

文章编号 :1001-2486(2001)03-0111-04

冗余并联机构的 PD 控制*

吴宇列, 吴学忠, 李圣怡

(国防科技大学机电工程研究所, 湖南长沙 410073)

摘要 :采用并联机构的简化树动力学模型(reduced tree model)给出了冗余并联结构的动力学方程和基于 PD 控制策略的控制方法。为了消除冗余并联机构固有的内作用力,给出了一种基于静态力平衡的控制方法。最后,利用一个 2 自由度的冗余平面并联机构作为控制实例,实验结果表明了控制方法的正确性。

关键词 :冗余; 并联机构; 动力学; PD 控制

中图分类号 :TP273; TH112.1 **文献标识码** :A

PD Control of Redundant Parallel Manipulators

WU Yu-lie, WU Xue-zhong, LI Sheng-yi

(Institute of Mechatronics Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract :Dynamic equations are derived using reduced tree model for close-chain mechanisms. The PD-based control strategy is employed to control the manipulators. In order to eliminate internal forces inherent in redundant mechanisms, a new method based on static force transformation is presented without forces feedback. Finally, a 2-DOF planar redundant parallel manipulator is utilized as the control example. Experimental results show the validity of the derived dynamic model and the proposed control method.

Key words :redundancy; parallel mechanisms; dynamics; PD control

冗余并联机构有运动学冗余、驱动冗余、传感器冗余和任务空间冗余四种类型^[1], 本文主要涉及驱动冗余并联机构的控制问题。在并联机构中采用驱动冗余有优化机构作用力, 避免奇异点, 使机构更安全等优点, 但其控制相对比较复杂。

一般有两种方法来控制一个机构, 即运动学和动力学方法。运动学方法指的是位置控制, 动力学方法是指力控制或力和位置的混合控制。对于运动学方法, 我们需要知道机构的运动学正解和运动学逆解。当控制机构运动时, 首先根据末端执行器的位置和运动学逆解计算出各关节的位置, 然后控制关节到达指定位置。而对于驱动冗余的并联机构, 由于存在位置误差以及瞬时的反向驱动, 如果我们只控制关节的位置, 就可能在并联机构各分支间产生较大的内力, 尤其在高速和大负载的情况下, 内力会更大, 甚至会破坏机构^[2]。因此在冗余并联机构控制中宜采用力控制的动力学方法。动力学方法首先需要建立机构的动力学方程, 对于串联机构, 已经有建立的比较好的动力学方程, 并且有很多的控制方法^[3,4], 而对并联机构而言, 其动力学方程却要复杂得多, 尤其是对冗余的并联结构。

文献[2]针对一个 2 自由度的冗余平面并联机构提出一个快速运动的控制方法, 但它采用了简化的机构模型, 不能适用于一般的并联机构。文献[5]利用达朗伯和虚功原理推出了一套适合冗余和非冗余并联机构的动力学计算方法, 但是没有给出最后的动力学方程和控制方法。文献[6]和文献[7]利用并联机构的简化模型, 推出了一个动力学方程, 文献[7]还采用了 PD 控制方法对一个 5 杆并联机构进行了动力学控制, 但都没涉及到驱动冗余的问题。本文将在这方面做一些探索工作, 给出冗余并联机构的动力学方程, 然后采用一个改进的 PD 控制方法对一个 2 自由度的冗余平面并联机构进行动力学控制。

* 收稿日期: 2000-12-20
基金项目: 海外青年合全研究基金(50029501)
作者简介: 吴宇列(1972-)男, 博士生。

1 动力学模型

1.1 非冗余并联机构的动力学模型

对于并联机构,其所有的关节 θ 不是独立的,满足约束方程 $f(\theta)=0$ 。根据简化树模型,可以先把它的某些关节拆开,变成串联机构。如图1所示的5杆并联机构可以拆成2个串联机构。



图1 5杆机构的拆分

Fig.1 The cutting of five-bar mechanism

设 θ_a 表示主动关节, θ_p 表示被动关节, $\theta=[\theta_a \theta_p]$, τ_c 表示并联机构的驱动力矩, τ_o 表示等价串联机构的驱动力矩。根据达朗伯原理和虚功原理,并联机构和它等价的串联机构所做的虚功相同,可以得出如下非冗余并联机构的动力学方程^[7]:

$$M'(\theta_a)\ddot{\theta}_a + C'(\theta_a, \dot{\theta}_a)\dot{\theta}_a + N'(\theta_a, \dot{\theta}_a) = \tau_c \quad (1)$$

式中:

$$\Phi = \begin{bmatrix} I \\ \frac{\partial \theta_p}{\partial \theta_a} \end{bmatrix}, M'(\theta_a) = \Phi^T M(\theta) \Phi, C'(\theta_a, \dot{\theta}_a) = \Phi^T M(\theta) \dot{\Phi} + \Phi^T C(\theta) \Phi$$

$$N'(\theta_a, \dot{\theta}_a) = \Phi^T N(\theta) \Phi$$

1.2 冗余并联机构的动力学模型

动力学方程(1)假设机构是正常驱动的,如果机构是驱动冗余,那么 θ_a 就不再是独立的关节坐标,它满足约束方程 $f(\theta_a)=0$ 。假使并联机构有 n 个自由度, θ_a 是 m 维矢量代表 m 个驱动关节,由于是驱动冗余, $m > n$ 。设 θ_{a1} 为 n 维矢量代表 m 个驱动关节中的任意 n 个关节, θ_{a2} 为其它 $n-m$ 个关节。考虑 θ_{a2} 和 θ_{a1} 的关系,同样利用达朗伯原理和虚功原理,可得出如下的冗余并联机构的动力学方程:

$$M_1(\theta_{a1})\ddot{\theta}_{a1} + C_1(\theta_{a1}, \dot{\theta}_{a1})\dot{\theta}_{a1} + N_1(\theta_{a1}, \dot{\theta}_{a1}) = \Phi_1^T \tau_a \quad (2)$$

式中: $\Phi_1 = \begin{bmatrix} I \\ \frac{\partial \theta_{a2}}{\partial \theta_{a1}} \end{bmatrix}$, M_1, C_1, N_1 和(1)式中的 M', C', N' 有相似的表达式。

上式即为冗余并联机构的动力学方程,左边为独立的坐标变量,右边为冗余驱动力矩。在上式中,如果给定 τ_a ,则机构的运动可以确定,但反之给定机构的运动, τ_a 不能被唯一确定。因此可以采用一定的方法对 τ_a 进行优化^[8],这也是引入驱动冗余的一个重要优点。

2 PD控制

PD控制由于易于实现和所需计算量少,在串联机构中被广泛应用。其控制规则如下:

$$\tau = k_v \dot{e} + k_p e \quad (3)$$

其中 $e = \theta_d - \theta$,是期望位置与实际位置之差。

由于满足 $\dot{M} - 2C$ 反对称的条件^[7],PD控制对串联机构是稳定(收敛)的。对于并联机构,其动力学方程具有与串联机构相同的形式, Ghorbel 已经证明对式(2)也满足 $\dot{M}' - 2C'$ 的反对称条件。对于冗余并联机构,式(2)的左边和式(1)的左边是相同的,因此PD控制可以用于非冗余和冗余的并联机构的动力学控制。

3 内作用力的消除

在驱动冗余的并联机构中,如果驱动力分配不合适,各个驱动力就会只有一部分作用于负载,其它

部分则互相抵消形成内力,过大的内力会对机构造成破坏,一般情况下应尽量减小机构的内力。基本的 PD 控制规则没有考虑内力作用,为此,提出一种基于静力平衡的改进的 PD 控制方法以消除机构内力。

对一个非冗余的并联机构,设 x 为其末端执行器的坐标,则 Jacobi 矩阵为:

$$J_n = \frac{\partial x}{\partial \theta_a} \tag{4}$$

设 f 为作用在末端执行器上的力, τ 为关节驱动力矩,则它们满足如下的关系:

$$f = J_n^{-T} \tau \tag{5}$$

考虑一个 n 自由度的并联机构,在驱动冗余情况下,假设驱动关节个数为 m , $m > n$ 。实际上,可选择任意 n 个关节作为驱动关节来确定机构位置,这样共有 N 种组合方法, $N = C_m^n$ 。对每一种组合,有:

$$f_i = J_i^{-T} \tau_{ai} \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{6}$$

在 N 种组合中,每个驱动关节要重复 P 次, P 为:

$$P = \frac{N \cdot n}{m} \tag{7}$$

比如,对于 2 自由度平面并联机构,如果选择 3 个关节作为驱动关节,则 $m = 3$, $n = 2$, $N = C_3^2 = 3$, $P = \frac{C_3^2 \cdot 2}{3} = 2$, 三种组合方式为 $[\tau_1 \tau_2]$ $[\tau_2 \tau_3]$ $[\tau_1 \tau_3]$ 。

在 n 自由度的并联机构中,设给定的冗余驱动力矩为: $\tau = [\tau^1 \tau^2 \dots \tau^m]$, τ^j 表示第 j 个驱动力矩, τ_i 表示第 i 种组合的力矩, τ_i^j 表示 τ^j 在第 i 种组合所取的值。在每种组合中,由于 τ^j 要重复 P 次,为了不重复计算,取 $\tau_i^j = \tau^j / P$, 即:

$$\tau_i = [\tau_i^1 \tau_i^2 \dots \tau_i^m] = \frac{1}{P} [\tau^1 \tau^2 \dots \tau^m] \tag{8}$$

根据(6)可知各种组合的合力为:

$$f = \sum_{i=1}^N f_i = \sum J_i^{-T} \tau_i \tag{9}$$

上式中 Jacobian 矩阵都是 $n \times n$ 的方阵,我们按照 $\tau = [\tau^1 \tau^2 \dots \tau^m]$ 的顺序把它扩展成 $n \times m$ 的矩阵,如果 τ^j 在某种组合没有出现,那它所对应的列全为零。因此(9)可重写为:

$$f = \sum J_i^{-T} \tau = J_r \tau \tag{10}$$

上式为冗余并联机构的静力平衡关系式,给定驱动力矩 τ ,可以确定末端执行器的输出力 f ,但给定输出力 f ,驱动力矩 τ 不能被唯一确定,需要采用合适的优化方法来得到。

驱动力优化的方法有几种^[8],本文采用伪逆法。设 J_r^+ 为 J_r 的伪逆,则:

$$\tau = J_r^+ f = J_r^+ (J_r J_r^T)^{-1} f \tag{11}$$

伪逆法可以使得到的驱动力矩 τ 的 2 范数最小,即所有的驱动力矩都转化为末端执行器的输出力 f ,因此机构的内力为零。在 PD 控制中采用这种方法,可以消除冗余并联机构的内力。

设 τ_m 为优化的输出力矩,结合(10)(11),可得:

$$\tau_m = J_r^+ f = J_r^+ J_r \tau = G \tau \tag{12}$$

因此,改进的 PD 控制规则为:

$$\tau = \alpha (K_p e + K_v \dot{e}) \tag{13}$$

改进的控制规则是在基本的 PD 控制规则中加入了内力消除矩阵 G ,其结构如图 2。图中 M 表示驱动电机和编码盘, F_i 是运动学逆解, J_i 是 Jacobian 矩阵的逆阵。

4 控制实例

以一个我们自己研制的,用于半导体封装设备的 2 自由度冗余平面并联机构为控制实例,机构的结构如图 3(a)。

它有三个相同的分支,相交于一点 C ,点 C 也是此机构的 2 维末端执行器。选取 A_1, A_2, A_3 为三

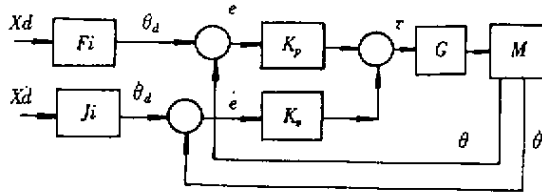
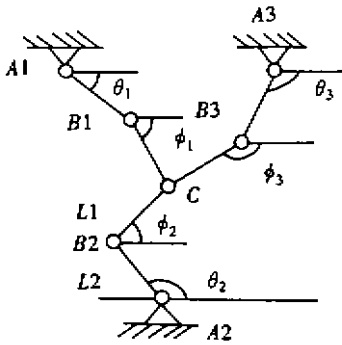


图 2 改进的 PD 控制

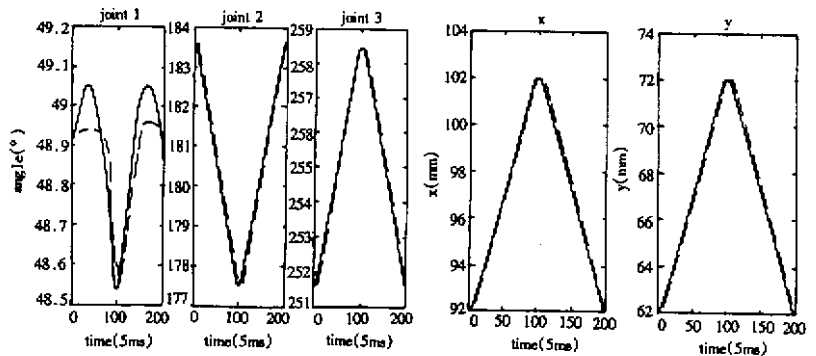
Fig.2 The improved PD control

个驱动关节。机构的运动学正反解可参阅文 [2]

采用改进的 PD 控制规则控制机构沿倾斜 45 度的直线运动 $10\sqrt{2}$ mm, 速度曲线为梯形曲线 ,



(a) 2 自由度冗余并联机构



虚线:实际位置,实线:期望位置

(b)改进 PD 控制的误差曲线

图 3 2 自由度冗余并联机构的控制

Fig.3 The control of 2-DOF redundant parallel mechanism

得到的关节空间和末端执行器空间的控制曲线如图 3 (b)。采用改进的 PD 控制 ,机构能够比较平稳地运行 ,没有出现相互干涉的现象 ,并且能以一定的精度跟踪期望的轨迹。图中的轨迹跟踪误差约为 0.1mm ,而定位误差约为 $20\mu\text{m}$ 。实际上可以通过增加积分项 ,前馈项和准确标定机构来提高位置精度。

5 结论

本文在冗余机构的动力学控制方面做了些有益的探索工作 ,给出了冗余并联机构的动力学方程 ,改进了基本的 PD 控制规则以消除机构的内力 ,并把它应用到一个 2 自由度的冗余平面并联机构上 ,获得了较好的控制效果。

参考文献 :

[1] Merlet J P.Redundant Parallel Manipulators[J]. Laboratory Robotics and Automation 8 , 1996 :17.

[2] Kock S Schumacher W. A Mixed Elastic and Rigid-Body Dynamic Model of an Actuation Redundant Parallel Robot with High-Reduction Gears[C]. IEEE Int Conf Rob Autom , 2000 :1918-1923.

[3] Mark W.Spong , M.Vidyasagar. Robot Dynamics and Control[M]. John Wiley & Sons , Inc , 1989.

[4] Richard M.Murray , Zexiang Li , Sastry S S. A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation[M]. CRC Press , 1994.

[5] Nakamura Y Ghodoussi M. Dynamics Computation of Close-Link Robot Mechanisms with Nonredundant and Redundant Actuators[J]. IEEE Transaction. On Rob. and Autom. 1989 , 5(3) 294-302.

[6] Park F C , Choi Jihyeon , Ploen S R. Symbolic formulation of closed chain dynamics in independent coordinates[J]. Mechanism & Machine Theory , 1999.

[7] Fathi Ghorbel. Modeling and PD Control of Close-Chain Mechanism systems[C]. Proc.Of 34th IEEE Conference on Decision and Control , 1995.

[8] Nahon , Meyer A , Angeles , Jorge. Force optimization in Redundantly-actuated Closed Kinematic Chains[C]. IEEE Int Conf Rob Autom , 1989.

