文章编号：1001-2486（2001）03-0073-04

噪扰条件下相位测距中的解模糊问题※

许邦建，皇甫堪

（国防科技大学电子科学与工程学院，湖南 长沙　410073）

摘　要：针对相位测距雷达在采用参差频差关系测距时的解距离模糊问题，本文给出了在两两互素参差关系及实际噪扰条件下正确解模糊的条件及其证明，并且讨论了解模糊的快速算法、采用参差频差关系测距时的理论测距误差以及为保证可靠解模糊所需的信噪比问题。

关键词：相位测距；参差；最大不模糊距离

中图分类号：TN953.2　　**文献标识码**：A

Problem in the Measurement of Range by Phases in Noisy Circumstance

XU Bang-jian，HUANG Fu-kan

（College of Electronic Science and Engineering，National Univ. of Defense Technology，Changsha 410073，China）

Abstract：For the problem of De-ambiguous in the measurement of range by phases under stagger relation of frequency difference，we give the condition of correctly De-ambiguous under relatively prime stagger relation and actual noisy circumstance and the proof. Then we discussed fast algorithm for De-ambiguous problem，theoretical ranging error when ranged by stagger frequency difference，and the SNR value that assure De-ambiguous reliably.

Key words：range measurement by phases；stagger；maximum unambiguous range

连续波比相测距雷达具有设备简单等优点，随着近年来电子战中低截获概率雷达发展的需要，其研究又受到人们的重视。

比相测距存在着测距精度与最大测距不模糊距离之间的矛盾[1]。为了解决这一矛盾，可以仿照脉冲雷达中多重脉冲重复频率（PRF）测距的技术，同时或顺序发射多个频差的信号[2]，且这些差频值按照一定的参差关系选择，如此可以提高雷达测距性能。

但是，在这种信号设计方法之下，实际测距中存在的噪声扰动对目标距离解模糊有着什么样的影响呢？在什么样的条件下，我们能够正确解模糊呢？这是本文试图回答的问题。

1　问题的数学模型

比相测距的具体原理，可以参见文献［1］。现在假设同时发射 N 对正弦信号，其差频值分别为 Δf_i（$i=1$，…，N），则相应于 Δf_i 的最大不模糊距离为$\frac{c}{2\Delta f_i}$。另外，假设由第 i 对信号所测得的模糊距离为 $R_i=\frac{c\cdot\Delta\varphi_i}{4\pi\cdot\Delta f_i}$，其中 $\Delta\varphi_i$ 为第 i 对信号的回波相位差（$0\leqslant\Delta\varphi_i<2\pi$）。目标实际距离可表示为

$$R = k_i\cdot\frac{c}{2\cdot\Delta f_i}+\frac{c\cdot\Delta\varphi_i}{4\pi\cdot\Delta f_i},(i=1,\cdots,N)\tag{1}$$

仿照 PRF 技术[2]，现在我们先取定一基本频差 Δf_0，然后取 $\Delta f_i=\frac{\Delta f_0}{m_i}$（$i=1$，…，$N$），则可改写（1）式如下（$m_i$ 为参差比）

$$\frac{R}{c/(2\Delta f_0)} = k_i\cdot m_i+\frac{\Delta\varphi_i}{2\pi}\cdot m_i,(i=1,\cdots,N)\tag{2}$$

※ 收稿日期：2000-10-19
作者简介：许邦建（1974-），男，博士生。

令 $R_0=\frac{c}{2\Delta f_0}$，$L=\frac{R}{R_0}$，则（2）又可写为

$$L = k_i \cdot m_i + \frac{\Delta\varphi_i}{2\pi} \cdot m_i \qquad (i = 1,\cdots,N) \tag{3}$$

在理想的无噪情况下，（3）式为一个除数为整数的实数域内的同余方程组。由文献［4］可知，它在由 m_i 所决定的最大不模糊距离之内具有唯一解。

但在实际中，必须考虑噪声扰动的影响。假设由于‘噪扰’而在真实相差 $\Delta\varphi_i$ 上产生了大小为 δ（$\Delta\varphi_i$）的误差（$i=1$，…，N），令 $h_i=\frac{[\Delta\varphi_i+\delta(\Delta\varphi_i)]\cdot m_i}{2\pi}$（$\bmod m_i$），则在一般情况下，$k_i \cdot m_i + h_i \neq k_j \cdot m_j + h_j$。因此（3）式可改写为（其中 k_i 为同余系数）

$$L_i = k_i \cdot m_i + h_i \quad (0 \leqslant h_i < m_i) \tag{4}$$

（4）式求解的准则在此可以定为求（k_1，…，k_N）以使得

$$f \to \min，其中\ f = \sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N}(L_i - L_j)^2 \tag{5}$$

然后，就可得到真实距离 R 所对应的 L 的估计值为 $\hat{L} = \frac{1}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}L_i$，$R$ 的估计值为 $\hat{R} = \hat{L}\cdot R_0$。

整数域同余方程组对误差有敏感性[3]，因此首先有必要分析什么条件下可以对（4）式正确地解模糊。也即分析噪扰限制在什么范围之内时，h_i 的误差仅仅引起 $\hat{L}$ 的正常误差，而不会导致很大的过敏误差，即能够求得正确的 k_i。

2 正确解模糊的条件

注意到 δ（$\Delta\varphi_i$）为一随机变量，因此我们只能讨论在 δ（$\Delta\varphi_i$）位于其分布范围内的哪一段区间时我们可以进行正确解模糊。

引理：令 $m_i = F\cdot p_i$，其中 p_i 为两两互素的正整数，F 为一正整数。则当 $F=\lceil 4q \rceil$ 而且 $\left|h_i-\frac{\Delta\varphi_i}{2\pi}\cdot m_i\right| \leqslant q$ 时（其中 q 为一正实数，$\lceil(*)\rceil$ 是大于（*）的最小正整数），可以对（4）式进行正确解模糊。

引理的证明可参考文献［6］。

由以上的引理，我们不难得到以下关于连续波比相测距正确解模糊条件的结论。

定理：令 $m_i = F\cdot p_i$，$F=\lceil 4q \rceil$，则当 $\delta(\Delta\varphi_i)$ 分布在区间 $\left[-\frac{2\cdot q\cdot\pi}{(m_i)_{\max}},\frac{2\cdot q\cdot\pi}{(m_i)_{\max}}\right]$ 之内时，对于处在范围 $\left[q\cdot R_0,\left(F\cdot\prod_{i=1}^{N}p_i-q\right)\cdot R_0\right]$ 之内的目标（其中 p_i、q 与 F 的性质同以上引理，$(m_i)_{\max}$ 是几个 m_i 中最大的一个），可以通过解（4）式而正确解距离模糊。

证明：在本定理的条件之下，显然有 $\left|h_i-\frac{\Delta\varphi_i}{2\pi}\cdot m_i\right| \leqslant q$。再结合以上的引理，不难验证本定理的正确性。

综上所述，在所给条件下（3）、（4）式具有相同的同余系数解，并且易知，此时有 $\hat{R}-R=\frac{R_0}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}\left[\delta(\Delta\varphi_i)\cdot\frac{m_i}{2\pi}\right]$ 成立。

3 解模糊的快速算法

对于（4）式，若用 N 维全局搜索最小值点的方法来求解同余系数，则计算量太大，难以实现实时测距。为解决这一问题，可以采用基于一维主搜索——（$N-1$）维从搜索的快速算法等。这一点在另文中有详细论述[5]。

4 正确解模糊对信噪比的要求

在信噪比 SNR 下，易知 $\Delta\varphi_i$ 的测量精度为$\frac{1}{\sqrt{2\cdot \mathrm{SNR}}}$。亦即 δ（$\Delta\varphi_i$）的分布方差为$\frac{1}{2\cdot \mathrm{SNR}}$。为保证能够尽量可靠地解模糊，应该尽可能地保证下式成立 $3\cdot\frac{1}{\sqrt{2\cdot \mathrm{SNR}}}\leqslant\frac{2\cdot q\cdot\pi}{m_i}$，从而得到

$$\mathrm{SNR}\geqslant\frac{9\cdot(m_i)^2_{\max}}{8\cdot q^2\cdot\pi^2}\qquad(i=1,\cdots,N)$$

（6）式即为正确解模糊对信噪比的要求。

5 固定信噪比及参差频差下测距的理论精度

对于单一固定频差 Δf，其比相测距的理论精度为[1] $\delta(R)=\frac{c}{4\pi\cdot\Delta f\cdot\sqrt{2\cdot SNR}}$，现在在参差频差下进行比相测距，结论当然有所不同。由以上的定理知，$\hat{R}-R=\frac{R_0}{N}\cdot\sum_{i=1}^{N}\left[\delta(\Delta\varphi_i)\cdot\frac{m_i}{2\pi}\right]$，显然此时测距的均方根误差为

$$\delta(R)=\frac{c}{4\pi\cdot\Delta f_0\cdot\sqrt{2\cdot \mathrm{SNR}}}\cdot\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}m_i^2}}{N}\qquad(7)$$

6 讨论

针对三参差情况下具体参差参数的选取，我们来做一些讨论。

首先需要指出的是：为保证在接收端顺利地提取回波多普勒信号，本文讨论中限定 $\Delta f_i=\frac{\Delta f_0}{m_i}\geqslant 2\cdot f_{d\max}$，其中 $f_{d\max}$为中频回波信号的最大可能多普勒频率。

其次，因为 $m_i=\lceil 4q\ \square p_i$，所以$\frac{2\cdot q\cdot\pi}{m_i}=\frac{2\cdot q\cdot\pi}{\lceil 4q\ \square p_i}$。而（$p_i$）$_{\max}$最小的可能值为 5，从而$\frac{2\cdot q\cdot\pi}{(m_i)_{\max}}$的最大可能值约为$\frac{\pi}{10}$。也就是说，为了正确解模糊，$|\delta(\Delta\varphi_i)|$最大允许值为$\frac{\pi}{10}$。

最后，由 $\mathrm{SNR}\geqslant\frac{9\cdot(m_i)^2_{\max}}{8\cdot q^2\cdot\pi^2}$，经过与上面类似的分析，可以知道：为了正确解模糊，要求的信噪比至少约为$\frac{9\times4^2\times5^2}{8\cdot\pi^2}=45.59$，即大约为 16.59 dB。

根据以上原理，我们同样可以给出在 $N=2$ 和 $N=4$ 情况下的结论。表 1 对这些结论进行了总结说明。

表 1 参差比相测距各项指标最佳值与参差重数对应表

Tab.1 The corresponding table of each indes ' s best results and stagger multiplicity in multiple frequency phase comparing ranging

参差重数 \ 各项指标最佳值	$\Delta\varphi_i$ 的最大允许测量误差	最低信噪比要求
2	$\frac{\pi}{6}$	12.15dB
3	$\frac{\pi}{10}$	16.59dB
4	$\frac{\pi}{14}$	19.51dB

7 结束语

通过讨论噪扰条件下解参差频差比相测距距离模糊的问题，给出了理论结论及推导，从而为以后的深入研究提供了重要的理论基础。

参考文献：

[1] （美）M.I.Skolnik. 雷达系统导论［M］. 北京：国防工业出版社 .1992：59 – 70.

[2] 沈福民，贾永康 . 相位测距中的解模糊技术［J］. 西安电子科技大学报，1997（1）.

[3] 黄振兴 . 距离——速度噪扰数据同时分辨的孙子定理算法［J］. 电子学报，1992（9）.

[4] 孙洪 . 同余方程组的微分方程求解法［J］. 应用数学，1996 增刊：158 – 161.

[5] 许邦建，皇甫堪 . 测距雷达解距离模糊的两种快速算法［J］. 电子科学学刊，2001（7）.

[6] William S，MC Cormick，Iames B，Y. TSUI，Vernon L. Bakke. A Noise Insensitive Solution to an Ambiguity Problem in Spectral Estimation [J]. IEEE Trans. AES，1989（5）.