

文章编号: 1001-2486 (2001) 03-0012-06

基于遗传算法的整周模糊度 OTF 解算*

郑庆晖, 张育林

(国防科技大学航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 建立了一种基于简单遗传算法的改进模糊度搜索方法。首先采用一组约束方程求解模糊度浮点解, 然后 UDU^T 和 LDL^T 分解对整周模糊度进行整数高斯变换以降低各整周模糊度之间的相关性, 最后利用遗传算法进行整周模糊度搜索。在种群个体较少的情况下, 为了避免早熟使搜索陷入局部最优, 提出两种变异算子, 保持个体的多样性。仿真结果表明改进后的算法能够实时动态解算整周模糊度, 且较使用简单遗传算法具有更快的搜索速度和鲁棒性。

关键词: GPS; 遗传算法; 整周模糊度; 整数高斯变换

中图分类号: V448 **文献标识码:** A

OTF Ambiguity Resolution Based on Genetic Algorithm

ZHENG Qing-hui, ZHANG Yu-lin

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A new algorithm based on genetic algorithm is formulated. A set of constraint equation is used to get float ambiguity, then Integer Gauss transformation is used to reduce the correlativity of ambiguity, then integer ambiguity is searched in transformed space using genetic algorithm. Two mutation operators are used to avoid early convergence under the condition of small population size. Simulation shows the new algorithm is more robust and efficient compared with SGA.

Key words: GPS; genetic algorithm; integer ambiguity; integer Gauss transformation

GPS 载波相位测量的实现将测量精度提高到厘米甚至毫米级的精度, 把 GPS 的应用推广到姿态、方向的确定等领域。载波相位测量的一个较难解决的问题是载波相位整周模糊度求解, 通过载波相位测量的实现姿态方向确定依赖于快速可靠地求解整周模糊度。目前求解整周模糊度的方法主要是搜索的方法和基于运动的方法。对于飞行器姿态确定要求在动态情况下求解整周模糊度, 这就是 OTF (Resolution On-The-Fly) 算法。

遗传算法是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法, 在进化过程中优胜劣汰, 适者生存。通过繁殖、杂交和变异操作, 根据适应度大小不同使个体生存或淘汰, 经过若干代之后就得到最优个体。遗传算法具有搜索全局最优解的能力, 同时有较强的鲁棒性。

1 浮点整周模糊度求解

为了减小电离层、对流层、卫星钟差、接收机钟差等观测误差, 一般都要对载波相位观测量作差构成差分方程。GPS 双差观测方程已经消去了大部分误差。对于双天线载波相位测量观测方程具有如下形式

$$\Delta\Phi_{ms}^{kj}(t_i) = S_m^j(t_i) \cdot \mathbf{b}_{ms}(t_i) - \lambda N_{ms}^{kj} + \eta(t_i) \quad (1)$$

式中, $\Delta\Phi_{ms}^{kj}(t_i)$ 是 t_i 时刻主从天线之间及卫星 k, j 之间的载波相位双差观测量, $S_m^j(t_i)$ 是 t_i 时刻主天线到卫星 k, j 的视线矢量的差向量, $\mathbf{b}_{ms}(t_i)$ 是 t_i 时刻主从天线之间在参考坐标系中的基线向量, λ 为载波波长, N_{ms}^{kj} 为主从天线以及卫星 k, j 之间的双差整周模糊度, $\eta(t_i)$ 为观测噪声。

上述方程在基线静止不动或载体姿态不变的情况下观测 n 个历元, 基线两端天线同时观测 m 颗

* 收稿日期: 2000-11-7

基金项目: 国家 863 高技术资助项目 (863-2-5-1-1.2)

作者简介: 郑庆晖 (1973-), 男, 博士生。

卫星时,有 $3 + (m - 1)$ 个未知数,即 3 个基线向量参数, $(m - 1)$ 个双差整周模糊度。在载体姿态变化情况下有 $3n + (m - 1)$ 个未知数,即 $3n$ 个基线向量参数, $(m - 1)$ 个双差整周模糊度。前一种情况属于定向,后者属于姿态确定。考虑姿态确定情况有如下方程:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Phi_{ms}(t_1) \\ \vdots \\ \Delta\Phi_{ms}(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_m(t_1) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & S_m(t_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{ms}(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{ms}(t_n) \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} N + \begin{bmatrix} \gamma(t_1) \\ \vdots \\ \gamma(t_n) \end{bmatrix} \quad (2)$$

上式通常利用最小二乘法解,同时得到各个时刻的基线向量 $\mathbf{b}_{ms}(t_i)$ 和整周数浮点数解 \tilde{N} 及相应的整周模糊度误差方差阵 $P_{\tilde{N}}$ 。通常由上述浮点数解,在根据一定的准则确定的搜索空间内附加整数约束后根据不同的搜索方法搜索,使某一二次型代价函数最小来求解整周模糊度的。一般地有如下形式的代价函数:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(N) &= \min_N (\hat{N} - \tilde{N})^T P_{\tilde{N}}^{-1} (\hat{N} - \tilde{N}) \\ \hat{N} &\in Z^{n-1} \end{aligned} \quad (3)$$

文献 [1] 提出了一种利用约束方程求解浮点整周模糊度的方法。对于某一观测历元的观测方程:

$$\Delta\Phi_{ms}(t_i) = S_m(t_i)\mathbf{b}_{ms}(t_i) + \lambda N + \gamma(t_i) \quad (4)$$

定义系数阵 $S_m(t_i)$ 对应的零空间为:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(t_i) &= \text{null}(S_m(t_i)^T) \\ \mathbb{E}(t_i)^T \mathbb{E}(t_i) &= 1 \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式就称为约束方程,式 (4) 两边同时左乘 $\mathbb{E}(t_i)^T$ 有:

$$\mathbb{E}(t_i)^T \Delta\Phi_{ms}(t_i) = \lambda \mathbb{E}(t_i)^T N + \mathbb{E}(t_i)^T \gamma(t_i) \quad (6)$$

上式中只有整周模糊度是未知量,基线两端天线同时观测 m 颗卫星,共观测 n 个历元,则式 (2) 中未知数系数阵为 $(m - 1)n \times (3n + 4)$,而由 (6) 式 n 个历元联立未知数系数阵为 $n \times (m - 1)$,比变换前少了 $3n^2 + 3n$ 个数,减少存储量和计算量。关键的是式 (6) 中已经消去了基线向量,因此在求解模糊度时不须知道任何的姿态信息,只要知道载体的概略坐标即可。

n 个历元观测量可表示如下:

$$\begin{bmatrix} \Delta\Phi_E(t_1) \\ \vdots \\ \Delta\Phi_E(t_n) \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} E(t_1) \\ \vdots \\ E(t_n) \end{bmatrix} N_{ms} + \begin{bmatrix} \eta_E(t_1) \\ \vdots \\ \eta_E(t_n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中,

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_E(t_i) &= \mathbb{E}(t_i)^T \Delta\Phi_{ms}(t_i), \eta_E(t_i) = \mathbb{E}(t_i)^T \gamma(t_i) \\ \eta_E(t_i) &\sim (0, \mathbb{E}(t_i)^T \text{cov}[\gamma(t_i)] \mathbb{E}(t_i)) = (0, Q_E(t_i)) \end{aligned}$$

记式 (7) 为:

$$\Delta\Phi_E(t_1:t_n) = \lambda \mathbb{E}(t_1:t_n)^T N + \eta_E(t_1:t_n) \quad (8)$$

根据代价函数结合式 (8) 有

$$\min_N \{\mathcal{Q}(t_1:t_n)\} = \min_N \{[\Delta\Phi_E(t_1:t_n) - \lambda \mathbb{E}(t_1:t_n)^T N]^T Q_E(t_1:t_n)^{-1} [\Delta\Phi_E(t_1:t_n) - \lambda \mathbb{E}(t_1:t_n)^T N]\} \quad (9)$$

显然式 (9) 已经消去用户位置信息,仅包含整周模糊度,式 (9) 可用于在航整周模糊度解算。

2 整数高斯变换

文献 [2] 提出了浮点整周模糊度相关矩阵及去相关数的概念。去相关数越大,各整周模糊度分量之间的相关性越弱,相关矩阵通过一个模糊度变换矩阵 Z 将原浮点数模糊度解 \tilde{N} 变换为 $\hat{Z}_{\tilde{N}}$,相应的误差方差矩阵变为 $P_{\hat{Z}}$,变换后的整周模糊度的误差方差矩阵元数较原矩阵元数有显著减小。

文献 [3] 给出了一种行之有效的整数上三角和下三角高斯变换,经过反复的 UDU^T 和 LDL^T 分解

得到一系列的整数变换阵 Z_{U_i} 和 Z_{L_i} ，最后得到整数高斯变换阵：

$$Z = Z_{L_k} Z_{U_k} \dots Z_{L_1} Z_{U_1} \tag{10}$$

3 整周模糊度搜索

Holland 的简单遗传算法是一种有效的搜索寻优技术，根据个体适应值通过繁殖、杂交、变异等遗传操作来寻求全局最优解，但是通常要求有较大的种群（50~200 个个体）算法才具有较好的性能，这就增加了计算开销。这里对简单遗传算法进行改进，使得在种群中个体数目较少（20~30 个个体）的情况下仍能进行有效搜索最优解。

3.1 适应度函数

整周模糊度的搜索实质上是一个优化过程，寻求一个最优解使得某一目标函数取得极小值或极大值。在这里就是要使得式（8）的目标函数取极小。简单遗传算法要求适应度函数具有非负的特性采用如下的适应度函数：

$$f(N) = b - \lg(J(N)) \tag{11}$$

上式 N 是双差整周模糊度， $J(N)$ 是（3）所述的目标函数， b 是一个足够大的正数保证适应度函数非负。对目标函数取对数是为了缩小各模糊度组合之间适应度的差值以防止早熟。

3.2 选择策略

利用轮盘赌方式选择个体，个体的选择概率为 $p_i = f_i / \sum_{i=1}^P f_i$ 式中 f_i 是各个体的对应的适应度函数值， P 是种群中个体总数。

3.3 编码方式

由于整周模糊度搜索是非线性优化问题，采用格雷编码要比二进制编码搜索速度更快。由于模糊度组合中各分量之间相关，且整个编码字符串较长，如果每个整周模糊度用 6 位字符表示，有三个分量，整个字符串长度为 18 位。各分量之间按由高到低交叉编排，如图 1 所示。这样处理后的各组字符的长度（3 位）比原有的字符长度（6 位）短，根据模式理论，长度短的模式不易被破坏，利于保留优良个体。

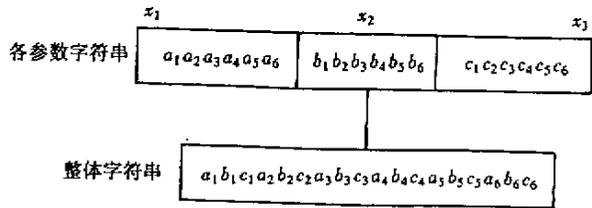


图 1 交叉编码示意图

Fig.1 Crossover coding

3.4 遗传算子

杂交按照两点交换进行，父代字符串交换落在两点之间的字段，产生子代串，两点交换可以在一个子代串上同时拥有两个父代串的优良模式。变异算子分为两种，一种是在繁殖操作后对繁殖后代个体字符串每一位以二分之一的概率取 1 或 0，这相当于繁殖产生的后代都是一个全新的个体，以一定比例插入新个体，该比例由繁殖概率 P_r 确定。在种群个体数目很少的情况下采用均匀变异很容易选择到同一个体起不到变异的作用。另一种是在杂交操作后按一定的变异概率 P_m 对个体进行变异，由于杂交产生的后代可能集中了两个父代的优良模式，离最优解距离不远，这时只对个体的局部进行变异起到微调的作用。由于采用交叉编码，各分量对应每一位都组织在一起组成一段，假设表示个体字符串的长度为 l ，模糊度分量有 m 个，则共有 l 个长度为 m 的字符段，产生一个区间 $[1, m]$ 中的均匀分布整数，按轮盘赌方式选取变异的字段，对选中的字段用均匀变异产生新个体。

4 仿真实例及分析

根据上述方法进行了仿真计算，假设基线长度为 4m，同时观测 5 颗卫星，有 4 个整周模糊度。文献 [4] 证明只有三个整周模糊度是独立的，只须求得这三个整周模糊度，其余模糊度就可以通过这三个模糊度求得。设定载波相位观测方差为 0.01 周。为了验证算法性能分三种情况进行仿真，一

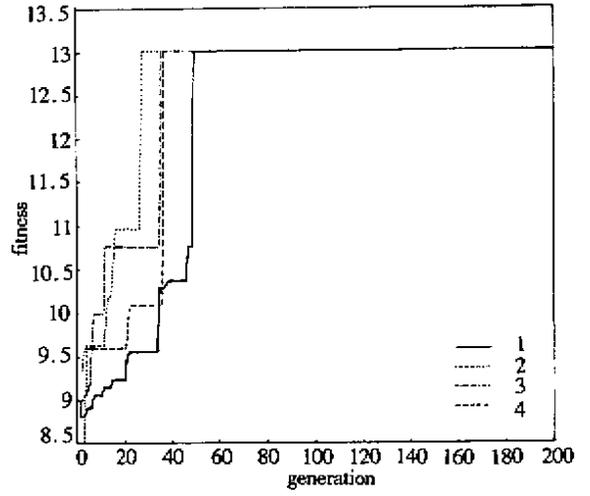
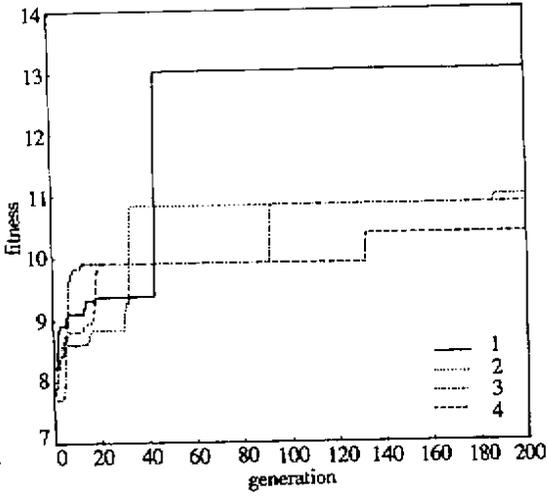


图2 适应度值 $P_r = 0.3$, $P_c = 0.7$, $P_m = 0.9$

Fig.2 Fitness values

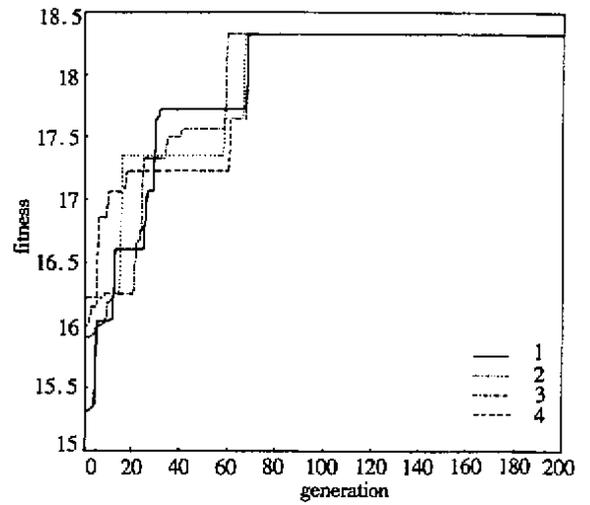
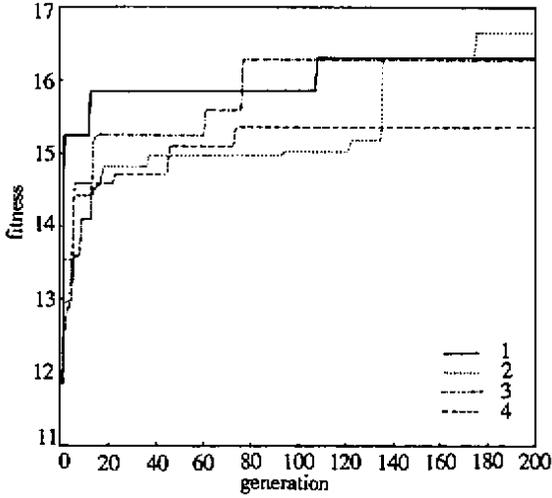


图3 适应度值 $P_r = 0.3$, $P_c = 0.7$, $P_m = 0.9$

Fig.3 Fitness values

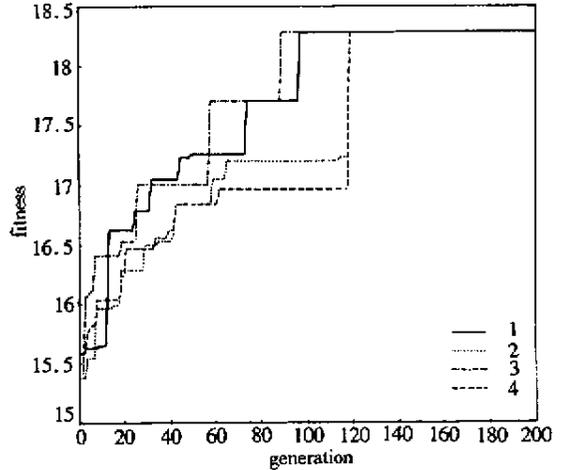
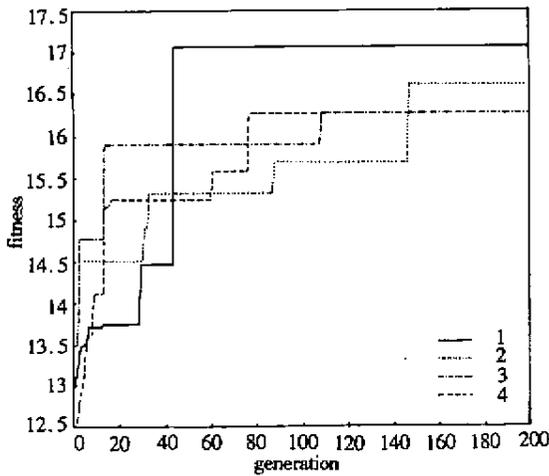


图4 适应度值 $P_r = 0.3$, $P_c = 0.7$, $P_m = 0.9$

Fig.4 Fitness values

种情况是载体以 10m/s 的速度作直线飞行,一种情况是载体在原地作姿态运动,最后一种情况是载体在飞行过程中有载体运动。

第一种情况,单个整周模糊度字符串长度为 6 整个字符串长度 18,模糊度是 $(2^6)^3 = 262144$ 个。在利用最小二乘法根据 (6) 式得到的浮点数整周模糊度后,利用遗传算法搜索运行 60 次的结果来看原算法出现了局部最优的情况,4 次运行结果如图 2 左所示有两次运行结果没有达到最优适应值。改进算法平均通过小于 50 代的进化都达到最优值如图 2 右所示。

在第二种情况,载体同时绕本体坐标系 x 轴, y 轴分别以 $2.5^\circ/s$ 和 $6.0^\circ/s$ 旋转。图 3 是使用简单遗传算法与改进算法分别运行四次的适应度值。使用简单遗传算法几乎得不到最优。运行 60 次后改进算法通过平均小于 70 代的进化都得到了最优解。

图 4 是第三种情况,使用简单遗传算法与改进算法分别运行四次的适应度值。这种情下载体以 10m/s 的速度运动,同时绕本体坐标系 x 轴, y 轴分别以 $2.5^\circ/s$ 和 $6.0^\circ/s$ 旋转。使用简单遗传算法几乎得不到最优。运行 60 次后改进算法通过平均小于 120 代的进化都得到了最优解。

表 1 是三种情况下双差整周模糊度的真实值、浮点数解、估计值。改进算法可以正确地解得整周模糊度。表 2 给出的是三种情况利用遗传算法搜索的搜索效率。

表 1 各种情况下的估计值与真实值比较

Tab.1 All kinds of solutions compare with the true integer ambiguity solutions

双差卫星	真实值	浮点数解			case I		case II		case III	
		case I	case II	case III	SGA 改进算法		SGA 改进算法		SGA 改进算法	
					结果	结果	结果	结果	结果	结果
卫星 1-卫星 2	60	59.27	60.55	60.53	60	60	60	60	60	60
卫星 1-卫星 3	59	59.11	54.52	54.68	59	59	59	59	59	59
卫星 1-卫星 4	28	27.20	13.83	14.33	28	28	28	28	28	28
卫星 1-卫星 5	34	33.83	20.67	21.14	34	34	34	34	34	34

表 2 各种情况下搜索效率

Tab.2 Efficiency of all cases

	case I	case II	case III
搜索效率	0.57%	0.8%	1.4%

遗传算法采用的适应度函数是 (3) 式所描述的二次型函数, P_N 决定了双差整周模糊度之间的相关性, 相关性强则遗传算法搜索过程变得复杂。由于遗传算法主要是通过染色体的杂交实现搜索, 在染色体各分量不相关的情况下, 根据模式理论各个分量所代表的优良模式是不相关的, 这样在搜索过程各个分量所代表的优良模式就不会在杂交、变异等遗传操作中被破坏, 每次搜索得到的优良模式就能够遗传下去, 从而逐步趋于最优解。但是在染色体各分量相关情况下, 由于某一分量的优良模式不一定是各分量总体综和的优良模式, 要搜索得到所有分量都同时达到优良模式就比分量不相关情况困难。如果能够降低各整周模糊度之间的相关性, 问题将变得简单。高斯整数变换可以降低各个分量之间的相关性。滤波得到的整周模糊度原始方差阵和经整数高斯变换的方差阵分别为:

$$P_N = \begin{bmatrix} 0.0018 & -0.0145 & -0.0459 \\ -0.0145 & 0.1177 & 0.3716 \\ -0.0459 & 0.3716 & 1.1738 \end{bmatrix} \times 10^{12} \quad P_Z = \begin{bmatrix} 3.4475 & -0.8662 & 0.3079 \\ -0.8662 & 5.2426 & -0.3788 \\ 0.3079 & -0.3788 & 2.8416 \end{bmatrix} \times 10^7$$

经过整数高斯变换后方差阵元数比变换前有了显著减小, 相关性减弱。从图 2 ~ 图 4 也可以看到变换后的改进算法较无变换的简单遗传算法有更快的收敛速度和更强的寻优能力。

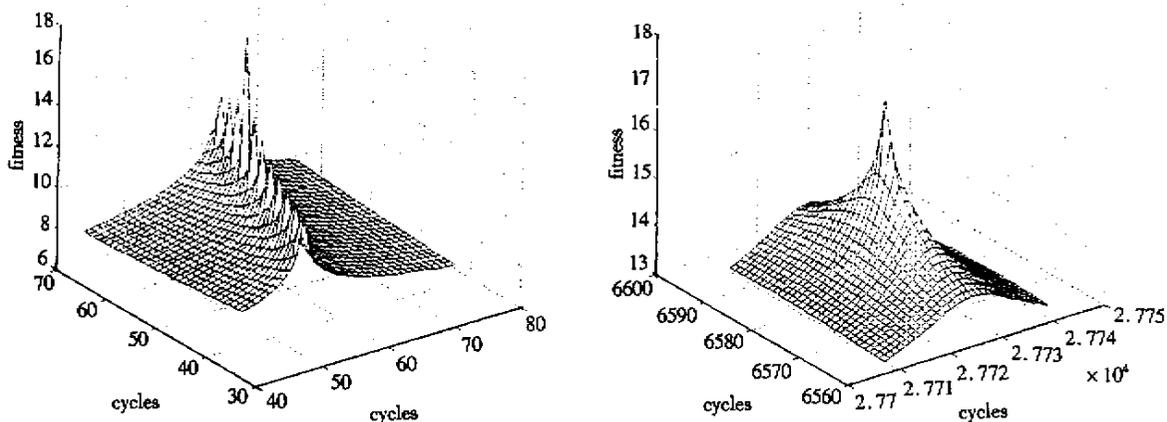


图 5 变换前、后的适应度函数值

Fig.5 Fitness values before and after transformed

通过变换后适应度函数特性发生了变化，图 5 是变换前和变换后不同模糊度组合的适应度函数值。由图中可见变换前适应度函数是非单调的，中间有脊状突出，在突出处除了最优点另外还有多个尖峰，集中了不同组合对应的多个极值使得搜索过程容易陷入局部最优，变换后对应适应度函数值是一个严格单调函数，只有一个极值点对应正确的模糊度组合。这对于具有并行性的遗传算法搜索就变得简单。对于有较大的变异概率和特定的变异算子，即使在种群个体数量较少的情况，仍能保持个体的多样性，在搜索过程避免陷入局部最优。

参考文献：

- [1] Chansik Park , Il sun Kim , Jang Gyu Lee , Gyu-in Jee. Efficient technique to fix GPS carrier phase integer ambiguity on-the-fly [J]. IEEE Proc. Radar , Sonar Navig. , Vol. 144 , No. 3 , June 1997.
- [2] Teunissen P J G. A new method for fast carrier phase ambiguity estimation [C]. Proceeding of IEEE Position Location and Navigation Symposium. Las Vegas : 1994. 562 ~ 573.
- [3] Chris Rizos , Shaowei Han. A new method for constructing multi-satellite ambiguity combinations for improved ambiguity resolution [C]. Proc. of ION GPS-97 , Kansas city : 1997. 1145 ~ 1153.
- [4] Hatch , R. Instantaneous ambiguity resolution [C]. Proceedings of the KIS Symposium , Banff , Canada , 1990.

