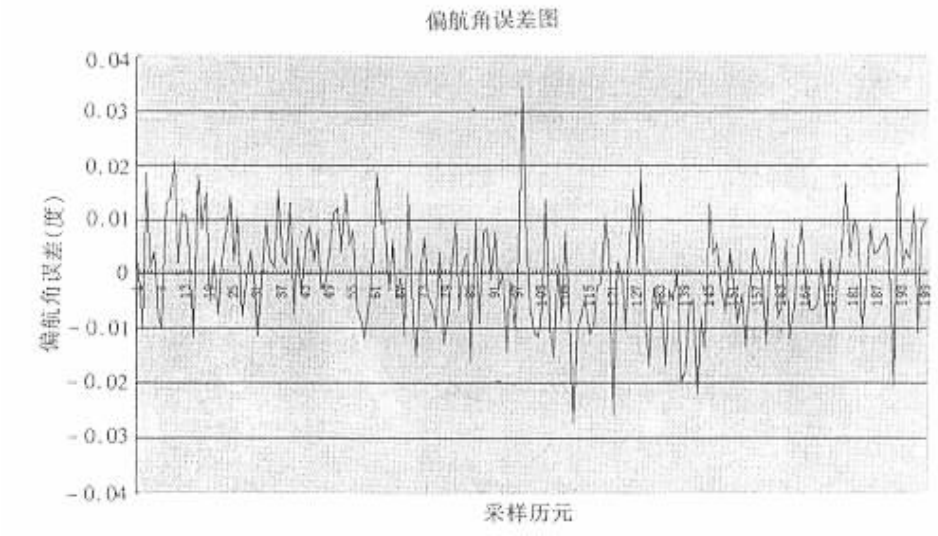


图 6 俯仰角误差图

Fig.6 Pitch error

当基线长度为 4m 时，解算所得偏航角、俯仰角误差如上两图所示，其均方差分别为 0.009635485

与 0.029891268。

由表 1 可知, 经几何约束压缩后的搜索次数不到全空间搜索次数的十分之一, 效果比较明显。当基线长度短于 3m 时单历元的定向时间在 0.2 s 之内。

4 结束语

本文所提出的利用几何约束来快速求解双差整周模糊度的方法, 与文章开头所提到的几种方法相比, 具有以下优点:

- (1) 压缩了模糊度搜索空间, 可大幅度减少模糊度搜索次数;
- (2) 因每次均搜索模糊度, 无需对周跳进行检测与修正;
- (3) 不需要对卫星进行连续观测, 只要同时观测到四到六颗 GPS 卫星, 即可进行定姿解算;
- (4) 单历元定姿时间较短, 适合于静态载体的快速定姿, 当基线长度较短 (小于 3m) 时可实时确定动态载体的姿态。

参考文献:

- [1] 张守信. 卫星测量定位理论与应用 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1996.
- [2] A Counway, B Parkinson. 基于运动的测姿解整周模糊的新算法 [J]. 飞行器测控技术, 1997 (2): 35-43.
- [3] G Quinn. 瞬时姿态确定 [J]. 飞行器测控技术, 1997, (1): 63-77.

